

## УЧЕТ СЕЙСМИЧЕСКОЙ СИЛЫ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ БУССИНЕСКА

## ACCOUNTING FOR SEISMIC FORCES IN SOLVING PROBLEMS BOUSSINESQ

*Бул макалада топурактын массивиндеги чыңалууну аныктоодо Буссинесктин маселеси менен сейсмикалык күчтү эске алуу каралган.*

**Ачык сөздөр:** чыңалуу, деформация, топурак, тело, сызыктуу деформация, сейсмикалык күч, сейсмикалык коэффициент, жарым мейкиндик, бурч.

*В этой статье предлагается определение напряжений в массиве грунта с учетом сейсмической силы задачей Буссинеска.*

**Ключевые слова:** напряжение, деформация, грунт, тело, линейная деформация, сейсмическая сила, коэффициент сейсмичности, полупространства, угол.

*This article proposes a definition of stress in the ground, taking into account an array of seismic forces Boussinesq task.*

**Keywords:** stress, strain, soil, body, linear deformation, seismic force seismic coefficient, half-angle.

В работе рассматривается учет сейсмической силы при определении напряжений в грунте. При определении напряжений в массиве грунта принимают, что грунт является сплошным линейно-деформируемым телом, испытывающим одноразовое нагружение. В этих условиях для определения осредненных напряжений в точке массива грунта используют решения теории упругости [1-4].

Решение задачи при действии вертикальной сосредоточенной силы, приложенной к поверхности упругого полупространства, полученное в 1885 г. Ж. Буссинеском, позволяет определить все компоненты напряжений и деформаций в любой точке  $M$  полупространства от действия силы  $N$ . При этом грунт рассматривается как невесомое линейно-деформируемое тело.

В статье рассматривается, что грунт весомое линейно-деформируемое тело и решение задачи Буссинеска производится одновременным учетом сейсмической силы. Предлагаются формулы для определения вертикального напряжения  $\sigma_z$  с учетом сейсмической силы.

Рассмотрим упругое линейно-деформируемое невесомое полупространство сосредоточенной силой  $N$  на поверхности. Определяем напряжение точки  $M$  от действия сосредоточенной силы  $N$ . Положение точек определяется радиальными координатами  $R$  и  $\beta$ , где  $R$  – расстояние от силы до точки  $M$ ,  $\beta$  – угол между линией  $R$  и вертикальной осью  $Z$  (рис. 1) [1 – 4].

Радиальное напряжение  $\sigma_R$  действует по направлению  $R$  и учитывает влияние сейсмической силы при действии сосредоточенной силы  $N$ . Тогда оно определяется по формуле:

$$\sigma_R = \sigma_R^N + \sigma_R^a, \quad (1)$$

где  $\sigma_R^N$  – радиальное напряжение от действие силы  $N$  для невесомого упругого тела [1-4];  $\sigma_R^a$  радиальное напряжение от действия сейсмической силы для весомого упругого тела, которое определяется через сейсмической силы  $S = ma$ , где  $m$  – масса элементарной призмы грунта,  $a$  – ускорение землетрясений.

Напряжение  $\sigma_R$  в общем виде определяется по формуле  $\sigma_R = \frac{A \cos \beta}{R^2}$  [1-4]. Для определения коэффициента пропорциональности  $A$  составляем уравнение равновесия в виде суммы проекций всех сил на ось  $Z$  (рис. 1а).

$$N - \int_F \sigma_R dF \cdot \cos \beta + S = 0 \quad (2)$$

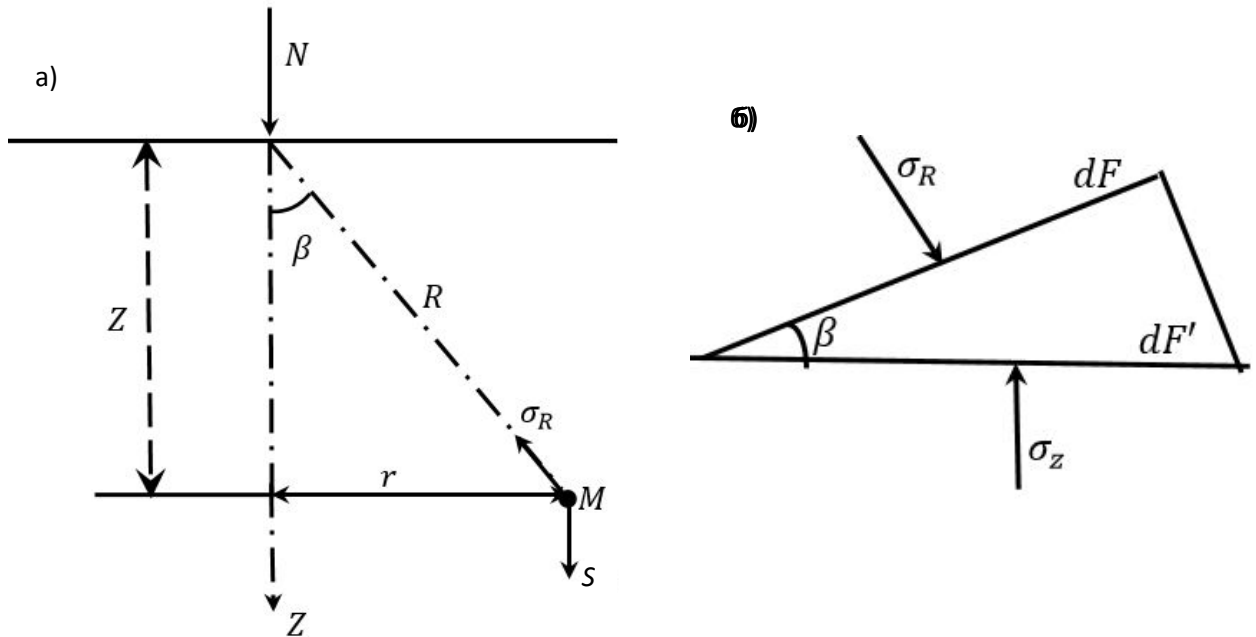


Рис. 1. Схемы определения напряжений  $\sigma_R$  и  $\sigma_z$ :

а) схема определения напряжений  $\sigma_R$  от действия сосредоточенной силы  $N$ ;

б) схема определения напряжения  $\sigma_z$ .

где  $dF$  – наклонная площадка на которую действует напряжения  $\sigma_R$ ;  $dF'$  – горизонтальная площадка на которую действует сейсмическая сила в точке  $M$ .

Сейсмическая сила действует на точку  $M$  статически вертикально.

Здесь  $dF = 2\pi r \cdot R \cdot d\beta$ ,  $dF' = \frac{dF}{\cos \beta} = \frac{2\pi r \cdot R \cdot d\beta}{\cos \beta}$ ,  $Z = R \cdot \cos \beta$  (рис. 2) [1-2].

Считаем, что вертикальная составляющая сейсмической силы значительно превышает горизонтальную составляющую. В грунтах расположенных ближе к эпицентральных зонам имеет такая картина, что характерна для Кыргызской Республики. Тогда формула (2) примет вид

$$N - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_R \cdot 2\pi r \cdot R \cdot d\beta \cdot \cos \beta + S = 0$$

учитывая, что  $r = R \cdot \sin \beta$  (рис. 1а) имеем

$$N - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_R \cdot 2\pi R \cdot \sin \beta \cdot R \cdot d\beta \cdot \cos \beta + S = 0$$

$$N - 2\pi R^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_R \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot d\beta + S = 0 \quad (3)$$

Подставляя значений  $\sigma_R = \frac{A \cos \beta}{R^2}$  и  $dV = dF' \cdot Z$  в формулу (3) имеем,

$$N - 2\pi R^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{A \cos^2 \beta}{R^2} \cdot \sin \beta \cdot d\beta + \int_{F'} \rho dF' \cdot Z \cdot a = 0$$

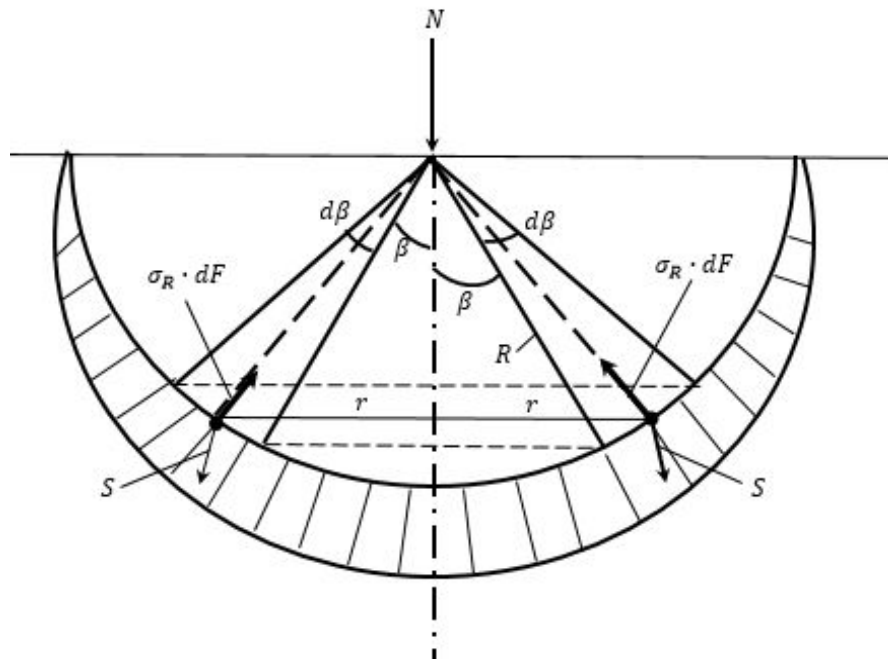


Рис. 2. Схемы действия сил  $\sigma_R \cdot dF, S$ .

где  $A$  – коэффициент пропорциональности определяемый из этого уравнения;  $\rho$  – плотность грунта;  $Z = R \cdot \cos \beta$  – вертикальное расстояние до точки  $M$ ,  $\rho = \frac{\gamma}{g}$ ,  $\gamma$  – удельный вес грунта,  $g$  – ускорение свободного падения.

$$N + \frac{2\pi R^2}{R^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} A \cdot \cos^2 \beta d(\cos \beta) + \int_{F'} \frac{\gamma}{g} \cdot Z \cdot a \cdot dF' = 0 \quad (4)$$

Интегрируем уравнение (4), получим

$$N + 2\pi \frac{A \cos^3 \beta}{3} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_{F'} \gamma Z \cdot k_c \cdot dF' = 0$$

где  $k_c = \frac{a}{g}$  – коэффициент сейсмичности, который зависит от сейсмичности площадки строительства.

$$N - \frac{2\pi A}{3} - k_c \cdot \gamma \int_{F'} R \cdot \cos \beta \frac{dF}{\cos \beta} = N - \frac{2\pi A}{3} + k_c \gamma \cdot R \int_0^{\pi/2} 2\pi r \cdot R \cdot d\beta = 0$$

$$N - \frac{2\pi A}{3} + k_c \gamma \cdot R \int_0^{\pi/2} 2\pi R \cdot \sin \beta \cdot R d\beta = N - \frac{2\pi A}{3} + 2\pi k_c \gamma \cdot R^3 \int_0^{\pi/2} \sin \beta \cdot d\beta = 0$$

$$N - \frac{2\pi}{3A} - 2\pi R^3 \gamma k_c \cdot \cos \beta \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = N - \frac{2\pi A}{3} + 2\pi R^3 \gamma k_c = 0$$

$N - \frac{2\pi A}{3} + 2\pi R^3 \gamma \cdot k_c = 0$ , отсюда определяем  $A$

$$\frac{2\pi A}{3} = N + 2\pi R^3 \gamma \cdot k_c$$

$$A = \frac{3N}{2\pi} + 3R^3 \gamma \cdot k_c \quad (5)$$

Формула (5) определяет коэффициент пропорциональности А при определении радиального напряжения  $\sigma_R$  от действия сосредоточенной силы с учетом сейсмической силы.

Тогда радиальное напряжение будет

$$\sigma_R = \frac{A \cos \beta}{R^2} = \left( \frac{3N}{2\pi} + 3R^3 \gamma \cdot k_c \right) \frac{\cos \beta}{R^2} = \frac{3N}{2\pi} \cdot \frac{\cos \beta}{R^2} + 3R \gamma \cdot k_c \cdot \cos \beta = \sigma_R^N + \sigma_R^S \quad (6)$$

Сравнивая (6) и (1) имеем

$$\sigma_R^N = \frac{3N \cdot \cos \beta}{2\pi R^2}; \quad \sigma_R^S = 3R \gamma \cdot k_c \cdot \cos \beta \quad (7)$$

Из формулы (7)  $\sigma_R^N$  – радиальное напряжение без учета собственного веса грунта совпадает с формулой в работах [1-2],  $\sigma_R^S$  – радиальное напряжение только от сейсмической силы.

По формулам (6) и (7) можно определить радиальное напряжение в грунте от действия сосредоточенной силы с учетом сейсмической силы. На практике при расчете осадок фундаментов нас интересует вертикальное напряжение  $\sigma_z$ .

Определяем напряжение  $\sigma_z$ , для этого в точке М рассмотрим элементарную треугольную призму с площадками  $dF$  и  $dF'$  (рис. 1б).

Для определения  $\sigma_z$  проецируем всех сил на вертикальную ось Z.

$$\sigma_R \cdot dF \cdot \cos \beta - \sigma_z \cdot dF' - 0$$

$$\sigma_R \cdot dF \cdot \cos \beta - \sigma_z \cdot \frac{dF}{\cos \beta} - 0$$

$$\sigma_R \cdot dl' \cdot \cos^2 \beta - \sigma_z \cdot dl' = 0 \Rightarrow \sigma_z = \sigma_R \cdot \cos^2 \beta$$

Подставляя значения  $\sigma_R$  из формулы (6) с учетом (7) имеем,

$$\sigma_z = \left( \frac{3N \cdot \cos \beta}{2\pi R^2} + 3\gamma \cdot k_c \cdot R \cdot \cos \beta \right) \cos^2 \beta = \frac{3N \cdot \cos^3 \beta}{2\pi R^2} + 3\gamma \cdot k_c \cdot R \cdot \cos^3 \beta$$

$$\sigma_z = \frac{3N \cdot \cos^3 \beta}{2\pi R^2} + 3\gamma \cdot R \cdot k_c \cdot \cos^3 \beta \quad (8)$$

По формуле (8) можно определить вертикальное напряжение  $\sigma_z$  от действия сосредоточенной силы N с учетом сейсмической силы.

Первый член правой части формулы (8) определяет вертикальное напряжение без учета собственного веса грунта, что совпадает с формулой в работах [1-2], а второй член определяет вертикальное напряжение в грунте от сейсмической силы, при действии сосредоточенной силы. Здесь  $\gamma$  удельный вес уплотненного грунта на поверхности упругого весомого полупространства. Считаем, что грунт до приложения силы N природно или искусственно уплотнялся.

Формулу (8) можно представить в виде:

$$\sigma_z = \sigma_z^N + \sigma_z^S \quad (9)$$

$$\sigma_z^N = \frac{3N \cdot \cos^3 \beta}{2\pi R^2}, \quad \sigma_z^S = 3 \cos^3 \beta \cdot \gamma R \cdot k_c \quad (10)$$

Приведем формулы (10) в удобный вид для практического расчета как в работах [1-2].

Зная, что  $\cos \beta = \frac{z}{R}$ , получим

$$\sigma_z^N = \frac{3N \cdot z^3}{2\pi R^3}; \quad \sigma_z^S = 3\gamma \frac{z^3}{R^2} \cdot k_c \quad (11)$$

Исключим R в формулах (11), рассмотрим первую формулу

$$\sigma_z^N = \frac{3N \cdot Z^3}{2\pi R^5} = \frac{3N \cdot Z^5}{2\pi Z^2 R^5} = \frac{3N}{2\pi Z^2 \cdot \frac{R^5}{Z^5}} = \frac{3N}{2\pi Z^2 \left(\frac{R}{Z}\right)^5} = \frac{3N}{2\pi Z^2 \left(\frac{\sqrt{Z^2 + r^2}}{Z}\right)^5} =$$

$$= \frac{3N}{2\pi Z^2 \left(\sqrt{1 + \left(\frac{r}{Z}\right)^2}\right)^5} = \frac{3N}{2\pi Z^2 \left(1 + \left(\frac{r}{Z}\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}} = \frac{KN}{Z^2}$$

$$\sigma_z^N = \frac{KN}{Z^2} \quad (12)$$

где  $K = \frac{3}{2\pi \left(1 + \left(\frac{r}{Z}\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}$  определяется в зависимости от отношений  $\frac{r}{Z}$ .

В работах [1-2] есть табличные значения  $K$  которые применяются при расчете осадок фундаментов.

Теперь преобразуем вторую формулу.

$$\sigma_z^S = 3\gamma \cdot k_c \frac{Z^3}{R^2} = 3\gamma \cdot k_c \cdot Z \cdot \frac{Z^2}{R^2} = \frac{3\gamma \cdot k_c \cdot Z}{\frac{R^2}{Z^2}} = \frac{3\gamma \cdot k_c \cdot Z}{\left(\frac{R}{Z}\right)^2} = \frac{3\gamma \cdot k_c \cdot Z}{\left(\frac{\sqrt{r^2 + Z^2}}{Z}\right)^2} =$$

$$= \frac{3\gamma \cdot k_c \cdot Z}{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{r}{Z}\right)^2}\right)^2} = \frac{3\gamma \cdot k_c \cdot Z}{1 + \left(\frac{r}{Z}\right)^2} = B \cdot k_c \cdot \gamma \cdot Z$$

$$\sigma_z^S = B \cdot \gamma \cdot Z \quad (13)$$

где  $B = \frac{3 \cdot k_c}{1 + \left(\frac{r}{Z}\right)^2}$  безразмерный коэффициент показывающий изменение напряжений от

сейсмической силы при действии сосредоточенной силы  $N$  на поверхности грунта.

Увеличение коэффициента  $B$  приводит к увеличению напряжения в грунте. Значит при действии сейсмической силы  $S$  напряжение в грунте изменяется в зависимости от сейсмической силы и положения точки  $M$  в полупространстве (рис. 3).

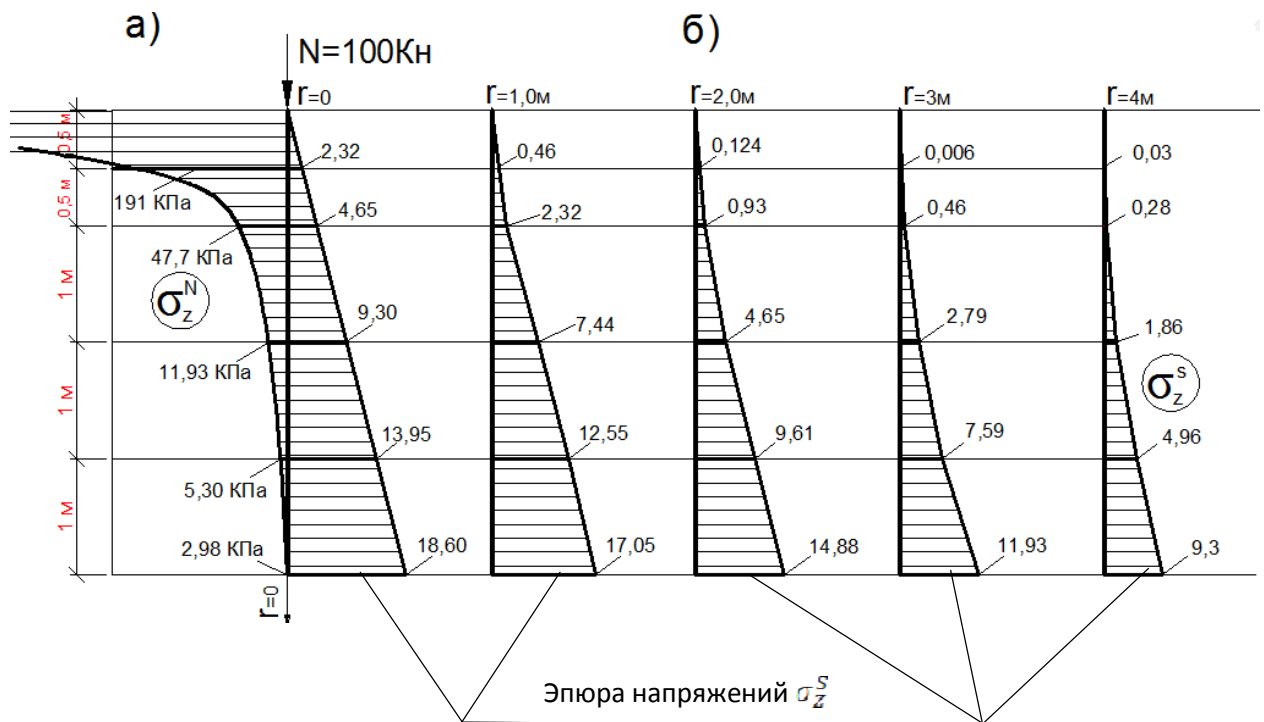


Рис. 3. Эпюры напряжений  $\sigma_z^N$  и  $\sigma_z^S$  в КПа от действия сосредоточенной силы  $N$   
а) эпюра напряжений  $\sigma_z^N$  при  $N = 100$  кН

б) эпюра напряжений  $\sigma_z^S$ , для  $k_c = 0,1$  и  $\gamma = 15,5 \frac{\text{Кн}}{\text{м}^3}$

Предложенный способ определения напряжений может быть использован для определения напряжений и осадок фундаментов с учетом сейсмической силы. При этом надо учитывать требования СНиП [5]. Коэффициент  $k_c$  определяется в зависимости от сейсмичности площадки строительства. На рис. 4 представлена эпюра  $\sigma_z$  с учетом сейсмической силы для сейсмичности площадки 9 баллов коэффициентом сейсмичности  $k_c = 0,1$  [6].

Из рисунка 4а видно, что с ростом  $z$  напряжение  $\sigma_z$  падает до некоторой глубины, а потом возрастает. Минимальное значение  $\sigma_z = 19,10$  КПа при глубине 2,76 м.

Глубина сжатой зоны  $H_c = 2,5$  м, которая определяется из условия [2],  $\sigma_z^N = 0,2\gamma \cdot H_c$ , отсюда  $7,75 = 0,2 \cdot 15,5 \cdot 2,5 = 7,75$ . Это условие выполняется при  $H_c = 2,5$  м.

При определении осадок фундаментов используя формулы (9 - 13) рассматривается эпюра  $\sigma_z$  в пределах высоты сжатой зоны.

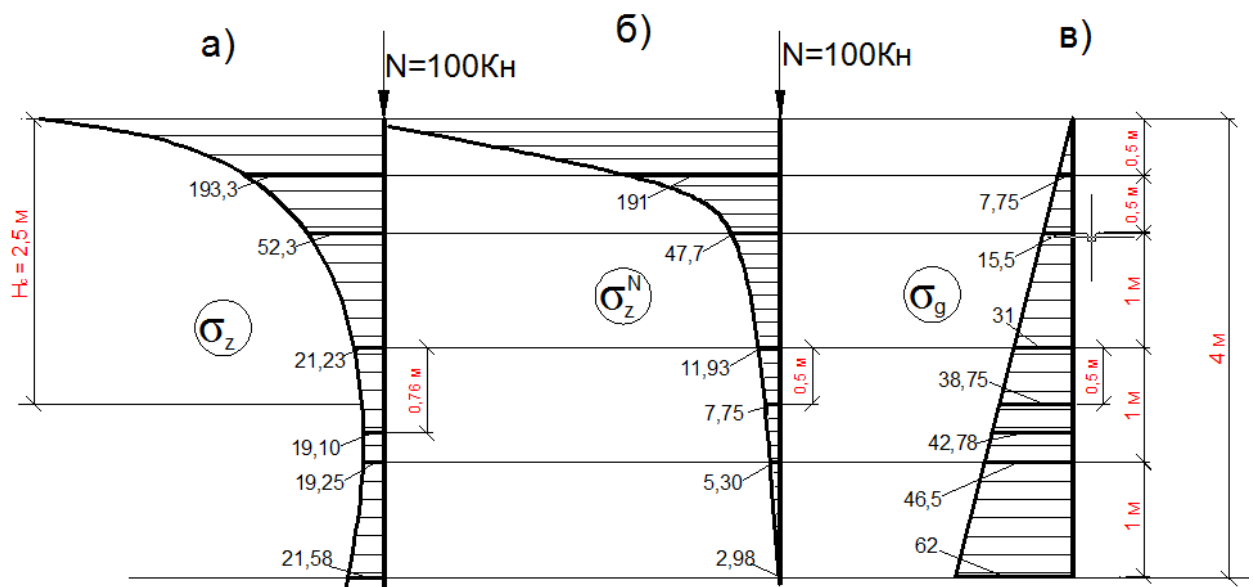


Рис. 4. Эпюра напряжений в КПа.

а) эпюра напряжения  $\sigma_z$  по формуле (9) с учетом сейсмической силы  $S$  при действии сосредоточенной силы  $N = 100$  кН, приложенной на суглинистый грунт  $\gamma = 15,5 \frac{\text{Кн}}{\text{м}^3}$ ;

б) эпюра напряжений  $\sigma_z^N$  при действии сосредоточенной силы  $N$ , для невесомого полупространства;

в) эпюра напряжений от собственного веса грунта  $\sigma_g = \gamma \cdot z$ .

### Список литературы

1. Цытович В.Н. Механика грунтов [Текст] / В.Н. Цытович. - М.: 1963. – 512 с.
2. Далматов Б.И. Механика грунтов, основания и фундаменты [Текст] / Б.И. Далматов. – Ленинград: Стройиздат, 1988. – 412 с.
3. Ухов С.В. Механика грунтов, основания и фундаменты [Текст] / С.В. Ухов, В.В. Семенов, Тер – Мортеросян. - М.: 2008. – 310 с.
4. Ордобаев Б.С., Апсеметов М.Ч. Механика грунтов, основания и фундаменты [Текст] / Б.С. Ордобаев, М.Ч. Апсеметов. – Бишкек: 2014. – 207 с.

5. СНиП 2.02.01-83\*. Основания зданий и сооружений. Москва, М. 2006 – 48 с.
6. СНиП 20-02:2009. Сейсмостойкое строительство, Бишкек 2009 – 75 с.