где $0 < c_2$ − некоторая постоянная не зависящая от ε.

Эта оценка показывает, что $\forall t \in \Omega_1$ функция $|z(t,\varepsilon)|$ ограничена.

Пусть $t \in \Omega_2$. Для этого случая также можно использовать (10). В этом случае $F_{11}(t_2) > 0$. Применяя интегрирование по частям имеем оценку.

$$|z(t,\varepsilon)| \geq e^{\frac{F_{11}(t_2)}{\varepsilon}} \big||z^0| - c_2\varepsilon\big|. \tag{11}$$

Оценка (11) показывает, что для некоторых точек Ω_2, "отстающих от (p_{10}) на расстояние не зависящего от ε ",$|z(t,\varepsilon)|$ не ограничена.

Например для точек принадлежащих части Ω_2 ограниченного линиями уровней.

$\{ t \in \Omega_2 | F_1(t_1, t_2) = \varepsilon^{\lambda}(0 < \lambda < 1)\}$ и $\{t \in \Omega_2 | F_1(t_1, t_2) = q,\ 0 < q - const$
не зависящая от ε $\}$.

(p_{10}) является локально взаимно однозначным образом отрезка (это вытекает из того, что уравнение (p_{10}) представляется функцией $t_2 = \varphi(t_1)$ с областью определения $\alpha_1 < t_1 < \alpha_2$).Далее (p_{10}) состоит из погранслойных точек, в любой окрестности которых имеются регулярные так и нерегулярные точки.

Из всего сказанного, согласно определения 4, вытекает, что (p_{10}) − погранслойная линия .

3. Выводы: Как показывают проведенные исследования для некоторых классов аналитических функций существуют погранслойные линии.

Список литературы

1. Явление погранслойных линий и асимптотика решений сингулярно возмущенных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями/ П.С Панков, К.С. Алыбаев, К.Б.Тампагаров, М.Р.Нарбаев //Вестник ОшГУ.- 2013.- Вып.1 (специальный выпуск). – с.227-231.

УДК 517.923:517.977.5

ДЕКОМПОЗИЦИЯ И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С МАЛЫМ ШАГОМ

Аширбаев Бейшембек Ыбышевич, *кандидат физико-математических наук, доцент КГТУ им. И. Раззакова, Кыргызстан, 720044, г.Бишкек, пр. Ч. Айтматова 66,*
e-mail: ashirbaev-58@mail.ru

Аннотация: Цель статьи – разработка алгоритмов решений задач оптимального управления с малым шагом на основе декомпозиции системы объекта управления.

При решении задач управления объектами из различных областей науки и техники возникают сложности, обусловленные высокой размерностью моделей и наличием нескольких временных масштабов. В связи с этим актуальной является задача декомпозиция моделей.

Предлагаемый подход сочетает в себе приемы асимптотических и приближенных методов анализа.

Ключевые слова: декомпозиция системы, дискретная система с малым шагом, матрица простой структуры, период квантования, инвариантное подпространство.

DECOMPOSITION ALGORITHM FOR SOLVING OPTIMAL CONTROL PROBLEMS CLOSELY SPACED

Ashirbayev Beyshembek Ybyshevich, *candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of KSTU. I. Razzakova, Kyrgyzstan, 720044, Bishkek, etc. Aitmatov 66,*
e-mail: ashirbaev-58@mail.ru

Abstract: The purpose of this article - the development of algorithms for optimal control problems with a small step on the basis of the control object system decomposition.

In solving the object management tasks from various fields of science and technology there are difficulties due to the high dimensionality of the model and the presence of multiple time scales. In connection with this urgent task decomposition models.

The proposed approach combines the methods of asymptotic and approximate analytical methods.

Keywords: decomposition system, discrete system with a small step, a simple matrix structure, the quantization period, the invariant subspace.

1. Постановка задачи

Пусть управляемый процесс описывается уравнением

$$y(t+\mu) = Ay(t) + Bu(t), \tag{1}$$

где $y = (x, z)'$, $x, z - n -$ мерные векторы переменных состояния,
$A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}$, $A_i\ (i = \overline{1,4}) - (n \times n)$, B_1, $B_2 - (n \times r) -$ постоянные матрицы,
$u = u(t) - r -$мерный вектор управления,
$t \in T_\mu = \{t\colon\ t = k\mu,\ \ k = 0,\ 1, \cdots, M-1\} \subset T = \{t\colon 0 \le t \le 1\}$, $M = \frac{1}{\mu}$,
$\mu -$малый шаг (малый период квантования), $0 < \mu \ll 1$, штрих обозначает транспонирование.

Требуется перевести систему (1) из состояние

$$y(0) = y_0 = \big(x(0)\ \ z(0)\big)' = (x_0\ \ z_0)' \tag{2}$$

в состояние

$$y(M) = y_M = \big(x(M)\ \ z(M)\big)' = (x_M, z_M)' \tag{3}$$

причем так, чтобы функционал

$$J = \textstyle\sum_{k=0}^{M-1} u'(t)u(t). \tag{4}$$

принимал наименьшее возможное значение.

Предположим выполнения следующих условий

I. Матрицы $A_i\ (i = \overline{1,4})$ являются матрицами простой структуры и они не имеют нулевого собственного значения $\lambda_i\ \ (i = \overline{1,n})$;

II. Пара $[A, B]$ полностью управляема, т.е. матрица
$D = [B\ \ AB\ \ A^2B\ \ \cdots A^{n-1}B]$ имеет ранг n или $(n \times n) -$ мерная матрица
DD' является невырожденной.

2. Декомпозиция дискретной управляемой системы

При выполнении условия I введем замены [1,2]

$$x = \tilde{x} - N\tilde{z}, \tag{5}$$

$$z = \tilde{z} + Hx \tag{6}$$

и соотношения (5), (6) записываем в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_n & -N \\ H & E_n - HN \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{z} \end{pmatrix}, \tag{7}$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_n - NH & N \\ -H & E_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix}. \tag{8}$$

С учетом (7) уравнение (1) принимает вид
$$\begin{pmatrix} E_n & -N \\ H & E_n - HN \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \tilde{x}(t+\mu) \\ \tilde{z}(t+\mu) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_n & -N \\ H & E_n - HN \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} u. \quad (9)$$
Теперь, уравнению (9) умножая слева на матрицу
$$\begin{pmatrix} E_n & -N \\ H & E_n - HN \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} E_n - NH & N \\ -H & E_n \end{pmatrix}$$
получим
$$\begin{pmatrix} \tilde{x}(t+\mu) \\ \tilde{z}(t+\mu) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 + A_2H + N(-HA_1 + A_3 - HA_2H + A_4H) & -(A_1 + A_2H)N + N(A_4 - HA_2) + A_2 - N(-HA_1 + A_3 - HA_2H + A_4H \\ -HA_1 + A_3 - HA_2H + A_4H & A_4 - HA_2 - (-HA_1 + A_3 - HA_2H + A_4H) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} +$$
$$+\begin{pmatrix} E_n - NH & N \\ -H & E_n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} u. \quad (10)$$

При выполнении условия I матрицы H и N удовлетворяют следующим матричным уравнениям Риккати и Сильвестра соответственно:
$$-HA_1 + A_4H - HA_2H + A_3 = 0, \quad (11)$$
$$-\tilde{A}_1N + N\tilde{A}_4 + A_2 = 0, \quad (12)$$
где
$$\tilde{A}_1 = A_1 + A_2H, \quad \tilde{A}_4 = A_4 - HA_2. \quad (13)$$
Тогда с учетом (11) и (12) уравнению (10) можно представить в виде
$$\begin{pmatrix} \tilde{x}(t+\mu) \\ \tilde{z}(t+\mu) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{A}_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{B}_2 \end{pmatrix} u, \quad (14)$$
где
$$\tilde{B}_1 = B_1 + N\tilde{B}_2, \ \ \tilde{B}_2 = -HB_1 + B_2. \quad (15)$$
В результате имеем утверждения в виде следующей теоремы

Теорема 1. *Пусть выполняются условия I и матрицы H, N удовлетворяют уравнениям (11), (12). Тогда систему (1) можно разделить на две подсистемы меньшего порядка вида:*
$$\tilde{x}(t+\mu) = \tilde{A}_1\tilde{x}(t) + \tilde{B}_1u(t), \quad (16)$$
$$\tilde{z}(t+\mu) = \tilde{A}_4\tilde{z}(t) + \tilde{B}_2u(t), \quad (17)$$
причем эти уравнения связаны только по управлению $u(t)$.

Теперь приведем алгоритмы приближенных решений алгебраических уравнений Риккати (11) и Сильвестра (12).

3. Решение алгебраического уравнения Риккати

Рассмотрим линейное пространство C^n, элементами которого являются n-мерные векторы с комплексными компонентами.

Известно [3], что подпространство G с базисной матрицей V называется инвариантным подпространством матрицы A, если найдется такая квадратная матрица A_G размера $k \times k, \ 0 < k < n,$ что
$$AV = VA_G. \quad (18)$$

Матрица A_G называется сужением матрицы A на подпространство G, причем ее собственные значения одновременно являются собственными значениями матрицы A.

Пусть матрица
$$A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \quad (19)$$
имеет инвариантные подпространства G_m всех размерностей $k, \ 0 < k < n.$
Тогда в подпространство G_m, имеющее базисную матрицу V, найдется такая квадратная матрица A_G размера $m \times m,$ что выполнится равенство (18).

Представим базисную матрицу V в виде
$$V = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

где V_1 – матрица размера $m \times m$.

Теорема. 2. *Пусть* $|V_1| \neq 0$.

1. Тогда матрица

$$H_0 = V_2 \cdot V_1^{-1} \quad (21)$$

является решением уравнение (11).

2. Подпространство G_m *с базисной матрицей*

$$V = \begin{pmatrix} E_m \\ H_0 \end{pmatrix} \quad (22)$$

является инвариантным подпространством матрицы A. *Для этой базисной матрицы и для решения уравнения (11) справедлива формула (21).*

Доказательство. Докажем первую часть теоремы 2. Подставляя матрицы A, V из (19), (21) в уравнение (18) получим

$$A_1V_1 + A_2V_2 = V_1A_G, \quad (23)$$

$$A_3V_1 + A_4V_2 = V_2A_G. \quad (24)$$

Умножим каждое из (23) и (24) справа на V_1^{-1}, с учетом (21) имеем

$$A_1 + A_2H_0 = V_1A_GV_1^{-1}, \quad (25)$$

$$A_3 + A_4H_0 = V_2A_GV_1^{-1}. \quad (26)$$

Теперь, умножая равенство (24) слева на H_0 и вычитая полученный результат из (26) получаем

$$-H_0A_1 + A_4H_0 - H_0A_2H_0 + A_3 = 0. \quad (27)$$

Докажем вторую часть теоремы 2. Пусть решение H_0 нам известно. Введем обозначение

$$A_3 + A_4H_0 = \Psi. \quad (28)$$

Подставляя (28) в (27) имеем

$$H_0(A_1 + A_2H_0) = \Psi. \quad (29)$$

С учетом (13) и (28) из (29) имеем

$$A_1 + A_2H_0 = \tilde{A}_1, \quad (30)$$

$$A_3 + A_4H_0 = H_0\tilde{A}_1. \quad (31)$$

Равенства (30) и (31) записываем в матричной форме

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_m \\ H_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_m \\ H_0 \end{pmatrix}\tilde{A}_1 \text{ или}$$

$$A\begin{pmatrix} E_m \\ H_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_m \\ H_0 \end{pmatrix}\tilde{A}_1. \quad (32)$$

Из (32) в соответствии с (18) следует, что подпространство G_m с базисной матрицей (22) является инвариантным подпространством матрицы A, ч.т.д.

Из теоремы 2 вытекают следующие следствия.

Следствие 1. Каждое решение уравнения (11) определяет некоторое m –мерное инвариантное подпространство матрицы А.

Следствие 2. Между решениями уравнения (11) и m –мерными инвариантными подпространствами матрицы A такими, что в любой их базисной матрице верхний блок размера $m \times m$ не вырожден, установлено соответствие. Специальный выбор базисной матрицы в виде (22) показывает, что это соответствие взаимно однозначно, т.е. различным решениям отвечают различные инвариантные подпространства и обратно.

Следствие 3. Выбор базисной матрицы V подпространства G_m для поиска решения по формуле (21) произволен. В частности, для любой диагонализируемой матрицы A в качестве базиса может быть взята любая система из m ее собственных векторов.

4. Решение алгебраического уравнения Сильвестра

Предположим выполнения следующих условий:

III. Матрицы $\tilde{A}_1 = A_1 + A_2H$, $\tilde{A}_4 = A_4 - HA_2$ – устойчивы.

IV. $\propto_i + \beta_j \neq 0$, где $\propto_i, \beta_j$ –собственные значения матриц $\tilde{A}_1, \tilde{A}_4$ соответственно.

Известно, что при выполнения условий III и IV решения уравнения (12) можно представить в виде сходящегося интеграла [4]

$$N = \int_0^{\infty} e^{-\tilde{A}_1 t} A_2 e^{\tilde{A}_4 t} dt. \tag{33}$$

Для вычисления матриц $e^{-\tilde{A}_1 t}$ и $e^{\tilde{A}_4 t}$ задается достаточно малое положительное число h и вычисляются матрицы:

$$e^{-\tilde{A}_1 h} = P = \mathrm{E} - \tilde{A}_1 \frac{h}{1!} + \tilde{A}_1^2 \frac{h^2}{2!} - \tilde{A}_1^3 \frac{h^3}{3!} + \cdots \tag{34}$$

$$e^{\tilde{A}_4 h} = F = \mathrm{E} + \tilde{A}_4 \frac{h}{1!} + \tilde{A}_4^2 \frac{h^2}{2!} + \tilde{A}_4^3 \frac{h^3}{3!} + \cdots$$

по формулам:

$$P = \tilde{A}_{1,0} + \tilde{A}_{1,1} + \tilde{A}_{1,2} + \cdots + \tilde{A}_{1,S}, \tag{35}$$

$$F = \tilde{A}_{4,0} + \tilde{A}_{4,1} + \tilde{A}_{4,2} + \cdots + \tilde{A}_{4,D},$$

где $\tilde{A}_{1,0}$=E, $\tilde{A}_{1,\Omega} = (-1)^{\omega} \frac{1}{\omega} h \tilde{A}_1 \tilde{A}_{1,\omega-1}$, $\omega = 1, 2, \cdots, \Omega$,

$\tilde{A}_{4,0}$=E, $\tilde{A}_{4,D} = (-1)^{d} \frac{1}{d} h \tilde{A}_1 \tilde{A}_{1,d-1}$, $d = 1, 2, \cdots, D$.

Матрицу N находим вычислением интеграла (33) по формуле Симпсона

$$N = \int_0^{2qh} e^{-\tilde{A}_1 t} A_2 e^{\tilde{A}_4 t} dt \approx \tag{36}$$

$$\approx \frac{h}{3}\left[N_0 + N_{2q} + 2(N_2 + \cdots + N_{2m-2}) + 4(N_1 + \cdots + N_{2m-1})\right],$$

где

$$N_0 = A_2, \quad N_{i+1} = P^{i+1} A_2 F^{i+1} + N_i, \quad i = 0, 1, \cdots.$$

Выход из вычислений осуществляется при выполнении условия $\|N_{2q}\| < \varepsilon$, где ε – заданная малая положительная величина.

5. Алгоритм решение задачи

Теперь сформулируем задачу (1) – (4) следующим образом. Требуется перевести систему (16), (17) из состояния

$$\tilde{x}(0) = \tilde{x}_0, \quad \tilde{z}(0) = \tilde{z}_0, \tag{37}$$

в состояние

$$\tilde{x}(M) = \tilde{x}(1) = \tilde{x}_M, \quad \tilde{z}(M) = \tilde{z}(1) = \tilde{z}_M, \tag{38}$$

где

$$\tilde{x}_0 = x_0 + N\tilde{z}_0, \quad \tilde{z}_0 = z_0 - Hx_0, \quad \tilde{x}_M = x_M + N\tilde{z}_M, \quad \tilde{z}_M = z_M - Hx_M. \tag{39}$$

причем так, чтобы функционал (4) принимал наименьшее возможное значение.

Решения уравнения (16), (17) с начальными условиями (37) можно представить в виде:

$$\tilde{x}(k\mu) = \tilde{A}_1^k \tilde{x}_0 + \sum_{i=0}^{k-1} \tilde{A}_1^{k-i-1} \tilde{B}_1 u(i\mu), \tag{40}$$

$$\tilde{z}(k\mu) = \tilde{A}_4^k \tilde{z}_0 + \sum_{i=0}^{k-1} \tilde{A}_4^{k-i-1} \tilde{B}_2 u(i\mu). \tag{41}$$

При выполнении условия II, из (40) и (41) следует, что искомое управление должно удовлетворять соотношениям:

$$\sum_{i=0}^{M-1} \tilde{A}_1^{M-i-1} \tilde{B}_1 u(i\mu) = \alpha_M^1, \tag{42}$$

$$\sum_{i=0}^{M-1} \tilde{A}_4^{M-i-1} \tilde{B}_2 u(i\mu) = \alpha_M^2,$$

где

$$\alpha_M^1 = \tilde{x}_M - \tilde{A}_1^M \tilde{x}_0, \quad \alpha_M^2 = \tilde{z}_M - \tilde{A}_4^M \tilde{z}_0. \tag{43}$$

Управление $u^* = u^*(k\mu)$ удовлетворяющее соотношениям (42) и доставляющие минимум функционалу (4), может быть представлено в виде [5]

$$u^*(k\mu) = \tilde{B}_1'\left(\tilde{A}_1^{M-k-1}\right)' \cdot C_1 + \tilde{B}_2'\left(\tilde{A}_4^{M-k-1}\right)' \cdot C_2, \quad k = \overline{0, M-1}. \tag{44}$$

Здесь коэффициенты C_1 и C_2 определяются из уравнения

$$\alpha_M = W \cdot C, \tag{45}$$

где

$$\alpha_M = \begin{pmatrix} \alpha_M^1 \\ \alpha_M^2 \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} W_1 & W_2 \\ W_2' & W_3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}, \tag{46}$$

$$W_1 = \sum_{i=0}^{M-1} \tilde{A}_1^{M-i-1} \tilde{B}_1 \tilde{B}_1' \left(\tilde{A}_1^{M-i-1}\right)', \quad W_2 = \sum_{i=0}^{M-1} \tilde{A}_1^{M-i-1} \tilde{B}_1 \tilde{B}_2' \left(\tilde{A}_4^{M-i-1}\right)',$$

$$W_3 = \sum_{i=0}^{M-1} \tilde{A}_4^{M-i-1} \tilde{B}_2 \tilde{B}_2' \left(\tilde{A}_4^{M-i-1}\right)'.$$

При выполнении условия II матрица W является невырожденной, тогда из уравнения (45) будем иметь

$$C = W^{-1}\alpha_M, \tag{47}$$

где

$$W^{-1} = \begin{pmatrix} W_1^{-1} + W_1^{-1}W_2S^{-1}W_2'W_1^{-1} & -W_1^{-1}W_2S^{-1} \\ -S^{-1}W_2'W_1^{-1} & S^{-1} \end{pmatrix},$$

$$S = W_3 - W_2'W_1^{-1}W_2.$$

В результате сформулируем следующую теорему

Теорема 4. *Если матрица W в (46) имеет полный ранг, то существует управление $u^* = u^*(t)$, которое переводит систему (16), (17) из состояния (37) в состояние (38). Кроме того, если $|W_1| \neq 0$ (или $|W_3| \neq 0$), то оптимальное управление и соответствующие оптимальные траектории задачи (4), (16), (17), (37), (38) определяются формулами:*

$$u^*(k\mu) = \tilde{B}_1' \left(\tilde{A}_1^{M-k-1}\right)' r_M^1 + \tilde{B}_2' \left(\tilde{A}_4^{M-k-1}\right)' r_M^2, \tag{48}$$

$$\tilde{x}(k\mu) = \tilde{A}_1^k \tilde{x}_0 + \sum_{i=0}^{k-1} \tilde{A}_1^{k-i-1} \tilde{B}_1 \left[\tilde{B}_1' \left(\tilde{A}_1^{M-i-1}\right)' r_M^1 + \tilde{B}_2' \left(\tilde{A}_4^{M-i-1}\right)' r_M^2\right],$$

$$\tilde{z}(k\mu) = \tilde{A}_4^k \tilde{z}_0 + \sum_{i=0}^{k-1} \tilde{A}_4^{k-i-1} \tilde{B}_2 \left[\tilde{B}_1' \left(\tilde{A}_1^{M-i-1}\right)' r_M^1 + \tilde{B}_2' \left(\tilde{A}_4^{M-i-1}\right)' r_M^2\right],$$

где $r_M^1 = (W_1^{-1} + W_1^{-1}W_2S^{-1}W_2'W_1^{-1})\alpha_M^1 - W_1^{-1}W_2S^{-1}\alpha_M^2,$

$r_M^2 = -S^{-1}W_2'W_1^{-1}\alpha_M^1 + S^{-1}\alpha_M^2.$

В **заключении** отметим следующий алгоритм решения задачи оптимального управления с малым шагом:

1) вводим следующие данные: матрицы A, B, количество шагов M и малый период квантования μ;

2) проверяем выполнения условий I, II, если эти условия выполняются, то переходим к пункту (3), иначе к пункту 1;

3) находим собственные значения и собственные векторы матрицы A и через них определяем матрицы: V_1, V_2 и V_1^{-1};

4) по формуле (21) определяем матрицу H_0;

5) проверяем выполнения равенств (27), условия III и IV, если H_0 удовлетворяет уравнению (27) и условия III, IV выполняются, то переходим к пункту (6), иначе к пункту (1);

6) выбираем достаточно малое $h > 0$;

7) вычисляем матрицы P и F по формулам (35);

8) вычисляем матрицы N по формулам (36);

9) вычисляем матриц $\tilde{B}_1$ и $\tilde{B}_2$ по формулам (15);

10) находим начальные и конечные условия задачи по формулам (39);

11) вычисляем матриц: α_M^1, α_M^2, W_1, W_2, W_3 по формулам: (43) и (46);

12) определяем матрицы W^{-1}, S, S^{-1} по формулам (47);

13) находим r_M^1, r_M^2 и через них определяем $u^*(k\mu)$, $\tilde{x}(k\mu)$, $\tilde{z}(k\mu)$ по формулам (48).

Выводы: предложенный способ декомпозиция дискретной управляемой системы с малым шагом позволяет понизить порядок исследуемой системы и может применяться при параллельных вычислениях задач оптимального управления с малым шагом и при построении приближенного решения алгебраических уравнений Риккати и Сильвестра.

Список литературы

1. Стрыгин В. В., Соболев В. А. Разделение движений методом интегральных многообразий. – Москва: Наука. 1988. - 256 с.
2. Иманалиев З.К., Аширбаев Б.Ы. Разделение движений сингулярно возмущенной управляемой системы //Исследования по интегро-дифф. уравнениям. – Бишкек: Илим, 2007.- Вып.36. - С.136 -141.
3. Икрамов Х.Д. Численное решение матричных уравнений. Москва: Наука, 1984.- 192 с.
4. Беллман Р. Введение в теорию матриц. – Москва: Наука, 1976. – 352 с.
5. Иманалиев.З.К., Аширбаев Б.Ы., Алымбаева Ж.А. Решение дискретной задачи оптимального управления с малым щагом //Междунар. научно-информац. журн. «Наука и инновации». Вып. №1, Бишкек, 2013. С. 35 – 41.

УДК 004.75

ДИНАМИЧЕСКОЕ ВЫПОЛНЕНИЕ КОМПОЗИЦИЙ СЕРВИСОВ В ГЕТЕРОГЕННОЙ СРЕДЕ[1]

Бычков Игорь Вячеславович, *д.т.н., академик, ИДСТУ СО РАН, Россия, 664033, г.Иркутск, ул. Лермонтова 134,* e-mail: idstu@icc.ru
Ружников Геннадий Михайлович, *д.т.н., с.н.с., ИДСТУ СО РАН, Россия,*
Фёдоров Роман Константинович, *к.т.н., доц., ИДСТУ СО РАН, Россия,*
Шумилов Александр Сергеевич, *ИДСТУ СО РАН, Россия*

Цель статьи – использование сервис-ориентированной архитектуры для вычисления композиции распределённых сервисов, доступных через Интернет. Количество вычислительных узлов и их характеристики может меняться в процессе выполнения композиции в силу гетерогенности среды. Разработана и реализована система динамического планирования и выполнения композиций Web-сервисов, учитывающая требования изменяющейся гетерогенной среды, которая интегрирована в существующую инфраструктуру Портала ИДСТУ СО РАН

Ключевые слова: сервис-ориентированная архитектура, Web-сервисы, композиция распределённых сервисов, гетерогенная вычислительная среда, портал, оркестрация сервисов.

DYNAMIC EXECUTION COMPOSITION OF SERVICES IN HETEROGENEOUS ENVIRONMENTS

Bychkov Igor V., *Doctor of Technical Sciences (Engineering), Academician, ISDCT of SB RAS, Russia, 664033, Irkutsk, Lermontov 134, e-mail: idstu@icc.ru*
Ruzhnikov Gennadii M., *Doctor of Technical Sciences (Engineering), Senior Researcher., ISDCT of SB RAS, Russia,*
Fedorov Roman K., *PhD (Engineering), Associate Professor, ISDCT of SB RAS, Russia,*
Shumilov Alexander S., *graduate student, ISDCT of SB RAS, Russia,*

The purpose of the article - the use of service-oriented architecture to calculate the composition of distributed services that are available over the Internet. The number of computing nodes and their characteristics may change during the execution of the composition due to the heterogeneity of the

[1] Работа выполнялась при финансовой поддержке грантов РФФИ 16-57-44034-а, 16-07-00411-а, 14-07-00166-а и проекта Интеграционной программы ИНЦ СО РАН