Список литературы

1. 1.Айвазян С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики: Учебник для вузов/ С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян.- М.- ЮНИТИ, 1998.
2. Бокс Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление/ Дж.Бокс, Г. Дженкинс Пер. в анг. – М.: Мир, 1974.
3. Грубер Й. Эконометрия 1: Введение во множественную регрессию и эконометрию/ Й. Грубер . Ч.1,2,3. Б.м.: Б.и., 1993.
4. Джонстон Дж. Эконометрические методы / Дж. Джонстон . М.-Статистика, 1980.
5. Доугерти К. Введение в эконометрику/ К.Доугерти. М.: ИНФРА – М.- 1997.
6. Дрейпер Н. Прикладной регрессионный анализ: В 2-х кн./ Н.Дрейпер, Г. Смит.- М.- Финансы и статистика, 1987-88.
7. Кейн Э. Экономическая статистика и эконометрика / Э. Кейн. М.- Статистика, 1977.
8. Магнус Я.Р.Эконометрика: Начальный курс / Я.Р. Магнус, П.К. Катышев, А.А. Пересецкий .- М.- Дело, 2000.

УДК 519.8

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛЯ МЕЖДУ ПОТРЕБИТЕЛЯМИ МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ РАСЧЕТОВ

Джакыпбеков Каныбек, *кандидат физико-математических наук, профессор, Института горного дела и горных технологий им. У.Асаналиева. г. Бишкек, Кыргызская Республика,*
e-mail: (kanybek@mail.ru).
Асанкулова Майрам, *кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института теоретической и прикладной математики НАН КР;*
e-mail: May_as@mail.ru
Жусупбаев Амангельди, *доктор физико-математических наук, зав. лабораторией Института теоретической и прикладной математики НАН КР;*
e-mail: aman_jus@mail.ru
Жусупбаева Гульзат Амангельдиевна, *кандидат физико-математических наук, доцент Кыргызского национального аграрного университета им. КИ. Скрябина;*
e-mail: aman_jus@mail.ru

В работе рассматривается проблема оптимизации распределения угля между потребителями (потребителями на основе договора и оптовыми покупателями) по критерию максимума чистого дохода предприятиями ассоциации угольной промышленности. Предлагается метод решения задачи. Полученные результаты могут быть использованы хозяйствующими субъектами горнодобывающих отраслей.

Ключевые слова: месторождения угля, математическая модель, потребитель, прибыль.

THE SOLUTION OF THE PROBLEM OF DISTRIBUTION OF COAL BETWEEN CONSUMERS BY SUCCESSIVE CALCULATION

Dzhakypbekov Kanibek, *candidate of physical and mathematical sciences, professor of the Institute of mining and mountain technologies named after. U. Asanaliev. Bishkek, Kyrgyz Republic;*
e-mail: kanybek@mail.ru.
Asmankulova Mairam, *Candidate of Physical and Mathematical Sciences, senior researcher at the Institute of Theoretical and Applied Mathematics, National Academy of Sciences;*
e-mail: May_as@mail.ru;

Zhusupbaev Amangeldy, *Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head. Laboratory of the Institute of Theoretical and Applied Mathematics, National Academy of Sciences;*
e-mail: aman_jus@mail.ru;
Zhusupbaeva Gulzat Amangeldievna, *candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the Kyrgyz National Agrarian University. By Skryabin;*
e-mail: aman_jus@mail.ru

The paper considers the problem of optimizing the distribution of coal between consumers (consumers on the basis of the contract and wholesale customers) under the criterion of maximum net income of the enterprises of the coal industry association. A method of solving the problem.The results can be used by business entities mining industries.

Key words: coal deposits, mathematical model, the consumer , profits.

Постановка задачи. Пусть в составе ассоциации угольной промышленности имеется m предприятий (месторождений угля)A_i, $i=1,2,...,m$ с объемами добычи угля, за планируемый период равной величине a_i. Добытая уголь в предприятиях A_i, $i=1,2,...,m$ распределяется между потребителями B_j с объемами потребности b_j, $j\in J=\{1,2,...n_1,n_1+1,...,n\}$. Потребители $j\in J_0 = =\{1,2,...n_1\}$ составили договор с предприятиями угольной промышленности о обязательной поставке, а потребители $j\in J^*=\{ n_1+1,...,n\}$ являются оптовыми покупателями. Ассоциация угольных предприятий сам решает, какое количество угля от каждого угледобывающего предприятия выделить на обязательные поставки и распределить между $j\in J_0$. Другая часть угля, выделенная для оптовых покупателей (на свободный рынок), распределяется по предпочтению самими покупателями $j\in J^*$.

Требуется определить такое множество угледобывающих предприятий, поставляющий уголь потребителям по договору и оптимальный план реализации угля остальным покупателям с учетом их предпочтения так, чтобы угледобывающие предприятия ассоциации получили бы максимальный чистый доход.

Для математической формулировки задачи введем обозначения.

Известные параметры:

a_i- объем добычи угля i-го угледобывающего предприятия, $i=1,2,...,m$;

b_j - объем потребности в угле j-го потребителя, $j\in J$;

d_{ij} - чистый доход i-го угледобывающего предприятия от реализации единицы веса угля j-му потребителю, $i=1,2,...,m$, $j\in J$;

c_{ij} -закупочно-транспортные расходы j-го потребителя на единицу веса угля из i-го угледобывающего предприятия, $i=1,2,...,m$, $j\in J^*$;

Искомые переменные:

x_i - объем угля i-го угледобывающего предприятия поставляемое потребителям на основе договора, $i=1,2,...,m$;

x_{ij} - объем угля i-го угледобывающего предприятия реализуемое j-му потребителю, $i=1,2,...,m$, $j\in J$;

Согласно принятым обозначениям математическая модель задачи оптимизации распределения угля между потребителями по критерию максимума прибыли запишется в виде.

Требуется максимизировать функцию

$$L(x)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij} + \max_{x_0}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j\in J^*} d_{ij}x_{ij}^* \qquad (1)$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad j\in J_0, \qquad (2)$$

$$\sum_{j \in J_0} x_{ij} = x_i \le a_i, \quad i = 1,2,...,m, \tag{3}$$

$$x_{ij} \ge 0, \qquad i=1,2,...,m, \qquad j \in J_0, \tag{4}$$

где $x = \left| x_{ij} \right|_{m,|J_0|}$, x_0 - ì í î æåñòâî î ï òèì àëüí û õ ðåø åí èé x^*_{ij} задачи:

найти минимум

$$L_0(x_0) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j \in J^*} c_{ij} x_{ij} \tag{5}$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad j \in J^*, \tag{6}$$

$$\sum_{j \in J^*} x_{ij} = a_i - x_i, \quad i = 1,2,...,m, \tag{7}$$

$$x_{ij} \ge 0, \qquad i=1,2,...,m, \qquad j \in J^*. \tag{8}$$

Сформулированная задача относится к классу двухуровневых задач оптимизации. Применим для ее решения метод последовательных расчетов [2]. Для этой цели поступаем следующим образом. Обозначим через I -множество индексов месторождений угля A_i, $i=1,2,...,m$, а через ω - любое произвольное подмножество множества I.

Тогда на каждом подмножестве может быть определено максимальное значение функции

$$L_1(x, \omega) = \sum_{i \in \omega} \sum_{j \in J_0} d_{ij} x_{ij} \tag{9}$$

при условиях

$$\sum_{i \in \omega} x_{ij} = b_j, \quad j \in J_0, \tag{10}$$

$$\sum_{j \in J_0} x_{ij} = x_i \le a_i, \quad i \in \omega, \tag{11}$$

$$x_i \ge 0, \quad x_{ij} \ge 0, \qquad i \in \omega, \qquad j \in J_0, \tag{12}$$

и значение функции

$$L_2(x, \omega) = \sum_{j \in J^*} (\sum_{i \in \omega} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in I \setminus \omega} c_{ij} x_{ij}) \to min \tag{13}$$

при условиях

$$\sum_{i \in \omega}^{m} x_{ij} + \sum_{i \in I \setminus \omega} x_{ij} = b_j, \quad j \in J^*, \tag{14}$$

$$\sum_{j \in J^*} x_{ij} = a_i - x_i^*, \quad i \in \omega, \qquad \sum_{j \in J^*} x_{ij} = a_i, \quad i \in I \setminus \omega, \tag{15}$$

$$x_{ij} \ge 0, \qquad i \in I, \qquad j \in J^*, \tag{16}$$

где $\{x^*_{ij}\}$ - решение задачи (9)-(12) на $\omega \in I$.

Тогда получаемый чистый доход предприятий ассоциации на каждом $\omega \in I$ будут определяться величиной $L(x, \omega) = L_1(x, \omega) + \max_{x_0} \sum_{j \in J^*} (\sum_{i \in \omega} d_{ij} x^*_{ij} + \sum_{i \in I \setminus \omega} d_{ij} x^*_{ij})$,

где $\{x^*_{ij}\}$ - решение задачи (13)-(16) на $\omega \in I$.

Обозначим через $p(\omega)$ максимальное значение $L_1(x,\omega)$ при условиях (10)-(12). Тогда рассматриваемая задача может быть сформулирована следующим образом.

Требуется определить такое подмножество $\omega^* \in I$, на котором $p(\omega)$ достигала своего наибольшего значения $p(\omega^*)$, т.е.

$$p(\omega^*) = \max_{\omega \in I} \{p(\omega)\}. \tag{17}$$

Докажем достаточное условие применимости метода последовательных расчетов для задачи (17), т.е., что для любых подмножеств $\omega_1, \omega_2 \lhd I$ выполнение условие

$$S(\omega_1, \omega_2) = P(\omega_1) + P(\omega_2) - P(\alpha) - P(\beta) \geq 0, \quad (18)$$

где $\alpha = \omega_1 \cup \omega_2$, $\beta = \omega_1 \cap \omega_2$, а $P(\omega_1)$, $P(\omega_2)$, $P(\alpha)$, $P(\beta)$ – максимальные значения функции $L_1(x, \omega)$ при условиях (10)-(12)и замене множества ω соответственно множествами ω_1, ω_2, α, β.

Тогда условие (18) запишется в виде:

$$S(\omega_1,\omega_2) = \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\omega_1}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}\} + \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\omega_2}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}\} -$$

$$- \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\alpha}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}\} - \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\beta}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}\} \geq 0 \quad (19)$$

Обозначим через $\{ x_{ijk}^{\alpha} \}$– оптимальный план задачи (9)–(12) на множестве α, через$\{ x_{ijk}^{\beta} \}$–на множестве β. Далее предположим, что задача (9)–(12) на множества ω_1, ω_2, имеют допустимые планы $\{ x_{ijk}^{\omega_1} \}$, $\{ x_{ijk}^{\omega_2} \}$ которые удовлетворяют следующим условиям:

$$x_{ijk}^{\omega_1} = x_{ijk}^{\alpha}, \quad i \in \alpha \setminus \omega_2, \ j \in J_0, \quad (20)$$

$$x_{ijk}^{\omega_2} = x_{ijk}^{\alpha}, \quad i \in \alpha \setminus \omega_1, \quad j \in J_0, \quad (21)$$

$$x_{ijk}^{\omega_1} + x_{ijk}^{\omega_2} = x_{ijk}^{\alpha} + x_{ijk}^{\beta}, \quad i \in \beta, \quad j \in J_0, \quad (22)$$

Для доказательства неравенства (19) достаточно показать, что

$$\bar{S}(\omega_1,\omega_2) = \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\omega_1}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}^{\omega_1}\} + \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\omega_2}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}^{\omega_2}\} -$$

$$- \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\alpha}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}^{\alpha}\} - \max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\beta}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}^{\beta}\} \geq 0 \ (23)$$

Действительно, так как $\{ x_{ijk}^{\omega_1} \}$, $\{ x_{ijk}^{\omega_2} \}$ не являются оптимальными решениями соответствующих задач, то справедливы неравенства:

$$\max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\omega_1}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}\} \geq \sum_{i\in\omega_1}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}^{\omega_1},$$

$$\max_{|x_{ij}|}\{\sum_{i\in\omega_2}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}\} \geq \sum_{i\in\omega_2}\sum_{j\in J_0} d_{ij}x_{ij}^{\omega_2}.$$

Следовательно, $S(\omega_1, \omega_2) \geq \bar{S}(\omega_1, \omega_2)$. Из $\bar{S}(\omega_1, \omega_2) \geq 0$ следует выполнение условия (19).

Проверим, выполняется ли условие (23) для допустимых планов (20)-(22). Действительно, из условий (20)-(22) следует равенства

$$\sum_{i\in\omega_1} d_{ij}x_{ij}^{\omega_1} + \sum_{i\in\omega_2} d_{ij}x_{ij}^{\omega_2} = \sum_{i\in\alpha\setminus\omega_2} d_{ij}x_{ij}^{\omega_1} + \sum_{i\in\alpha\setminus\omega_1} d_{ij}x_{ij}^{\omega_2} + \sum_{i\in\beta} d_{ij}(x_{ij}^{\omega_1} + x_{ij}^{\omega_2}) =$$

$$= \sum_{i\in\alpha\setminus\omega_2} d_{ij}x_{ij}^{\alpha} + \sum_{i\in\alpha\setminus\omega_1} d_{ij}x_{ij}^{\alpha} + \sum_{i\in\beta} d_{ij}x_{ij}^{\alpha} + \sum_{i\in\beta} d_{ij}x_{ij}^{\beta} = \sum_{i\in\alpha} d_{ij}x_{ij}^{\alpha} + \sum_{i\in\beta} d_{ij}x_{ij}^{\beta}, \ j \in J_0.$$

Суммируя полученное равенство по всем $j, j \in J_0$, получаем

$$\sum_{j\in J_0}\sum_{i\in\omega_1} d_{ij}x_{ij}^{\omega_1} + \sum_{j\in J_0}\sum_{i\in\omega_2} d_{ij}x_{ij}^{\omega_2} = \sum_{j\in J_0}\sum_{i\in\alpha} d_{ij}x_{ij}^{\alpha} + \sum_{j\in J_0}\sum_{i\in\beta} d_{ij}x_{ij}^{\beta}.$$

Следовательно, $\bar{S}(\omega_1, \omega_2) \geq 0$.

Таким образом, условие (19) доказано. Остается выяснить, существуют ли для рассматриваемой задачи такие допустимые планы $\{ x_{ijk}^{\omega_1} \}$, $\{ x_{ijk}^{\omega_2} \}$, удовлетворяющие условиям (20)-(22). Доказательство допустимых планов $\{ x_{ijk}^{\omega_1} \}$, $\{ x_{ijk}^{\omega_2} \}$, удовлетворяющих соотношениям (20)-(22) для рассматриваемой задачи доказывается аналогично доказательству, приведенному в [1].

Приведенное доказательство позволяет использовать алгоритм метода последовательных расчетов для решения задачи (18) и определить такое подмножество $\omega^* \in I$, на котором $p(\omega^*)$ достигает своего максимального значения $p(\omega^*)$ и такие значения $x_i^* \geq 0, \quad i \in \omega^*$, которая позволяет сформулировать и решить задачу в виде (13)-(16) и определить значения целевой функции исходной задачи, т.е.

$$L(x, \omega^*) = p(\omega^*) + \max_{x_0} \sum_{j \in J^*} (\sum_{i \in \omega^*} d_{ij} x_{ij}^* + \sum_{i \in I \setminus \omega^*} d_{ij} x_{ij}^*).$$

Отметим, что при решении задачи (1)-(4), наряду с условиями отбраковки вариантов метода последовательных расчетов используются дополнительные условия отбраковки, заключающееся в следующем. Прежде чем приступить к вычислению $P(\omega)$, $\omega \lhd I$, проверяется условие

$$\sum_{i \in \omega} a_i \geq \sum_{j \in J_0} b_j. \tag{24}$$

Подсчет $P(\omega)$ производится лишь для вариантов, удовлетворяющих условию (24), в противном случае подсчет $P(\omega)$, не производится и исключается из дальнейшего рассмотрения все $\beta \subset \omega$.

Продемонстрируем метод и алгоритм решения задачи на числовом примере.

ПРИМЕР. Пусть имеется в регионе четыре угледобывающих предприятия A_i, $i=1,2,3,4$, с объемами добычи угля $\overline{a} = \{a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4\} == \{400, 800, 700, 500\}$ и семь потребителей угля B_j, $j=1,2,\ldots,7$, с объемами потребности $\overline{b} = \{500, 500, 400, 250, 220, 300, 230\}$. Троим из семи потребителям B_j, $j=1,2,3$, предприятия ассоциации должны доставлять уголь по договору, а остальные четыре потребители B_4, B_5, B_6, B_7 являются угольными базами - оптовыми покупателями районных центров.

Получаемый чистый доход (в сомах) с единицы объема угля за обслуживание j-го потребителя i-ым угледобывающим предприятием ассоциации известно и задана матрицей $\left|d_{ij}\right|_{4,7}$, где

$$\left|d_{ij}\right|_{4,7} = \left\langle \begin{array}{ccc|cccc} 700 & 50 & 150 & 300 & 300 & 300 & 300 \\ 910 & 260 & 360 & 200 & 200 & 200 & 200 \\ 400 & 450 & 550 & 200 & 200 & 200 & 200 \\ 0 & 650 & 550 & 100 & 100 & 100 & 100 \end{array} \right\rangle,$$

а закупочно -транспортные расходы (в сомах) на перевозку единицы объема угля от каждого угледобывающего предприятия до угольных баз для потребителей B_j, $j=4,5,6,7$, известна и задана в виде матрицы $\left|c_{ij}\right|_{4,4}$, где

$$\left|c_{ij}\right|_{4,4} = \begin{pmatrix} 2190 & 2340 & 2600 & 3070 \\ 1880 & 2030 & 2240 & 2660 \\ 2510 & 2800 & 2500 & 2470 \\ 2800 & 3100 & 2800 & 2040 \end{pmatrix}.$$

Требуется определить такое множество предприятий, доставляющий уголь потребителям по договору и оптимальный план реализации угля остальным оптовым покупателям так, чтобы предприятия ассоциации получили бы максимальный чистый доход.

На основании известных данных и согласно (1)-(8) сформулируем математическую модель изложенной проблемы.

Найти максимум

$$L(x) = 700x_{11} + 50x_{12} + 150x_{13} + 910x_{21} + 260x_{22} + 360x_{23} + 400x_{31} + 450x_{32} + 550x_{33} + 0x_{41} + 650x_{42} + 550x_{43} + \{300(x_{14}^* + x_{15}^* + x_{16}^* + x_{17}^*) + 200(x_{24}^* + x_{25}^* + x_{26}^* + x_{27}^*) + 200(x_{34}^* + x_{35}^* + x_{36}^* + x_{37}^*) + 100(x_{44}^* + x_{45}^* + x_{46}^* + x_{47}^*)\} \quad (25)$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{4} x_{i1} = 500, \quad \sum_{i=1}^{4} x_{i2} = 500, \quad \sum_{i=1}^{4} x_{i3} = 400, \quad (26)$$

$$\sum_{j=1}^{3} x_{1j} = x_1 \le 400, \quad \sum_{j=1}^{3} x_{2j} = x_2 \le 800, \quad \sum_{j=1}^{3} x_{3j} = x_3 \le 700, \quad \sum_{j=1}^{3} x_{4j} = x_4 \le 500, \quad (27)$$

$$x_{ij} \ge 0, \quad i=1,2,3,4, \quad j=1,2,3, \quad (28)$$

где $x_0^* = \left|x_{ij}^*\right|_{4,4}$ - оптимальное решение задачи.

Найти минимум

$$L_0(x_0) = 2190x_{14} + 2340x_{15} + 2600x_{17} + 3070x_{17} + 1880x_{24} + 20\,30x_{25} + 2240x_{26} + 2660x_{27} + 2510x_{34} + 2800x_{35} + 2500x_{36} + 2470x_{37} + 2810x_{44} + 3100x_{45} + 2800x_{46} + 2040x_{47} \quad (29)$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{4} x_{i4} = 250, \quad \sum_{i=1}^{4} x_{i5} = 220, \quad \sum_{i=1}^{4} x_{i6} = 200, \quad \sum_{i=1}^{4} x_{i7} = 230, \quad (30)$$

$$\sum_{j=4}^{7} x_{1j} = 400 - x_1, \quad \sum_{j=4}^{7} x_{2j} = 800 - x_2, \quad \sum_{j=4}^{7} x_{3j} = 700 - x_3, \quad \sum_{j=4}^{7} x_{4j} = 500 - x_4, \quad (31)$$

$$x_{ij} \ge 0, \quad i=1,2,3,4, \quad j=4,5,6,7. \quad (32)$$

Применяем к задаче (25)-(28) и (29)-(32) метод последовательных расчетов. Обозначим через $I=\{1,2,3,4\}$- множество индексов предприятий ассоциации, а через ω - любое подмножество множества I.

К задаче (25)-(28) и (29)-(32) поставим в соответствие следующие экстремальные задачи (при $\omega=I$).

Требуется максимизировать чистый доход предприятий ассоциации, получаемый с потребителей на основании договора,

найти максимум

$$L_1(x,I) = 700x_{11} + 50x_{12} + 150x_{13} + 910x_{21} + 260x_{22} + 360x_{23} + 400x_{31} + 450x_{32} + 550x_{33} + 0x_{41} + 650x_{42} + 550x_{43} \quad (33)$$

при условиях

$$\sum_{i\in I} x_{i1} = 500, \quad \sum_{i\in I} x_{i2} = 500, \quad \sum_{i\in I} x_{i3} = 400, \quad (34)$$

$$\sum_{j=1}^{3} x_{1j} = x_1 \le 400, \quad \sum_{j=1}^{3} x_{2j} = x_2 \le 800, \quad \sum_{j=1}^{3} x_{3j} = x_3 \le 700, \quad \sum_{j=1}^{3} x_{4j} = x_4 \le 500, \quad (35)$$

$$x_j \ge 0, \quad x_{ij} \ge 0, \quad i=1,2,3,4, \quad j=1,2,3, \quad (36)$$

и задачу минимизации суммарных затрат закупочно-транспортных затрат оптовых покупателей угля,

найти минимум

$$L_2(x,I) = 2190x_{14} + 2340x_{15} + 2600x_{17} + 3070x_{17} + 1880x_{24} + 20\,30x_{25} + 2240x_{26} + 2660x_{27} + 2510x_{34} + 2800x_{35} + 2500x_{36} + 2470x_{37} + 2810x_{44} + 3100x_{45} + 2800x_{46} + 2040x_{47} \quad (37)$$

при условиях

$$\sum_{i\in I} x_{i4} = 250, \quad \sum_{i\in I} x_{i5} = 220, \quad \sum_{i\in I} x_{i6} = 200, \quad \sum_{i\in I} x_{i7} = 230, \quad (38)$$

$$\sum_{j=4}^{7} x_{1j} = 400 - x_1^*, \quad \sum_{j=4}^{7} x_{2j} = 800 - x_2^*, \quad \sum_{j=4}^{7} x_{3j} = 700 - x_3^*, \quad \sum_{j=4}^{7} x_{4j} = 500 - x_4^*, \tag{39}$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i \in I, \quad j=4,5,6,7. \tag{40}$$

Из решения задачи (33)-(36) при $\omega = I$ определим схему перевозок $\left|x_{ij}\right|_{|I|,3}$ и объем угля i -го предприятия ассоциации , направляемое потребителям по договору $x_i^* \geq 0$, $i \in I$.

Далее, из оптимального решения задачи (37)-(40) определим план $\left|x_{ij}^*\right|_{|I|,4}$ и чистый доход, получаемый предприятиями ассоциации от обслуживания оптовых покупателей, т.е. величину $\sum_{i \in I} \sum_{j=4}^{7} d_{ij} x_{ij}^*$.

Приведем алгоритм решения. Для краткости изложения процесс нахождения $p(\omega) = \max_{|x_{ij}|}\{L_1(x,\omega)\}$, $\overline{p}(x,\omega) = \min_{|x_{ij}|}\{L_2(x,\omega)\}$ и $p(x,\omega) = \sum_{j=4}^{7}(\sum_{i \in \omega} d_{ij} x_{ij}^* + \sum_{i \in I \setminus \omega} d_{ij} x_{ij}^*)$ будем опускать. Процесс решения начинаем с $\omega = I = \{1,2,3,4\}$. Этому множеству соответствует значение $P(\{1,2,3,4\})$ =1000000.0; $\overline{P}(x,\{1,2,3,4\}) = 2298900.0; P(x,\{1,2,3,4\})$ =240000.0, а максимальное значение целевой функции

$$L(x,I) = P(\{1,2,3,4\}) + P(x,\{1,2,3,4\}) = 1240000.0.$$

Первая группа вариантов состоит из множеств $\omega_1^1 = \{2,3,4\}$, $\omega_2^1 = \{1,3,4\}$, $\omega_3^1 = \{1,2,4\}$, $\omega_4^1 = \{1,2,3\}$, которым соответствуют $P(\omega_1^1 = \;)\;1$ $\overline{P}\;\;\omega_1^1(x$, $\omega_1^1 I = (\;\;\setminus 2\;\;2\;\;\omega_1^1 \cup\;\;8$ а $L(x,\omega_1^1) = 1240000.0$.

Сравнение $P(I)$ с $P(\omega_k^1)$, $k = 1,2,3,4$, показывает, что среди вариантов ω_k^1 имеется только один вариант второго типа, где $P(I) < P(\omega_1^1)$, а остальные варианты все первого типа, т.е. $P(I) > P(\omega_k^1)$, $k=1,2,3,4$.

Поэтому построить вторую группу вариантов невозможно, процесс окончен и $\omega_1^1 = \{2,3,4\}$ - оптимальный вариант.

Таким образом, приведенная задача имеет единственное решение, где схема перевозок по договору имеет вид: $x_{21} = 500.0; x_{33} = 400.0; x_{42} = 500.0;$
а план вывоза угля по оптовым покупателям: $x_{14} = 250.0; x_{15} = 150.0;$
$x_{25} = 70.0$; $x_{26} = 230.0$; $x_{36} = 70.0; x_{37} = 230.0; \max_{|x|}\{L(x)\} = 1240000.0.$

Для нахождения глобального максимума рассмотрено *5* вариантов из *16* возможных.

Список литературы

1. Ланге Э.Г. Комбинаторный метод решения задачи размещения / Э.Г.Ланге, А. Жусупбаев- Фрунзе: Илим, 1990.- 153 с.
1. Хачатуров В.Р. Математические методы регионального программирования / В.Р. Хачатуров– Москва: Наука, 1989. – 304с.

УДК 535.41:778.38

АНАЛИЗ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ИНТЕРФЕРОГРАММ

Жумалиев Кубанычбек Мырзабекович, *д. т. н., академик НАН КР, Институт физико-технических проблем и материаловедения НАН Кыргызской республики, Кыргызская республика, 720071, г. Бишкек, Чуйский проспект 265*