

envelope method is negligible. Therefore there is no correlation between the height profiles measured using both methods: their correlation coefficient amounts just to 0.08. Notice that the accuracy difference between CC and the envelope method again exceeds the accuracy of phase method as compared to the accuracy envelope method [4].

For a practical realization of the CC method a reference correlogram is needed. It should be measured on a smooth surface of the material in question and then properly averaged over a set of pixels. A doubt arises when thinking about using the CC method because of an allegedly high computation time for the cross-correlation function. But if done employing the very quick procedure of the fast Fourier transform (direct and reverse), it is, in fact, not time expansive. Moreover, the procedure can be further developed, say, resettled in the frequency domain in order to get a still quicker performance.

### III. CONCLUSION AND FUTURE WORK

The introduced correlogram correlation method uses the complete information contained in the correlogram and thus is supposed to have a noise resistance not lower, than that of the phase method. At the same time it is not supposed to exhibit a phase ambiguity. The first supposition is confirmed in the present study with the help of simulations and a measurement on a smooth surface: the accuracy of the CC method exceeds that of the envelope method by more than one order of magnitude. The confirmation of the absence of an ambiguity is a matter of further research, involving the evaluation of measurements on rough surfaces and possibly simulations. It is demonstrated that the CC method can be used, when analyzing data with a noise level at which the employment of the envelope estimation methods is impossible.

Another advantage of the method is that it automatically provides a measure of the fitness of pixel's correlogram for further evaluations – the coefficient of correlation with a reference correlogram. This confidence parameter can be used for further surface structure evaluations. It is shown here that its application allows height evaluation even from very corrupted correlograms.

### References

1. J. Schmit "Challenges in white-light phaseshifting interferometry,"/ J. Schmit and A. G. Olszak, /Proc. SPIE 4777 Interferometry XI: Techniques and Analysis, SPIE Press, June 2002, pp. 118– 127, doi: 10.1117/12.472230.
2. J. Seewig "Uncertainty of height information in coherence scanning interferometry,"/J.Seewig, T.Böttner and D.Broschart,/Proc. SPIE 8082, Optical Measurement Systems for Industrial Inspection VII, SPIE Press, May 2011, pp. V-1 - V-9, doi:10.1117/12.895006.
3. P. de Groot "Interference microscopy for surface structure analysis,"/ P. de Groot in Handbook of Optical Metrology: Principles and Applications, T Yoshizawa, Ed., Boca Raton: CRC Press, pp. 797–809, 2015.
4. P. de Groot "Principles of interference microscopy for the measurement of surface topography," // P. de Groot /Advances in Optics and Photonics, vol. 7, pp. 1-65, 2015.
5. T. Dresel "Three-dimensional sensing of rough surfaces by coherence radar," / T. Dresel, G. Häusler, and H. Venzke, // Appl. Opt., vol. 31, pp. 919–925, 1992.

УДК 533.6

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМИЧЕСКОГО НАГРЕВА ВЕЩЕСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

*Лелевкин Валерий Михайлович, д.ф.-м.н., профессор, проректор Кыргызско-Российского Славянского университета, Кыргызстан, 720000, г. Бишкек, ул. Киевская 44, [lelevkin44@mail.ru](mailto:lelevkin44@mail.ru)*



Проводится математическое моделирование термического нагрева твердых, жидких и плазменных состояний вещества электромагнитным излучением. На основе проводимых расчетов и краткого теоретического анализа рассматриваются особенности термического нагрева керамических материалов, воды и газоразрядной плазмы при различных геометрических размерах, состава газа, мощности и частоты излучения.

**Ключевые слова:** керамика, вода, плазма, магнитная газодинамика, плазмотроны, электрическая дуга, высокочастотные разряды.

## MODELING OF THE THERMAL HEATING OF THE MATERIAL BY ELECTROMAGNETIC RADIATION

*Valery Lelevkin, d.p.-m.s., professor, vice-rector, Kyrgyz-Russian Slavic University, Kievskaya, 44, 720000 Bishkek, Kyrgyzstan, [lelevkin44@mail.ru](mailto:lelevkin44@mail.ru)*

Mathematical modeling of thermal heating of solid, liquid and plasma state of matter with electromagnetic radiation is performed. The features of thermal heating of ceramic materials, water and gas-discharge plasma at different geometrical dimensions, gas composition, power and frequency of radiation is considered on the basis of the carried out calculations and a brief theoretical analysis.

**Keywords:** pottery, water, plasma, magnetic gas dynamics, plasma torches, electric arc, high frequency discharges.

**Введение.** В настоящее время электромагнитное излучение начинает широко использоваться в нашей жизни для термического нагрева твердых, жидких и газоразрядных плазменных состояний вещества. Это очень удобно для практического применения, например, в космических исследованиях, на производстве и в быту. Объясняется это тем, что электромагнитное излучение является экологически чистым источником энергии, удобным для применения, регулирования и управления.

Вследствие нелинейных процессов, возникающих при взаимодействии электромагнитных полей с веществом, сложной техникой эксперимента и трудностями математического моделирования, данное направление находится в стадии интенсивного развития. В данной работе, на основе уравнений механики сплошных сред [3, 6-7, 12, 18], проводится математическое моделирование, численные расчеты и краткий теоретический анализ термического нагрева электромагнитным излучением керамических материалов, воды и газоразрядной плазмы при различных значениях геометрических размеров, подводимой мощности и частоты.

**Математическая модель.** Для теоретического описания нагрева твердых, жидких и газоразрядных плазменных состояний вещества электромагнитным излучением используются математические модели, основанные на уравнениях механики сплошных сред: теплофизики, электродинамики и газодинамики [3, 6-7, 12]:

$$\begin{aligned} \rho C_p (\partial T / \partial t + (\vec{V} \nabla) T) &= \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + Q_J; \\ \rho (\partial \vec{V} / \partial t + (\vec{V} \nabla) \vec{V}) &= \nabla \cdot (\eta \nabla \vec{V}) - \nabla P + f, \quad \partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0; \\ \nabla \times \vec{E} &= -\partial \vec{B} / \partial t; \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \partial \vec{D} / \partial t; \quad \nabla \cdot \vec{D} = \rho_e; \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

В случае неравновесной плазмы удовлетворительное согласие с опытными данными дает модель двух температурного приближения плазмы [6-7, 13, 18]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} n_e k T_e \right) + \nabla \cdot \left( \frac{5}{2} n_e k T_e \vec{V}_e \right) = Q_J + \nabla \cdot (\lambda_e \nabla T_e) - B_{ea} (T_e - T_n) - \phi_e - U_I \dot{n}_e, \quad (2)$$



$$\frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (n_a + n_i) k T_h + \frac{5}{2} \nabla \cdot (n_a + n_i) k T_h \vec{V} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T_h) + B_{ea} (T_e - T_h), \quad \frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \vec{V}_e) = \dot{n}_e.$$

$$\vec{V}_e = \vec{V} + \vec{V}_D + \vec{V}_A + \vec{V}_T, \quad \vec{V}_D = \sigma \vec{E} / e n_e, \quad \vec{V}_A = -D_A \nabla \ln n_e, \quad \vec{V}_T = -D_A \nabla \ln T_e / 2$$

Коэффициенты уравнений, отражающие реальные свойства вещества, задаются функциями температуры, давления и концентрации [13].

Рассмотрим в качестве некоторых примеров математического моделирования термического нагрева электромагнитным излучением некоторых керамических материалов, воды и газоразрядной плазмы.

**Микроволновой нагрев керамики.** При воздействии электромагнитного излучения на керамические материалы происходит поляризация вещества, связанная со смещением (внутренним трением) дипольных зарядов. Периодические изменения в напряжениях внутренних заряженных структур, приводят к нагреву материала керамики. Наличие воды в керамической массе усиливает диссипацию мощности электромагнитного поля и улучшает эффективность теплофизического нагрева изделия.

На основе решения системы уравнений (1), полагая  $\vec{V} = 0$ ,  $\rho, P = const$ , проводится теоретический анализ нагрева керамических материалов, состоящих из окиси алюминия, кремния, нитрида кремния и кварца в зависимости от подводимой мощности и частоты электромагнитного поля, геометрических размеров и формы изделия (плоский слой, цилиндр, сфера).

Получено [11, 17], что с изменением температуры нагрева коэффициент отражения, напряженность электрического поля и другие характеристик керамического материала периодически изменяются в зависимости от состава изделия, подводимой мощности и частоты электромагнитного излучения (рис. 1). Обнаружена фокусировка электромагнитного излучения, в зависимости от формы и размеров керамического изделия (рис. 1).

В микроволновой печи целесообразно проводить нагрев керамических изделий, заключенных в специальный материал с адиабатическими стенками. В этом случае сокращается время нагрева изделия, реализуется равномерный объемный температурный режим и исключается влияние газодинамических характеристик.

При нагреве керамического материала достижение определенных значений температуры имеет пороговый характер, зависящий от подводимой мощности микроволнового излучения (рис.2). «Ступенчатый» немонотонный вид изменения температуры изделия в процессе нагрева необходимо учитывать при технологии микроволнового спекания керамики.

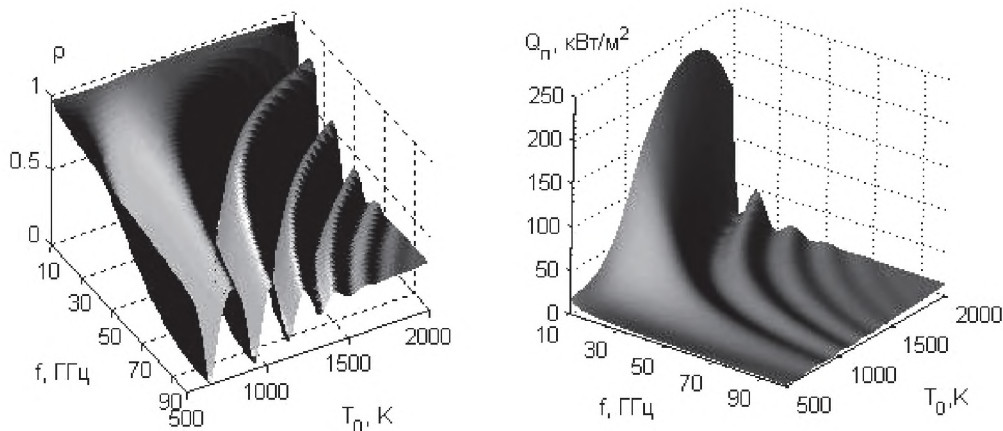


Рис. 1. Изменение коэффициента отражения  $\rho$  и подводимой мощности электромагнитного поля  $Q_n$  в зависимости от частоты микроволнового излучения  $f$  и температуры в центре пластины  $T_0$

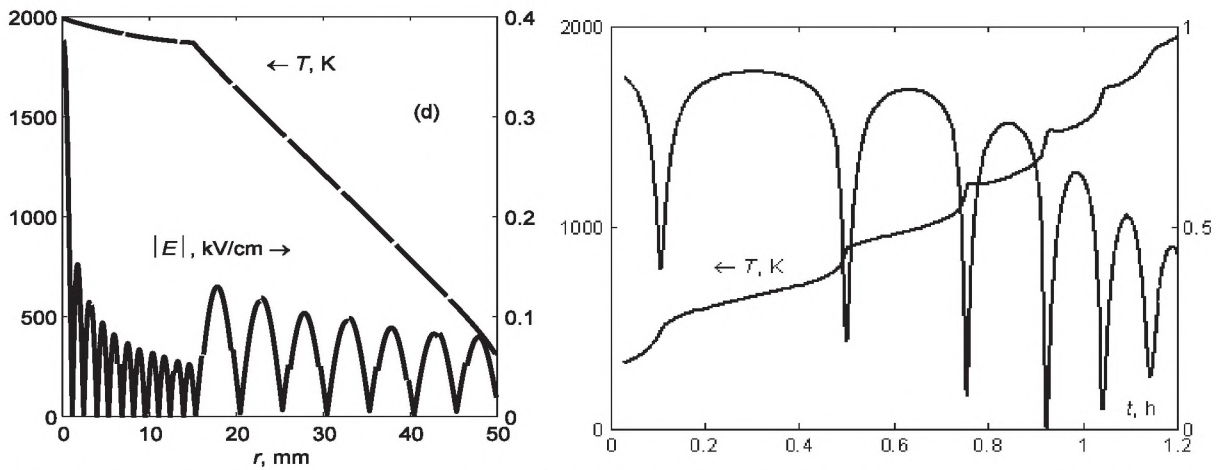
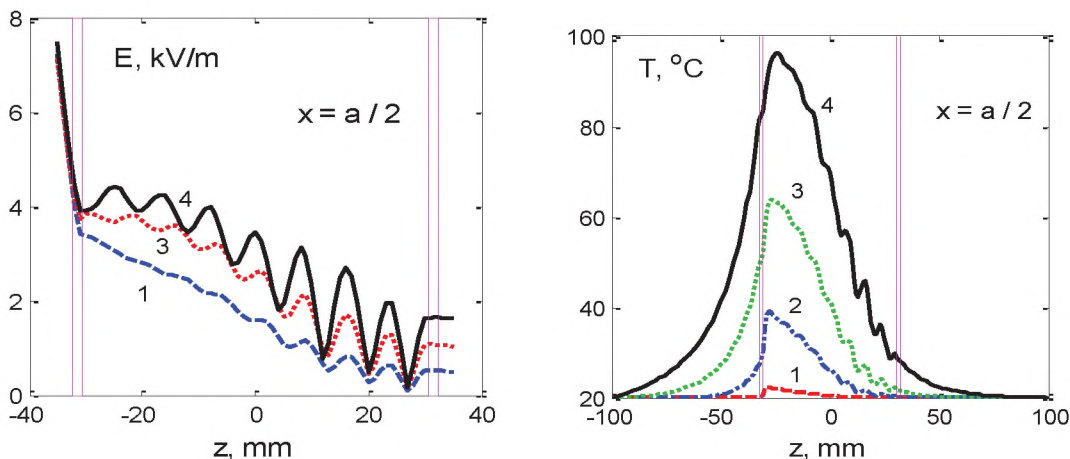


Рис. 2. Распределение температуры и напряженности электрического поля при нагреве керамического цилиндра  $\text{Al}_2\text{O}_3$  в микроволновой печи (слева,  $t = 0,85$  с); изменения осевой температуры и коэффициента отражения (справа)

**Микроволновой нагрев воды.** На основе решения системы уравнений (1), проводится теоретический анализ нагрева воды, заключенную в стеклянные емкости: плоский слой, цилиндр [10]. При воздействии электромагнитного излучения происходит поляризация воды (смещения электронов относительно ядер кислорода и водорода), что приводит к диссипации мощности электромагнитного поля и нагреву воды. Установлено, что при увеличении температуры воды происходит фазовый сдвиг электромагнитного поля и смещение областей пучностей и узлов электрического поля, что изменяет гидродинамическую картину течения и ускоряет процесс нагрева. Время нагрев воды до температуры  $\sim 60^\circ\text{C}$  происходит в 5 раз медленнее, чем дальнейший её нагрев до температуры кипения.

Для электромагнитных частот ( $f > 0.3$  ГГц) интенсивный нагрев плоского слоя воды происходит вблизи стеклянных стенок вплоть до температуры кипения (рис. 3). Для  $f < 0.3$  ГГц максимумы температуры реализуется на оси симметрии. Время нагрева воды до температуры кипения, практически пропорционально подводимой мощности электромагнитного поля. В зависимости от геометрических размеров стеклянной емкости (толщина плоского слоя, радиус цилиндра, сферы) или частоты электромагнитного поля наблюдается периодическое изменение коэффициента отражения.

Электромагнитное излучение свободно проходит сквозь «тонкие» слои воды и полностью поглощается «толстыми». По мере прогрева воды увеличивается расстояние прохождения электромагнитного излучения в глубину емкости, - эффект «самопросветления воды», обнаруженный в экспериментах Института общей физики им. А.М. Прохорова РАН (Москва).





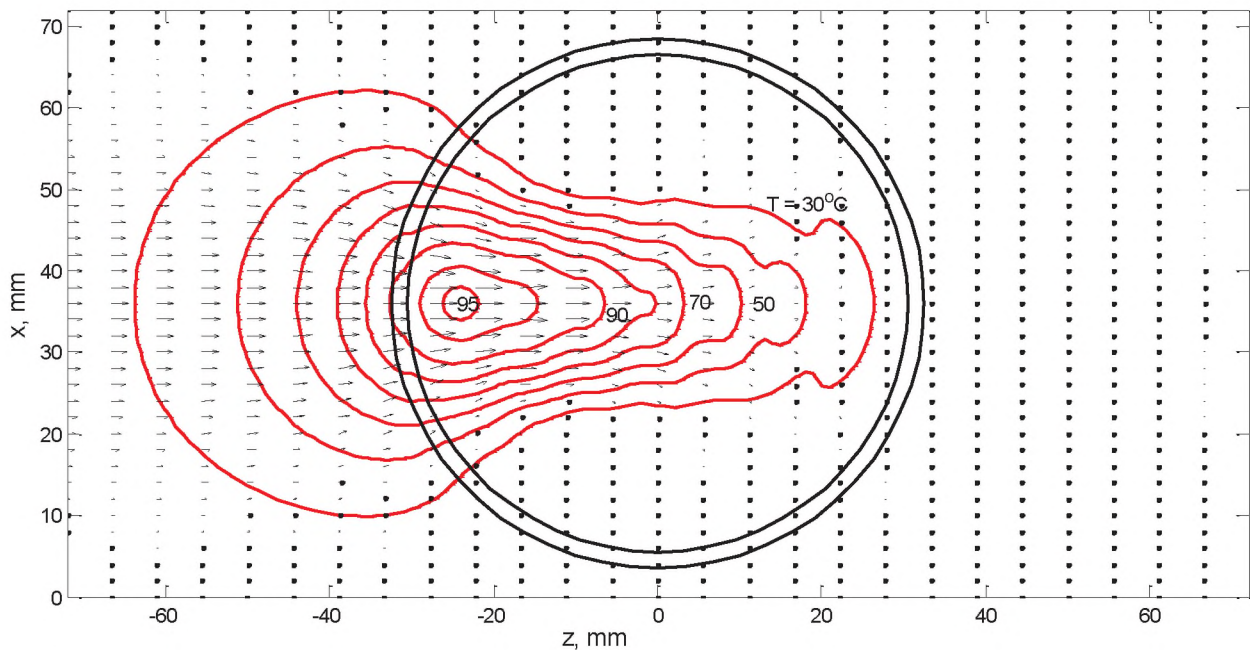


Рис. 3. Изменения напряженности электрического поля и температуры в цилиндрическом стакане воды:  $t = 1$  (1), 10 (2), 30 (3), 70 с (4); распределение температуры и вектора Умова-Пойнтинга (стрелки) в конце нагрева:  $t = 70$  с,  $f = 2.45$  ГГц

**Коронный разряд.** Для описания теплофизических, электромагнитных и газодинамических характеристик, на основе уравнений (1), разработана математическая модель коронного разряда [1]. Разряд горит в воздухе при атмосферном давлении с поверхности платиновой проволоочки радиусом  $R_{in}$  (внутренний электрод) в системе коаксиальных цилиндров (внешний электрод – цилиндрическая алюминиевая труба).

*Корона с «холодным» коронирующим электродом.* При отсутствии нагрева платиновой проволоочки ( $Q_J = 0, I = 0$ ) в коронном разряде реализуется течение проводящего газа (*электрический ветер*), обусловленное действием электрических сил (рис. 4-5). Перепад давления в среднем сечении между внешним и внутренним электродами определяется из выражения, полученного из уравнения движения без учета вязкости.

$$p_{ex} - p_{in} = \frac{i_c}{2\pi\epsilon} \ln R_{ex} / R_{in},$$

*Корона с «высокотемпературным» коронирующим электродом.* «Джоулево тепло», выделяющееся в платиновой проволоочки, инициирует кондуктивный перенос тепла и конвективное течение газа. С увеличением электрического тока повышается температура коронирующего электрода, возрастает интенсивность восходящего потока газа и скорость электрического ветра.

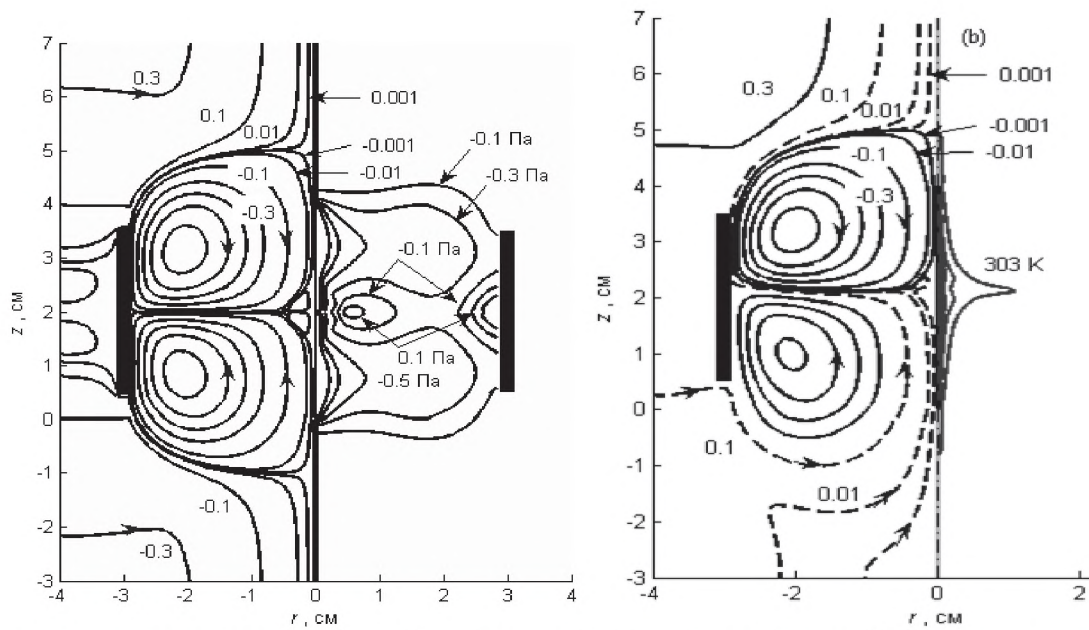


Рис. 4. Линии тока газа  $G(r, z)/G_{\max}$  (шаг 0.2): (а) –  $I_c = 22$  мкА,  $G_{\max} = 0.8$  г/с, изобары перепада давления  $p(r, z)$  (шаг 0.2 Па) коронного разряда; (б) –  $I_c = 3$  мкА,  $I = 1.41$  А,  $G_{\max} = 0.27$  г/с, изотермы (от 303 К, шаг 10 К)

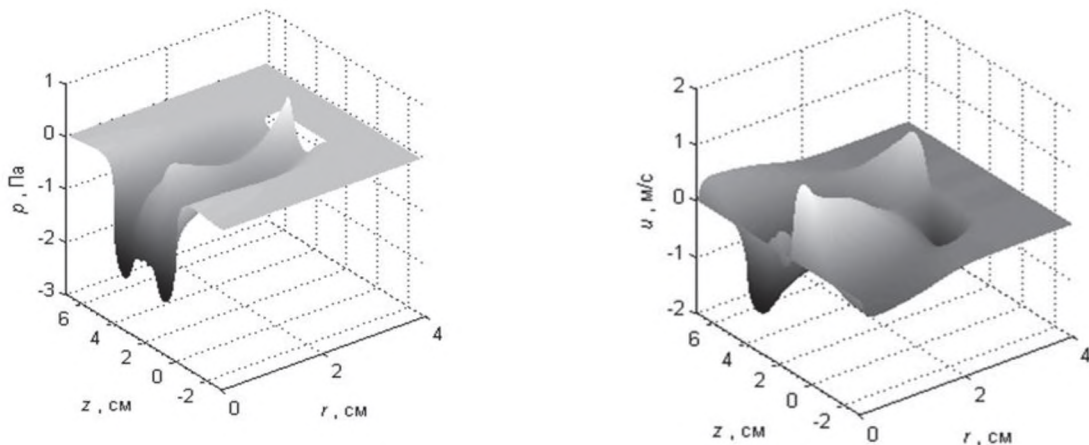


Рис. 5. Распределения характеристик коронного разряда:  $I_c = 22$  (кривая 1), 10 (2) мкА,  $R_{in} = 0.15$  мм,  $L_{in}$  – радиус и длина коронирующего электрода

**Трансформаторный плазмотрон.** На основе уравнений (2) проведен расчет течения и нагрева газа в плазмотроне трансформаторного типа (рис. 6) [5]. Результаты согласуются с экспериментальными значениями, проводимыми в Институте теплофизики СО РАН.

Безэлектродная «спектрально чистая» плазма нагревается за счет «джоулева тепла» замкнутых индукционных токов, образующих вторичный виток, связанный магнитопроводом с первичной обмоткой. Установлено, что плазма термически неравновесная по всему сечению разрядной камеры: максимумы температуры электронов и тяжелых частиц смещены к центру кривизны тора (рис. 7). Электромагнитные  $f_e$  и гравитационные  $f_a$  силы в сечении разрядной камеры формируют газодинамическую картину с направлением течения

$$\operatorname{tg} \beta = f_e / f_a = \mu_0 I^2 / \rho_R g L_k \pi_*^2.$$



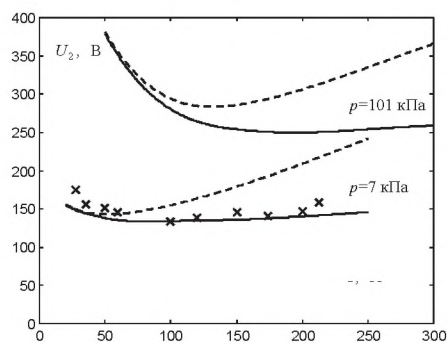
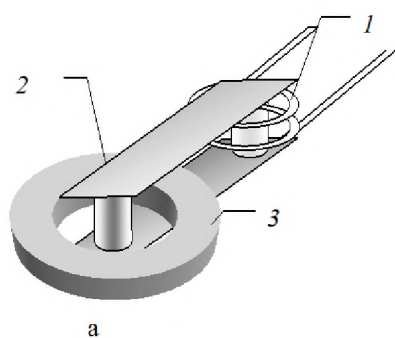


Рис. 6. Трансформаторный плазмотрон: 1-первичная обмотка, 2-магнитопровод, 3-разрядная камера. Вольт-амперные характеристики трансформаторного разряда в аргоне:  $f=10$  (сплошная линия), 100(пунктирная) кГц; + эксперимент

Обнаруженный эффект прокачки газа электромагнитными силами через нагретую плазму позволяет создать конструкцию «**экологического плазмотрона**» трансформаторного типа. Благодаря действию электромагнитных сил, ядовитые химические соединения окружающего газа всасываются через внутренние отверстия тороидальной камеры плазмотрона и прокачиваются сквозь его сечение (рис. 7). Под действием высокой температуры разряда, происходит разложение химических соединений на составные части и путем их последующей «закалки» на выходе из канала, очищенный газ через внешние отверстия поступает в окружающую среду.

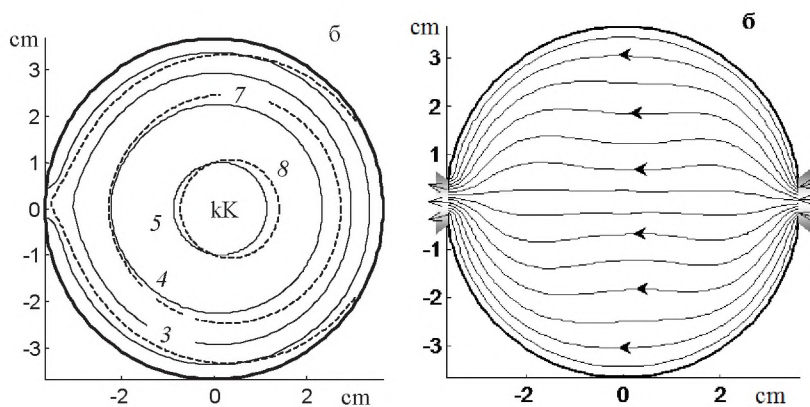


Рис. 7. Температура электронов (пунктирные линии), тяжелых частиц (сплошные) и линии тока газа аргона в камере тороидального разряда:  $f=10$ кГц;  $p=7$ кПа,  $I=50$ А(1), 200А(2);  $p=101$ кПа(3),  $I=200$ А

**Микроволновой разряд.** В зависимости от конструкции и способов подвода мощности электромагнитного излучения [3, 6], можно выделить различные типы электрических разрядов в СВЧ полях, из которых самый удобный для математического моделирования является **разряд радиального типа**. Разряд горит в протяженном диэлектрическом канале под действием радиально-симметричного электромагнитного излучения. На основе решения равновесной системы уравнений (1), установлены 3 режима горения микроволнового разряда в зависимости от подводимой мощности электромагнитного излучения (рис. 8).

Проведен численный анализ горения микроволнового **разряда на волне  $H_{10}$**  при односторонним и двухсторонними подводом мощности электромагнитного излучения ТЕ-волной в прямоугольном волноводе (рис.9) [3, 6]. Результаты расчета согласуются экспериментальными данными ИВТ РАН.

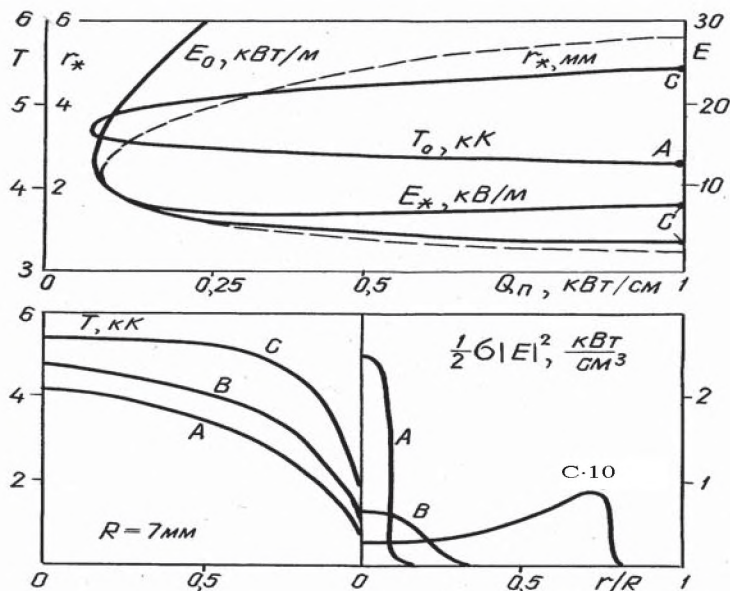


Рис. 8. Зависимость характеристик микроволнового разряда в аргоне от подводимой мощности электромагнитного излучения: А – диффузный режим, В – переходной, С – контрагированный

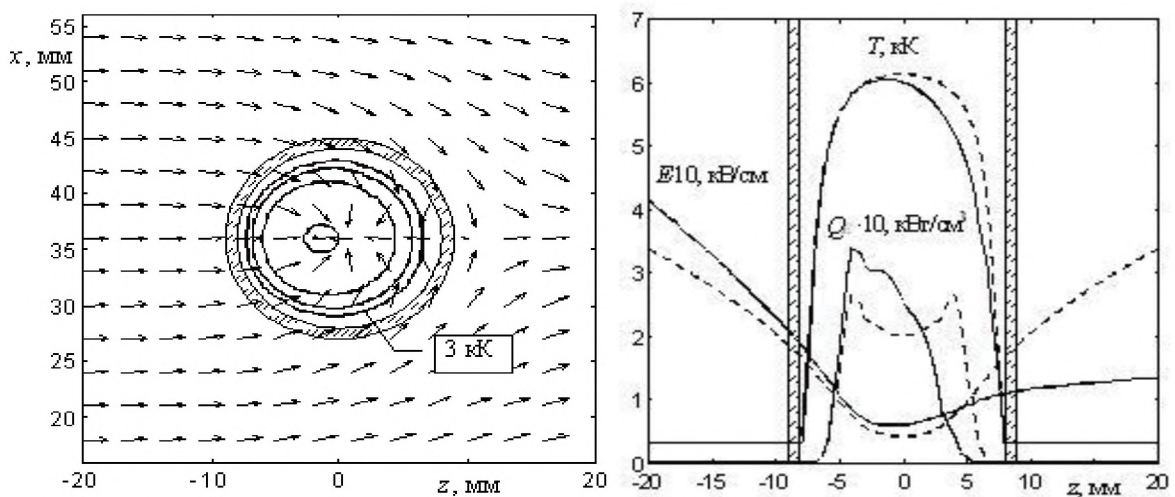


Рис. 9. Характеристики микроволновых разрядов на волне  $H_{10}$  при одностороннем (сплошные линии) и двухстороннем (пунктирные) подводе мощности электромагнитного поля (стрелки - вектор Умова-Пойнтинга)

**Коаксиальный разряд в потоке газа**, полученный в институте общей физики им. А.М. Прохорова РАН (Москва) [2, 6]. Из решения уравнений (1) установлено, что натекающий на плазму поток «холодного газа», оказывает динамическое давление на разряд и способствует образованию «крутого» переднего фронта (рис.10). Газ нагревается, расширяется и через передний фронт протекает  $\sim 1\%$  от подводимого расхода, а остальное количество газа обтекает разряд. Электромагнитная волна взаимодействует с плазмой микроволнового разряда, отражается от поверхности ядра и распространяется вдоль его границы. Вблизи переднего фронта происходит усиление (фокусировка) напряженности электрического поля, выделяется большая мощность электромагнитного излучения, идет интенсивная ионизация газа и формирование вдоль границы ядра стоячей электромагнитной волны.

В микроволновом разряде установлены две характерные области:



1. Высокотемпературное, токопроводящее ядро с высокой концентрацией электронов, приводящей к затуханию электромагнитной волны на расстоянии равном толщине скин-слоя;

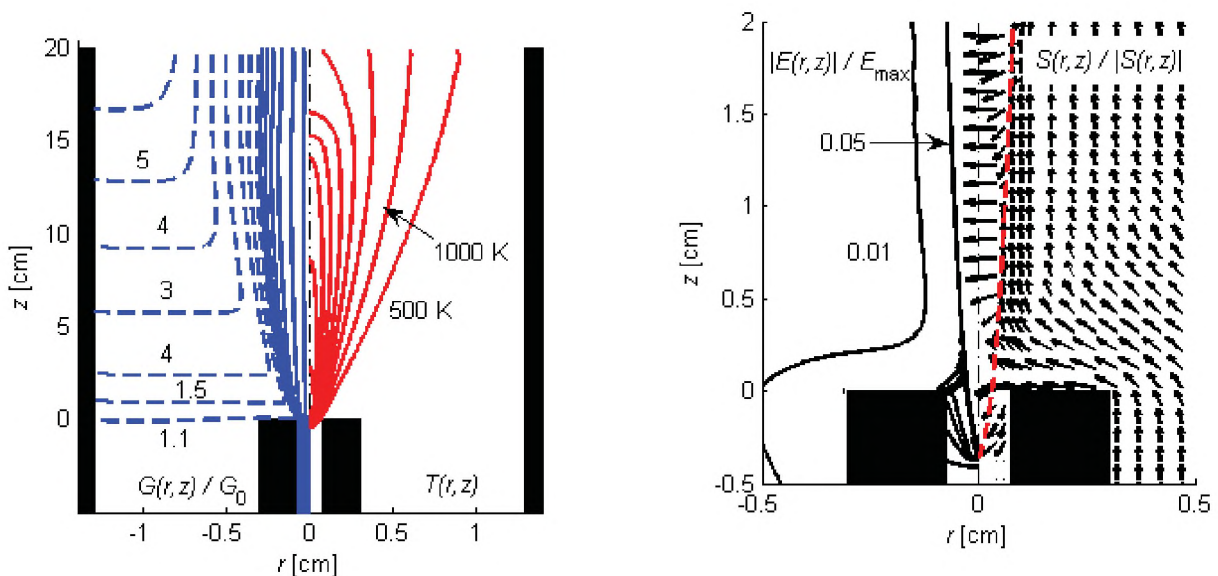
2. Расширяющийся бестоковый плазменный факел (диэлектрическая шуба), в котором распространяется поверхностная стоячая электромагнитная волна.

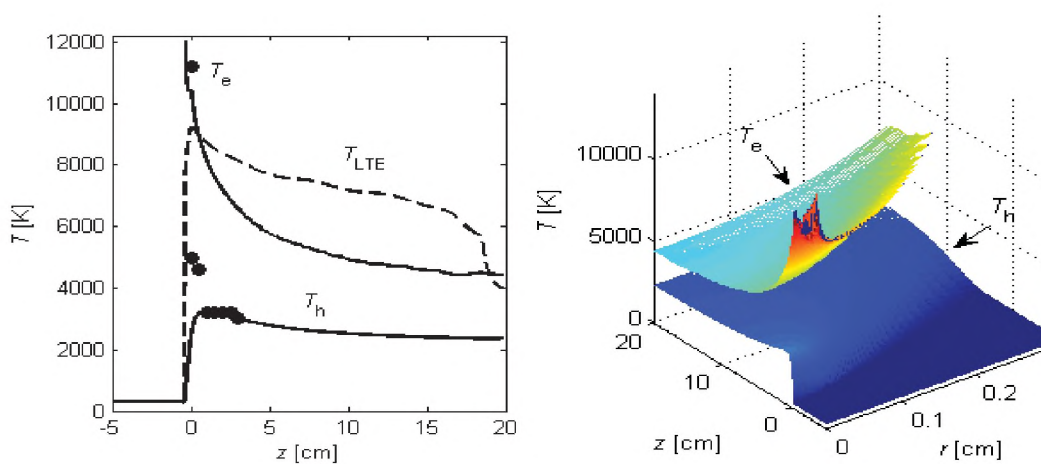
Ядро плазмы в коаксиальном канале является как бы вторым внутренним электродом, способствующим распространению электромагнитной волны. Результаты расчета согласуются с экспериментальными данными [2].

Как установлено из решения системы уравнений (2), неравновесность плазмы микроволнового разряда качественно изменяет газодинамическую картину течения в канале СВЧ плазмотрона: от режима «обтекания» газом переднего фронта равновесного СВЧ разряда наблюдается режим «протекания» газа (рис.10). Причем количество протекающего газа, возрастает с увеличением температурной неравновесности плазмы.

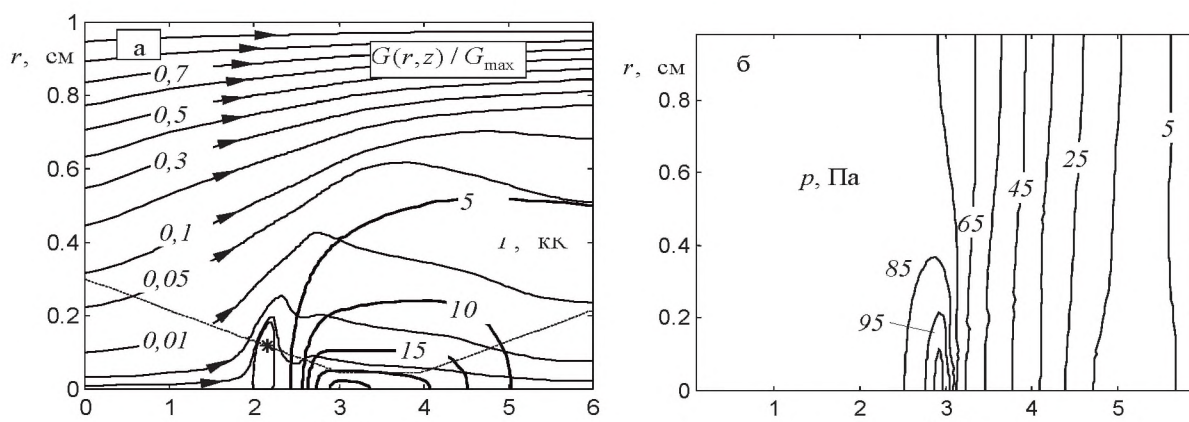
**Непрерывный оптический разряд (НОР).** Как показали результаты расчета [6, 14], в оптическом разряде реализуется высокотемпературное ядро ( $T > 15$  кК) в виде тонкой «плазменной иглы», находящейся практически в области фокуса (рис. 11). Набегающий «холодный поток газа» тормозится ядром НОР и обтекает (более 99%) нагретую область разряда ( $T > 10$  кК). В фокусе лазерного луча температура максимальна, а с удалением от него температура уменьшается, плотность растет и происходит постепенный приток газа в приосевую область. Форма ядра определяется энергией подводимой излучением лазерного луча, конвективными и кондуктивными потоками, отводящими диссипируемую лучистую энергию из светового конуса. Численные расчеты установившегося движения НОР в параллельном луче неодимового лазера, подтвердили режим преимущественного обтекания газом высокотемпературной области. Результаты согласуются с экспериментами ИОФ РАН. Для оценок скорости течения газа перед фронтом (плотность  $\rho_\infty$ ) и за фронтом ( $\rho_0$ ) разряда из решения уравнения Бернулли вытекают выражения:

$$u_0 = \kappa u_\infty / \sqrt{2\kappa - 1}, \quad \kappa = \rho_\infty / \rho_0.$$





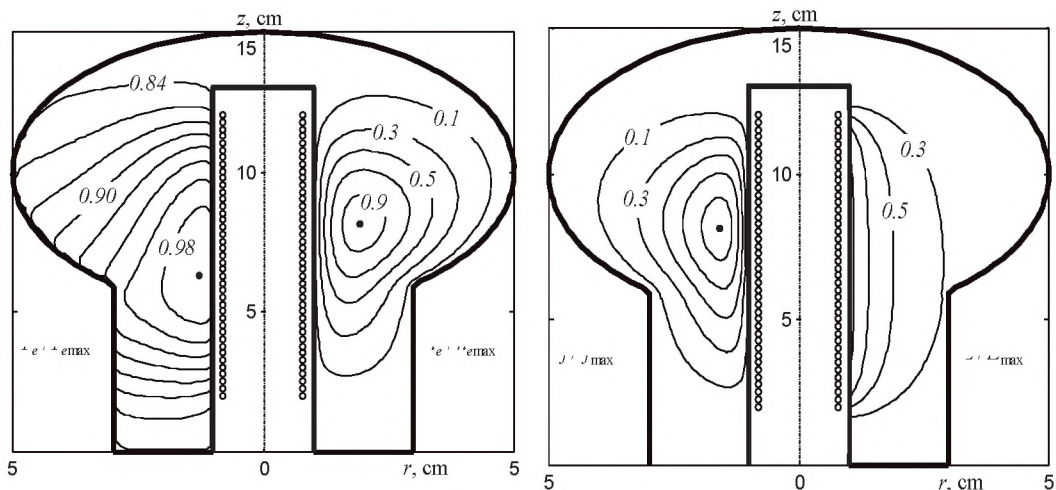
**Рис. 10.** Характеристики микроволнового разряда аргона:  
 точки – эксперимент,  $S(r, z)$  – вектор Умова-Пойнтинга,  $R_k(z)$  – граница ядра



**Рис. 11.** Распределение температуры, линий тока газа (а) и избыточного давления (б):  
 $P = 5$  кВт,  $u_0 = 8$  м/с ( $G_{\max} = 2,9$  г/с) (пунктир - граница лазерного луча радиус 3 мм,  
 точка фокусировки 3 см, радиус каустики 0,45 мм)

**Индукционная лампа.** Разработана математическая модель индукционной лампы [6]. Отсутствие электродов позволяет реализовать неограниченный ресурс работы источника света и практически неизменный световой поток в процессе эксплуатации. Горение ртутно-аргонового разряда низкого давления поддерживается за счет выделения джоулева тепла круговых индукционных токов, образующих вторичный виток обмотки. Роль первичной обмотки сводится к возбуждению тока в ферритовом стержне, который рассматривается как соленоид конечной длины с постоянной плотностью тока. Вблизи среднего сечения ферритового стержня формируется токопроводящая тороидальная зона разряда с разнесенными максимумами температуры, концентрации электронов и плотности электрического тока (рис. 12).





**Рис. 12.** Распределения температуры, концентрации электронов, плотности электрического тока и напряженности электрического поля:  $p_{Ar} = 1$  тор,  $p_{Hg} = 5$  мтор,  $\omega/2\pi = 2,65$  МГц,  $Q_d = 85$  Вт,  $I = 10,9$  А,  $T_{emax} = 1,52$  эВ,  $n_{emax} = 1,02 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $j_{emax} = 1,26 \text{ А/см}^2$ ,  $E_{emax} = 2,85 \text{ В/см}$

**Электрическая дуга.** Данный тип электрических разрядов теоретически исследован довольно подробно в работах [4, 6, 8, 13, 18]. Расчет протяженной электрической дуги в каскадном канале на основе равновесной модели плазмы показал (рис. 13), что условно можно выделить три режима горения дуги:

1. Отвод джоулева тепла осуществляется, в основном, теплопроводностью. Ветви вольт-амперных характеристик (ВАХ) падающие из-за расширения токопроводящего ( $\sigma \neq 0, j \neq 0$ ) столба дуги. Наблюдается подобие ВАХ в переменных  $ER, I/R$ . Профиль температуры близок к параболе;

2. Заметна роль излучения в балансе энергии. Напряженность электрического поля достигает минимума ( $E = E_{\min}, \partial E / \partial I = 0, \partial E / \partial T = 0, R = \text{const}$ ). Размеры токопроводящего столба дуги соизмеримы с радиусом канала.

3. Диссипируемая электрическая энергия выносится из столба дуги, в основном, излучением. ВАХ возрастающие и практически линейные от тока дуги. Наблюдается расслоение ВАХ в переменных  $ER, I/R$ . Происходит наполнение профиля температуры. В предельном случае:

$$(\sigma E_*^2 = \varphi, r_*/R \approx 1): T(r) \approx T_0, E_* = \sqrt{\varphi_e / \sigma}, j_* = \sqrt{\sigma \varphi_e}, I_* = \pi R^2 j_*.$$

Результаты расчета проводимого на основе уравнений (2) лучше согласуются с опытными данными (ИВТ РАН), чем из уравнений (1). Профиль равновесной температуры всегда завышен на оси и занижен у стенок канала, т.е. реализуются более узкий токопроводящий канал дуги и высокие значения напряженности электрического поля по отношению к эксперименту. Вблизи стенок канала наблюдается отрыв температуры тяжелых частиц от температуры электронов  $\sim (5 \div 8)$  кК, а на оси дуги это становится заметным при  $I < 30$  А. В области  $I/R < 20$  А/мм необходимо использовать двух температурную модель плазмы, а при  $I/R > 20$  А/мм обе модели дают удовлетворительное согласие с опытными данными. При  $I/R > 60$  А/мм в балансе энергии следует учитывать перенос излучения.

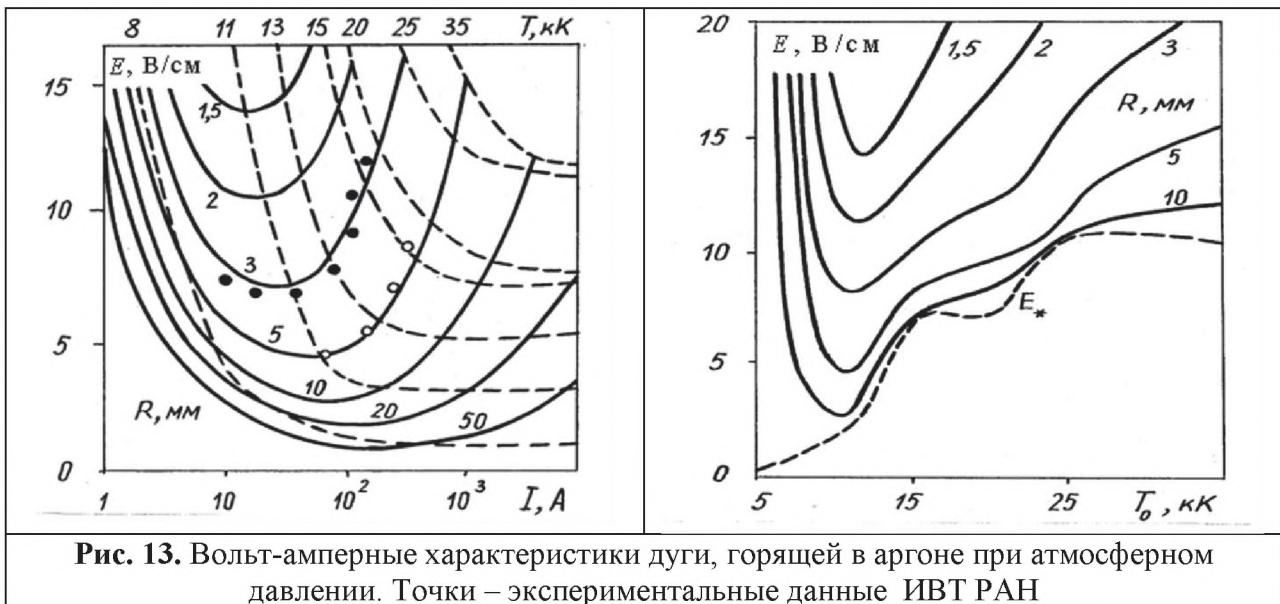


Рис. 13. Вольт-амперные характеристики дуги, горящей в аргоне при атмосферном давлении. Точки – экспериментальные данные ИВТ РАН

**Плазмотрон с профилированным каналом.** В профилированном канале с вольфрамовым катодом и коническим медным анодом основной нагрев газа (рис. 14) происходит в области сужения сопла. Расширение канала (анода) приводит к резкому уменьшению температуры, давления и создает условия для интенсивного ускорения потока плазмы. Наблюдается смещение линий электрического тока по поверхности анода и образование плазменной петли из-за газодинамического влияния потока и электромагнитного взаимодействия анодной и катодной струй плазмы. В отличие от аргона неравновесность в гелиевой плазме заметна по всему сечению канала даже при токах  $\sim 200$  А.

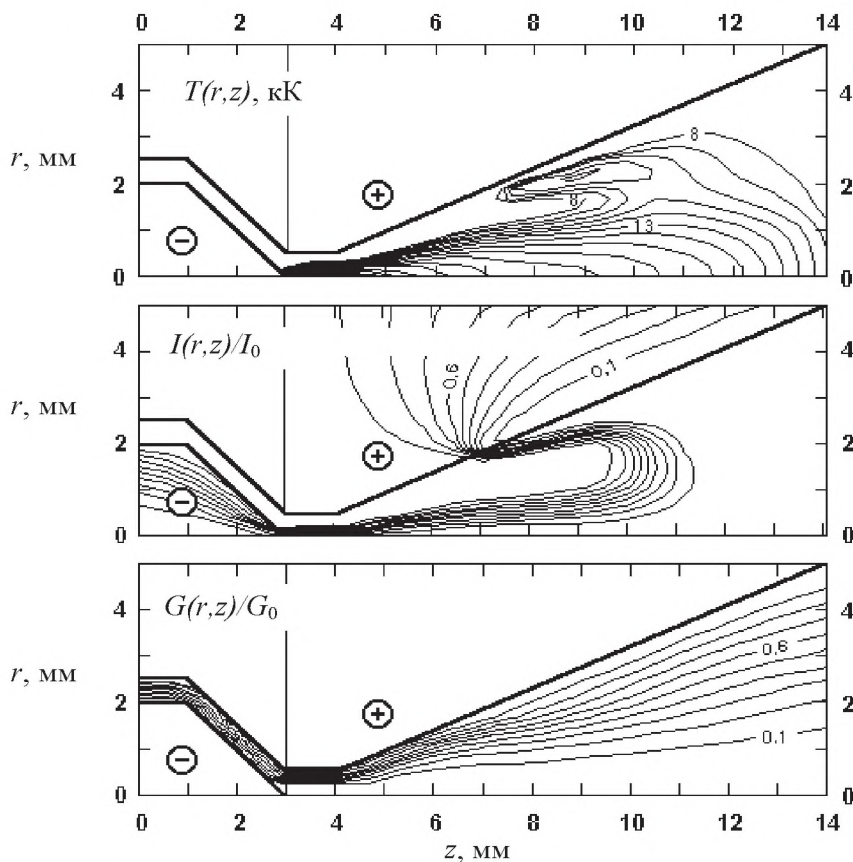


Рис. 14. Гелиевая дуга в канале с коническим анодом: изотермы с шагом 1 кК, линии электрического тока и тока газа с шагом 0,1;  $I_0 = 100$  А;  $G_0 = 1000$  см<sup>3</sup>/с.



**Короткая открытая дуга.** Из решения уравнений (1, 2) получены характеристики аргоновой дуги от конусного вольфрамового катода до плоского медного анода (рис. 15). Линии электрического тока сгущаются к вершине катода и расходятся в аноде. В дуге, особенно у электродов, давление повышено за счет сжатия токопроводящего ствола собственными электромагнитными силами (пинч-эффект). Изменение градиента давления совместно с электромагнитными силами приводят к возникновению потоков плазмы. Дуга, как электромагнитный насос, затягивает газ из окружающей среды, нагревает, ускоряет и прокачивает его в направлении от электродов. При взаимодействии интенсивной катодной струи с относительно слабой анодной формируется колоколообразная форма ствола.

Цилиндрическое углубление на поверхности анода приводит к перестройке характеристик дуги у поверхности анода (рис. 15). Увеличивается длина столба дуги и площадь занимаемая плазмой и, как следствие, возрастают диссипируемая электрическая мощность и потоки тепла в анод.

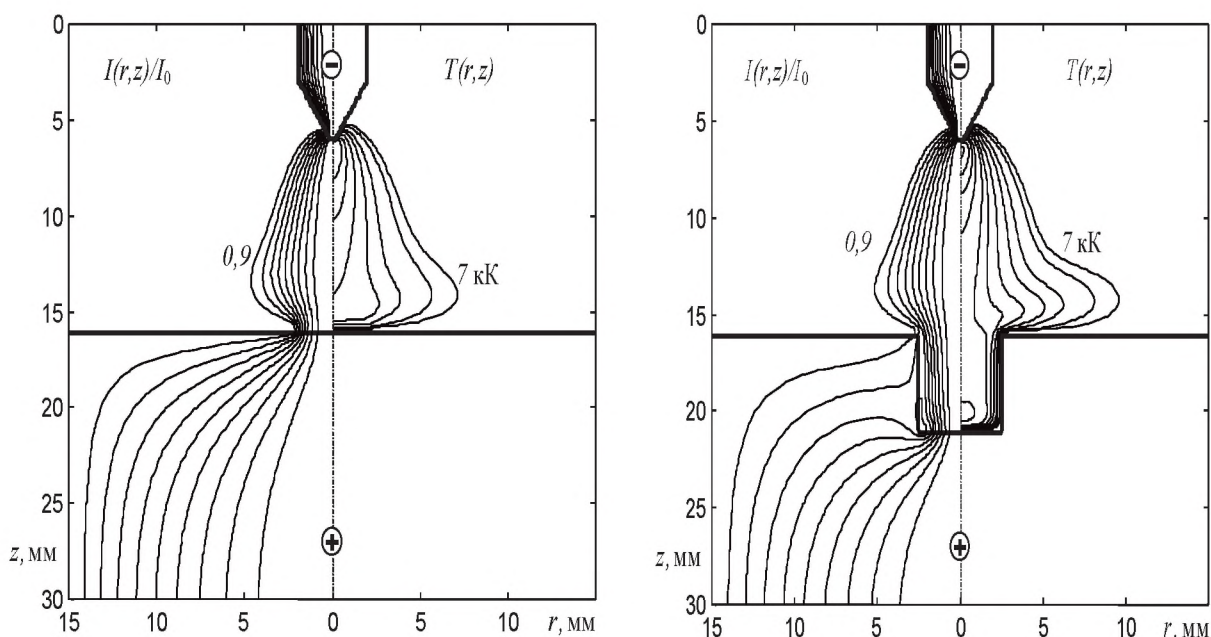


Рис. 15. Дуга в аргоне:  $I = 200$  А; линии электрического тока с шагом 0,1; изотермы с шагом 2 кК;

**Выводы.** Проведено математическое моделирование и численный анализ теплофизических процессов, протекающих при термическом нагреве электромагнитным излучением керамических материалов, воды и плазмы. Из сравнения результатов расчета и эксперимента установлено, что изменения характеристик рассматриваемых веществ, полученных на основе решения уравнений механики сплошных сред, отражают реальную картину протекающих процессов при термическом нагреве. Данные математические модели могут быть использованы для предварительных инженерных оценок изменения теплофизических характеристик керамических материалов, воды и плазмы при их термическом нагреве электромагнитным излучением. На основе численных расчетов можно определить оптимальные режимы различных источников электромагнитного излучения при термическом нагреве рассматриваемых веществ и рекомендовать их использование для практических целей.

Для изучения физических явлений, протекающих в твердых, жидких, газообразных и плазменных средах при термическом нагреве, необходимо дальнейшее развитие теории взаимодействия электромагнитного излучения с веществом при учете их молекулярных, атомных и, возможно, квантовых свойств.



### Список литературы

1. Ашмарин Г.В. Формирование линейного коронного факельного разряда/ Г.В. Ашмарин, В.М. Лелевкин, А.В. Токарев // Физика плазмы. 2002. Т. 28.- № 10. С. 939 – 945.
2. 2.. Микроволновый разряд в коаксиальном канале (численный анализ)/ С.И. Грицинин, А.М. Давыдов, И.А Косый и др // Физика плазмы, 2013. Т. 39, № 7, с. 655-667.
3. ВЧ-СВЧ плазмотроны. Низкотемпературная плазма. Т. 6/ С.В. Дресвин, А.А. Бобров, В.М. Лелевкин и др.- Новосибирск, Наука. Сибирское отделение, 1992. – 319 с.
4. Электрическая дуга – генератор низкотемпературной плазмы/ А. Жайнаков, В.М Лелевкин, В.С Мечев, Р.М. Урусов–Бишкек: Илим, 1990.- 440 с.
5. Кулумбаев Э.Б. Экологический» плазмотрон трансформаторного типа/ Э.Б. Кулумбаев, В.М. Лелевкин// Письма в ЖТФ, 1998, т.24.- №8.- с.20-24.
6. Кулумбаев Э.Б. Моделирование и расчет электрических разрядов. Энциклопедия низкотемпературной плазмы. X1-5. Прикладная химия плазмы /Э.Б. Кулумбаев, В.М. Лелевкин ,В.Ф. Семенов.- М.: Янус-К, 2006. - с. 437-501.
7. Ландау Л.Д. Электродинамика сплошных сред/ Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц.- М.: Физматгиз, 1959. - 230 с.
8. Моделирование микроволнового нагрева воды/ В.М. Лелевкин, Э.Б. Кулумбаев, П.В. Козлов, К.Ж Кайрыев.- Бишкек: КРСУ, 2009. – 160 с.
9. Моделирование и технология получения керамики на основе кремния. Под общей ред. Лелевкина В.М., Каныгиной О.Н. – Бишкек: Изд-во КРСУ, 2008. – 208-222 с.
10. Райзер Ю.П. Физика газового разряда/ Ю.П. Райзер.- М.: Наука, 1987. -592 с.
11. Теория столба электрической дуги. Низкотемпературная плазма. Т. 1. / В.С. Энгельшт, В.Ц Гурович, Г.А. Десятков и др.. Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1990. – 376 с.
12. Gurovich V.Ts., Kulumbaev E.B., Lelevkin V.M. Gas-Dynamic Regime of Slowly Burning Optical Discharges. Plasma Physics Reports. Vol.24, No.11. 1998. pp.943-947.
13. Kozlov P.V., Rafatov I.R., Kulumbaev E.B., Lelevkin V.M. On modelling of microwave heating of a ceramic material // Journal of Physics D: Applied Physics. - 2007. - Vol. 40.-P. 2927-2935.
14. Lelevkin V.M., Otorbaev D.K., Seham D.C. Physics of non-equilibrium plasmas. North-Holland. – Amsterdam (the Netherlands), 1992. – 412 p.

УДК 517.928

### НАРУШЕНИЕ ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЙ ВЫРОЖДЕННОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ УРАВНЕНИЙ С АНАЛИТИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ

*Мурзабаева Айтбу Бусурманкуловна, преподаватель ОшГУ, Кыргызстан, 723500 г.Ош, ул. Исанова 81, e-mail: [aytbu.murzabaeva@mail.ru](mailto:aytbu.murzabaeva@mail.ru)*

В данной работе рассматривается сингулярное возмущенное обыкновенное дифференциальное уравнение с аналитическими функциями в некоторой области комплексной плоскости. Вырожденное уравнение соответствующее данному уравнению имеет двух решений. Доказано, что в рассматриваемой области изменения аргумента существуют подобласти. Также существуют решения рассматриваемого уравнения, которые в этих подобластях стремятся к определенным решениям вырожденного уравнения. Ранее такие задачи изучены только для случаев, когда вырожденное уравнение имело единственное изолированное решение.