

РАСЧЕТ ЖЕСТКИХ ДОРОЖНЫХ ПОКРЫТИЙ С УЧЕТОМ КОНСТРУКТИВНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ И ДЕФОРМИРУЕМОСТИ ГРУНТОВОГО ОСНОВАНИЯ**THE CALCULATION OF HARD ROAD PAVEMENT TAKING INTO ACCOUNT THE DESIGN FEATURES AND DEFORMABILITY OF SUBGRADE**

Макалада катмарланган жол жабуулары каралат. Жол төшөлгөсүнүн конструкциясынын эсептөө схемасы серпилгич негизде жаткан калың плита катары көрсөтүлдү. плитаны эсептегенде туурасынын кеткен калыбынан бузулушу жана топурак негиздин сүрүлүшү да эске алынды. Ар кыл аймактагы шарттарда колдонулчу плитанын эсептөөлөрү мисал катары берилди.

Ачкыч сөздөр: эсептөө, катуу жол жабуулары, ийилүү, жылышуу, топурак негизи.

Рассматриваются слоистые дорожные покрытия. Расчетная схема конструкции дорожной одежды представлена в виде толстой плиты на упругом основании. При расчете плиты учитываются поперечные деформации и трение со стороны грунтового основания. Приведен пример расчета плиты при различных краевых условиях.

Ключевые слова: расчет, жесткие дорожные покрытия, изгиб, сдвиг, грунтовое основание.

The layered road pavements are considered. The calculation scheme structure of road pavement is presented in the form of a thick plate on an elastic foundation. The calculation takes into account the transverse deformation of the plate and the friction from the subgrade. An example of the calculation of plates with different boundary conditions was given.

Keywords: calculation, rigid pavements, flexural, shear, subgrade.

Прочность и долговечность дорожных покрытий определяется многими факторами. Дорожная одежда представляет собой многослойную конструкцию, слои которой воспринимают определенные усилия и деформации, т.к. каждый слой характеризуется своей сопротивляемостью изгибу и сдвигу. В настоящее время используют новые технологии и различные геосинтетические материалы для усиления прочности и надежности конструкции [1-3]. Все это требует определенных затрат. Одним из направлений для создания эффективных конструкций является совершенствование механических и математических моделей, которые наиболее полно отражают реальную работу дорожной конструкции.

В данной работе рассматриваются жесткие дорожные одежды, покрытия которых состоят из многослойных плит, лежащих на деформируемом грунтовом основании. На верхнюю часть плиты действует нормальная нагрузка $q(x,y)$, на нижнюю часть плиты нормальные и касательные усилия со стороны деформируемого основания p_n , p_t . Упругое основание характеризуется 2 коэффициентами постели $k_1(x,y)$, $k_2(x,y)$, учитывающие жесткость в двух направлениях. Они определяются из расчёта грунтового массива в упругом состоянии [7].

В качестве расчетной схемы дорожной одежды рассматривается конструкция, состоящая из однослойных плит со средневзвешенными значениями модуля упругости, модуля сдвига и коэффициента Пуассона, полученными по следующим формулам [4-5].:

$$E_3 = \frac{\sum_1^n E_i \cdot h_i}{\sum_1^n h_i}, \quad G_3 = \frac{\sum_1^n G_i \cdot h_i}{\sum_1^n h_i}, \quad \mu_3 = \frac{\sum_1^n \mu_i \cdot h_i}{\sum_1^n h_i}$$

где E_i - модуль упругости i -го слоя; h_i - толщина i -го слоя; n - количество слоев.

Считаем также, что прогибы всех слоев выражаются через прогибы срединной плоскости, т.е. полная толщина плиты суммируется:

$$h = \sum_1^n h = h_1 + h_2 + \dots + h_n \quad (1)$$

На рисунке 1 представлена модель дорожной одежды в разрезе.

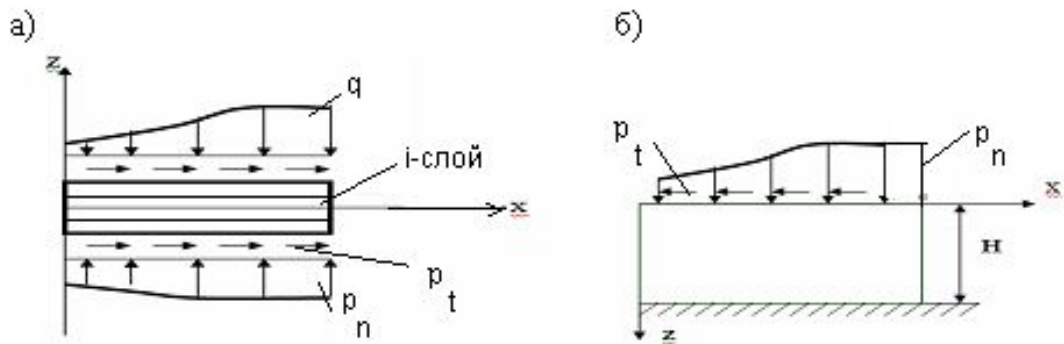


Рис.1. Расчетная схема системы “плита – грунтовое основание”: а) плита; б) Грунтовое основание.

Используем уравнения равновесия для толстых плит с учетом деформации сдвига [6].

Согласно формулам Коши деформации можно записать в виде:

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial t_x}{\partial x} - \frac{4z^3}{3h^2} \frac{1}{G} \frac{\partial \tau_{xz}^0}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = -z \frac{\partial t_y}{\partial y} - \frac{4z^3}{3h^2} \frac{1}{G} \frac{\partial \tau_{yz}^0}{\partial y}$$

$$\gamma_{xy} = -z \left(\frac{\partial t_x}{\partial y} + \frac{\partial t_y}{\partial x} \right) - \frac{4z^3}{3h^2} \frac{1}{G} \left(\frac{\partial \tau_{xz}^0}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}^0}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$$\gamma_{xz} = -t_x + \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{4z^2}{h^2} \frac{\tau_{xz}^0}{G}, \quad \gamma_{yz} = -t_y + \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{4z^2}{h^2} \frac{\tau_{yz}^0}{G}$$

где $\tau_{xz}^0 = \tau_{xz}(x, y, 0)$ и $\tau_{yz}^0 = \tau_{yz}(x, y, 0)$ - суть касательные напряжения у срединной поверхности;

$t_x = -\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0}$, $t_y = -\left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_{z=0}$ - суть углы поворота элемента у срединной поверхности.

Углы поворота t_x и t_y складываются из угла поворота нормали к срединной поверхности и угла сдвига у срединной поверхности.

Из закона Гука, получаются следующие зависимости [6]:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) = -\frac{Ez}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial t_x}{\partial x} + \frac{\partial t_y}{\partial y}\right) - \frac{4z^3}{3h^2} \frac{E}{1-\nu^2} \frac{1}{G} \left(\frac{\partial \tau_{xz}^0}{\partial x} + \nu \frac{\partial \tau_{yz}^0}{\partial y}\right)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) = -\frac{Ez}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial t_y}{\partial y} + \frac{\partial t_x}{\partial x}\right) - \frac{4z^3}{3h^2} \frac{E}{1-\nu^2} \frac{1}{G} \left(\frac{\partial \tau_{yz}^0}{\partial y} + \nu \frac{\partial \tau_{xz}^0}{\partial x}\right)$$

(2)

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{xy} = -\frac{Ez}{2(1+\nu)}\left(\frac{\partial t_x}{\partial y} + \frac{\partial t_y}{\partial x}\right) - \frac{4z^3}{3h^2} \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{1}{G} \left(\frac{\partial \tau_{xz}^0}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}^0}{\partial x}\right)$$

$$\tau_{xz} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{xz} = \left(1 - \frac{4z^2}{h^2}\right)\tau_{xz}^0, \quad \tau_{yz} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{yz} = \left(1 - \frac{4z^2}{h^2}\right)\tau_{yz}^0$$

Анализ напряжений (2) по толщине пластинки показывает, что совокупность нормальных напряжений σ_x , σ_y приводит к изгибающим парам с моментами M_x , M_y ; совокупность касательных напряжений τ_{xy} к крутящей паре с моментом M_{xy} ; совокупность касательных напряжений τ_{xz} , τ_{yz} к равнодействующим перерезывающим силам Q_x , Q_y .

Касательные перерезывающие напряжения τ_{xz} , τ_{yz} , а следовательно и сдвиги γ_{xz} , γ_{yz} изменяются по параболическому закону, обращаясь в нуль на верхней и нижней граничных поверхностях пластинки $z=\pm h/2$, и достигают наибольших значений у срединной поверхности.

Следовательно, прямолинейные элементы пластинки в процессе деформации искривляются, оставаясь нормальными к верхней и нижней граничным поверхностям пластинки. Наибольшая степень искривления соответствует части элемента, находящейся в непосредственной близости от нейтрального слоя.

Для обобщенных сил M_x , M_y , M_{xy} , Q_x , Q_y с учетом обжатия имеем [4-6]:

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{\partial t_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial t_y}{\partial y}\right) - \frac{Eh^3}{60(1-\nu^2)G} \left(\frac{\partial \tau_{xz}^0}{\partial x} + \nu \frac{\partial \tau_{yz}^0}{\partial y}\right),$$

$$M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{\partial t_y}{\partial y} + \nu \frac{\partial t_x}{\partial x}\right) - \frac{Eh^3}{60(1-\nu^2)G} \left(\frac{\partial \tau_{yz}^0}{\partial y} + \nu \frac{\partial \tau_{xz}^0}{\partial x}\right),$$

$$M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yx} z dz = -\frac{Eh^3}{24(1+\nu)}\left(\frac{\partial t_x}{\partial y} + \frac{\partial t_y}{\partial x}\right) - \frac{Eh^3}{120(1+\nu)G} \left(\frac{\partial \tau_{xz}^0}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}^0}{\partial x}\right),$$

$$Q_x = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{zx} z dz = \frac{2}{3} h \tau_{xz}^0, \quad Q_y = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} z dz = \frac{2}{3} h \tau_{yz}^0$$

(3)

В согласии со второй гипотезой элемент пластинки можно заменить элементом срединной поверхности, того же очертания в плане и нагруженным, кроме заданной нагрузки, системой обобщенных сил, распределенных по боковым граням элемента. Для решения используем вариационный метод, основанный на принципе Лагранжа. Подсчитаем энергию, накопленную пластинкой при варьировании деформированного состояния. Используя функцию напряжений для усилий в срединной поверхности плиты $\varphi(x,y)$, работа обобщенных сил M_x , M_y , M_{xy} , Q_x , Q_y на вариациях обобщенных перемещений дает приращение энергии деформации пластинки в виде [4-6]:

$$\delta V = \iint \left[-M_x \delta \left(\frac{\partial t_x}{\partial x} \right) - M_y \delta \left(\frac{\partial t_y}{\partial y} \right) - M_{xy} \delta \left(\frac{\partial t_x}{\partial y} + \frac{\partial t_y}{\partial x} \right) \right] dx dy +$$

$$+ \iint \left[Q_x \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} - t_x \right) + Q_y \delta \left(\frac{\partial w}{\partial y} - t_y \right) \right] dx dy = \iint \left[-M_x \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{2h}{3} \frac{\partial \varphi_{1x}}{\partial x} \right) - M_y \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{2h}{3} \frac{\partial \varphi_{2x}}{\partial y} \right) - \right.$$

$$\left. - M_{xy} \frac{2h}{3} \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \right) \right] dx dy \quad (4)$$

$$+ \iint \left[Q_x \delta \left(\frac{2h}{3} \varphi_1 \right) + Q_y \delta \left(\frac{2h}{3} \varphi_2 \right) \right] dx dy$$

Рассматривая изгибные деформации плиты, действие трения по внутренней поверхности плиты со стороны грунтового основания можно заменить изгибающим моментом, пусть на поверхности плиты при $z = -\frac{h}{2}$ приложены касательные поверхностные усилия p_3, p_4 . Тогда m_x, m_y выражаются через них [6]:

$$m_x = \frac{h}{2}(p_3); \quad m_y = \frac{h}{2}(p_4).$$

Система внешних сил в общем случае может быть представлена: поперечной нагрузкой, интенсивности $q(x, y)$, изгибающими моментами m_x, m_y , создаваемые касательными напряжениями на внутренней поверхности пластины, реактивным давлением со стороны основания $p(x, y)$. Элементарная работа δA , совершенная всеми внешними обобщенными силами на вариациях обобщенных перемещений с учетом обжатия, имеет вид [6]:

$$\delta A = \iint (q(x, y) - p(x, y)) \delta w dx dy + \iint m_x \delta \left(\frac{\partial t_x}{\partial x} \right) dx dy + \iint m_y \delta \left(\frac{\partial t_y}{\partial y} \right) dx dy,$$

$$w = w + \frac{h(q(x, y) - p(x, y))}{2E} \quad (5)$$

В (5) $q(x, y), p(x, y)$ – соответственно нормальные усилия на внешней и внутренней поверхности плиты.

Вариационное уравнение Лагранжа записывается в виде:

$$\delta V = \delta A \quad (6)$$

Используя метод конечных разностей для решения вариационной задачи (6), приведен пример расчёта дорожной плиты на упругом основании с двумя коэффициентами постели.

Пример 1. Рассмотрим квадратную плиту, имеющую размеры 700x700 см в плане, лежащую на грунтовом основании.

Геометрические и физические параметры *основания* следующие:

$E = 35$ МПа – модуль упругости основания, $\mu = 0,3$ – коэффициент Пуассона, $H = 10$ м – толщина основания, $q = 0,005$ Мпа.

Геометрические и физические параметры *плиты* следующие:

$E = 26 \cdot 10^3$ МПа – модуль упругости материала плиты, $G = 13 \cdot 10^3$ МПа – модуль сдвига, $\mu = 0,2$ – коэффициент Пуассона, $H = 18$ см – толщина плиты, $q = 0,005$ МПа.

На рисунках 2-3 представлены эпюры максимальных прогибов ($10w$) и максимальных изгибающих моментов в срединной плоскости вдоль продольной оси.

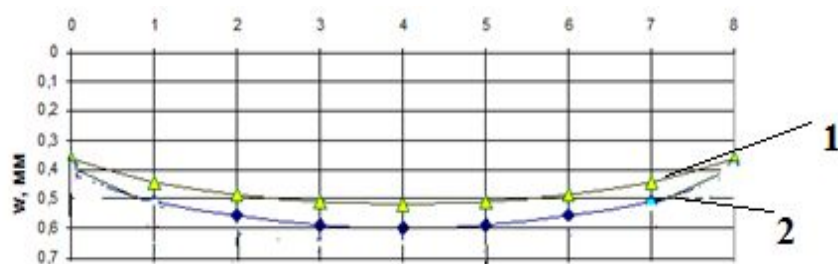


Рис. 2. Эпюры максимальных w [мм] в сечении 2-2: 1 – упругое решение с учетом трения, 2 – упругое решение без учета трения.

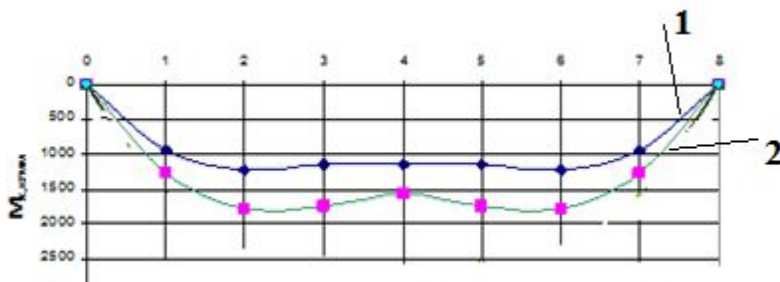


Рис. 3. Эпюры максимальных изгибающих моментов в сечении 2-2: 1 – упругое решение с учетом трения, 2 – упругое решение без учета трения.

В сборных дорожных плитах в местах стыка имеются деформационные швы. Забетонированные швы можно рассматривать как балки или ребра жесткости. В таблице 1 приведены значения прогибов (см) и изгибающих моментов в центре для гладкой и ребристой в продольном направлении плит в зависимости от условий закреплений и количества ребер жесткости для плиты 700x700 см (величина $(a/\delta)_p$ – представляет отношение ширины ребер к толщине).

Таблица 1 - Значения прогибов и изгибающих моментов в центре плиты в зависимости от условий закреплений и количества ребер жесткости для плиты 700x700 см

Граничные условия	$(a/\delta)_p$	гладкая	2 ребра	
			3,2	3,5
С учетом трения между плитой и основанием				
а) 2 края свободны, 2 края защемлены	w	0,56	0,52	0,50
	M_x	1028,10	955,99	932,96
б) 2 края свободны, 2 края шарнирно оперты	w	0,58	0,53	0,51
	M_x	1061,66	898,40	852,33
в) 2 края шарнирно оперты, 2 края защемлены	w	0,54	0,48	0,45
	M_x	955,99	886,89	840,81
Без учета трения между плитой и основанием				
а) 2 края свободны, 2 края защемлены	w	0,60	0,60	0,56
	M_x	1200,12	1147,19	1119,55
б) 2 края свободны, 2 края шарнирно оперты	w	0,64	0,61	0,59
	M_x	1271,0	1078,08	1027,80
в) 2 края шарнирно оперты, 2 края защемлены	w	0,56	0,55	0,52
	M_x	1151,19	1064,27	1008,97

Из таблицы 1 видно, что учет трения под подошвой плиты уменьшают значения прогибов и изгибных усилий соответственно на 7% и 2% для гладкой и на 12% и 20% для ребристых плит.

Выводы:

1. Для оптимизации конструкции дорожных одежд, использующих сборные жесткие плиты необходимо учитывать под подошвой покрытия сдвигающие усилия со стороны грунтового основания;
2. Условия закрепления жестких дорожных плит по границе их стыка и наличие продольных ребер жесткости существенно влияют на напряженно-деформированное состояние всей конструкции;
3. Учет поперечных сдвиговых деформаций для толстых дорожных покрытий изменяет поведение в сторону увеличения напряженно-деформированного состояния.

Список литературы

1. СН РК 3.03–34–2006. Инструкция по проектированию жёстких дорожных одежд [Текст]. — Астана, 2006. — 88 с.
2. Гитутюн М.В. Об уравнениях теории пластин, учитывающих поперечные сдвиги [Текст] / М.В. Гитутюн. // Проблемы мех.тонк.деф.тел. Сб. Ин-т мех. НАН Армении. - Ереван: 2002. - С.67-68.
3. Кулижников А.М. Направления совершенствования методики технико-экономического сравнения вариантов дорожных одежд [Текст] / А.М.Кулижников // Дороги и мосты: Сб. науч. трудов /// ФГУП «РОСДОРНИИ». - М.: 2010. – Вып.23/1 . – С. 32-47.
4. Рекач В.Г. Руководство к решению задач прикладной теории упругости [Текст] / В.Г.Рекач // Изд.3. - М.; 2010. - 288с.
5. Константинов И.А. Строительная механика [Текст] / И.А. Константинов, В.В. Лалин, И.И. Лалина. - СПбПУ, изд. Проспект, 2014. – 424с.
6. Исаханов Е.А. Основы теории и расчет слоистых плит на деформируемом основании [Текст] / Е.А. Исаханов, С.Х. Достанова, К.Е. Токпанова, А.М. Карабаев. - Алматы: КазАТК, 2008. – 224с.
7. Достанова С.Х. О расчете многослойных плит на деформируемом основании [Текст] / С.Х. Достанова, А.К. Слямбаева // Сб. матер. Международ. науч.-практ. конф. «Теоретические и экспериментальные исследования строительных конструкций». – Алматы: КазГАСА, 2010. - т.1.- С.133-136.