УДК 535.41:778.38

Ю.Х. ИСМАНОВ, Н.М. КУЛМУРЗАЕВ
YU.KH. ISMANOV, N.M. KULMURZAEV
E.mail. ksucta@elcat.kg

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ В ОПТИКЕ ФАЗОВЫХ СРЕД

INVERSE PROBLEMS IN THE OPTICS OF GASEOUS MEDIA

Макалада оптикадагы кайра маселе теорияфсынын жалпы жоболору, алардын классификациясы жана ушул маселелер чыгарылышы үчүн шарттар келтирилген. Голографиялык интерферометрия кырдаалында бул маселе интерферограммаларды деишфровкалоо проблемасына такалары көрсөтүлгөн.Бул проблема эки өлчөмдүү тунук чөйрөдөгү интерферограмманын мисалында каралды.

Ачкыч сөздөр: *оптикадагы кайра маселе, фазалык чөйрөлөр, интерферограммаларды дешифровкалоо,эки өлчөмдүү жана жаага симметриялуу тунук чөйрөлөр.*

В статье перечислены общие положения теории обратных задач в оптике, их классификация, а также условия, при которых эти задачи разрешимы. Показано, что в случае голографической интерферометрии эта задача сводится к проблеме дешифровки интерферограмм. Данная проблема рассмотрена на примере интерферограмм двумерных прозрачных сред.

Ключевые слова: *обратная задача в оптике, фазовые среды, дешифровка интерферограмм, двумерные и осесимметричные прозрачные среды.*

General positions of inverse problems in optics, their classification and conditions when these problems are solved are considered in the paper. In the holographic interferometry these problems are considered as interferogram decoding. The problem is considered for the case of 2-dimension phase medium.

Keywords: *inverse problem in optics, phase medium, deciphering interferogram, two-dimensional and axially symmetric transparent environment.*

Обратные задачи в оптике – чаще всего проблема восстановления фазы волнового фронта, которая возникает во многих разделах физики. В ренгеноструктурном анализе, например, могут быть определены только абсолютные величины структурных факторов при явно утраченной фазе. Характеристики рассеяния (например, его дифференциальное сечение) позволяют получить только абсолютный квадрат амплитуды рассеяния, тогда как знание фазы необходимо для определения свойств рассеивающих объектов.

Необходимо подчеркнуть, что решение задачи нахождения фазы, т. е. вычисления фазы функции по ее модулю, возможно только тогда, когда известно наперед, что рассматриваемая комплексная функция принадлежит определенному функциональному классу [1, 2]. В случае оптических задач встречаемся с функциями, заданными в ограниченной полосе частот.

Обратные оптические задачи можно разделить на следующие два основных класса:

1) задачи, имеющие целью получение информации о пространственных изменениях функций источников (пространственно-частотных спектров), таких как профиль интенсивности или степень пространственной когерентности и другие пространственные корреляции [3];

2) задачи, имеющие целью получение информации о временных изменениях, т. е. динамики функций источников, или временных частотных спектрах, таких как

спектральная плотность или степень временной когерентности и другие временные корреляции [4].

3) задачи, которые объединяют спектральный и пространственные подходы и представляют собой восстановление формы объемного резонатора по спектру собственных значений или функции временной когерентности [5].

Перечисленные задачи являются общими обратными задачами в оптике. В случае интерферометрии эти задачи сводятся к задаче расшифровки интерферограмм. Расшифровка интерферограмм предполагает установление однозначных зависимостей параметров интерференционной картины от условий прохождения светового луча через исследуемый прозрачный объект.

Известно, что интерферометрический метод изучения прозрачных неоднородностей основан на свойстве локального изменения показателя преломления просвечиваемой среды в результате изменения ее плотности. Следствием этого является запаздывание по фазе световой волны, прошедшей через объект исследования, по сравнению с волной, прошедшей без объекта исследования. Определение этого времени запаздывания и установление закона распределения показателя преломления (или плотности) вдоль светового луча и является задачей интерпретации интерферограмм.

В большинстве практических задач исследуемые неоднородности можно свести к двум типам: двумерным и осесимметричным. В первом случае оптическая длина светового луча через различные участки неоднородности одинакова, во втором – зависит от радиуса неоднородности.

Существуют два основных способа расшифровки интерферограмм: геометрический и фотометрический. Общим для обоих способов является то, что измеряемый параметр, например плотность ρ, определяется в виде суммы ρ_0 и $\Delta\rho$, где ρ_0 – некоторая начальная плотность, $\Delta\rho$ - приращение плотности. Приращение плотности определяется сравнением интерференционных картин с объектом и без объекта или сравнением участков интерферограмм с изменившимися и неизменившимися в результате влияния объекта характеристиками интерференционного поля.

При геометрической расшифровке измеряется смещение полос (при изменении плотности по всему полю) или их искривление (при локальном изменении плотности).

Для двумерных прозрачных сред зависимость между разностью фаз и плотностью ΔD на негативе, вызвавшей ее, имеет вид

$$\Delta\delta = 4{,}6\frac{1-\rho}{\sqrt{\rho}}\cdot\frac{\Delta D}{\gamma}, \qquad (1)$$

где ρ - коэффициент отражения зеркал интерферометра, γ - коэффициент контрастности фотоматериала.

Учет характеристик интерферометра для $\Delta\delta$ дает выражение

$$\Delta\delta = 4{,}6\frac{1-\rho}{\sqrt{\rho}}\cdot\frac{\Delta D}{\gamma}\cdot\frac{1+2{,}3\Delta D^*/\gamma}{(2{,}3\Delta D^*/\gamma)^{1/2}}, \qquad (2)$$

где $\Delta D^* = D_{\max} - D_0$ - разность оптических почернений, соответствующих максимальной интенсивности и интенсивности, на которую настроен интерферометр. Последний сомножитель учитывает настройку интерферометра, т. е. уровень интенсивности интерференционного поля по отношению к максимальной. Если приращение разности фаз $\Delta\delta$ произошло за счет изменения плотности исследуемой среды, то величину $\Delta\delta$ можно связать с изменениями интенсивности интерференционной картины, предварительно установив взаимозависимость показателя преломления и плотности.

В общем виде взаимозависимость этих величин определяется формулой Лоренц – Лорентца:

$$\frac{n^2-1}{n^2+2}=N_0\frac{4\pi e^2 f}{3m(\omega_0^2-\omega^2)}, \qquad (3)$$

где N_0 - число частиц в 1 см^3 материала исследуемой среды; *e* и *m* заряд и масса электрона соответственно; *f* – сила осциллятора; ω_0 - собственная частота колебаний электрона; ω - частота колебаний внешнего поля.

Для данного вещества и данной длины волны можно считать, что значения величин *e, m,* ω и ω_0 постоянны. Для газообразных сред, где $n \approx 1$, справедливо соотношение

$$(n^2-1)(n^2+2)=2(n-1)/3. \qquad (4)$$

С учетом этого формулу (3) можно привести к виду

$$(n-1)/\rho^*=K, \qquad (5)$$

где ρ^* - плотность исследуемой газообразной среды; *K* – константа. Из полученного выражения, известного как формула Гладстона-Дейла, следует

$n-1=K\rho_*$;

$dn=Kd\rho^*$.

С учетом полученных зависимостей можно записать выражение для приращения плотности $\Delta\rho^*$ в виде

$$\Delta\rho^*=\frac{\lambda}{8Kh}\frac{1-\rho}{\pi\sqrt{\rho}}\frac{1+2{,}3\Delta D^*/\gamma}{(2{,}3\Delta D^*/\gamma)^{1/2}}\frac{2{,}3(D_1-D_0)}{\gamma}, \qquad (6)$$

где D_1 - оптическая плотность почернения на участке интерференционного поля, где произошло изменение интенсивности за счет приращения плотности.

В соотношении (6) значения величин λ, K, h, ρ известны, $\Delta D^*, D_1, D_0, \gamma$ определяются из эксперимента. Абсолютные значения плотности ρ^* складываются, как уже говорилось, из ρ_0^* и $\Delta\rho^*$. Таким образом проводится расшифровка интерферограмм при фотометрическом способе их обработки.

Если расшифровка выполняется геометрическим способом, то плотность определяется из соотношения

$$\rho^*=\rho_0^*+\frac{\lambda}{Kh}s, \qquad (7)$$

где *K* – постоянная Гладстона; *s* – смещение в долях полосы, замеряемое на интерферограмме.

При изучении осесимметричных неоднородностей измеряемая величина изменения разности хода является результатом воздействия на световой луч всех точек неоднородности, лежащих на пути луча.

Рассмотрим осесимметричную неоднородность с радиусом r_0, расположенную между зеркалами многоканального интерферометра. Если показатель преломления неоднородности отличается от значения n_0 в невозмущенной среде, то

$$\Delta\delta=(4\pi/\lambda)\int_{-x}^{x}(n-n_0)dx, \qquad (8)$$

где dx выражается через текущую радиальную координату неоднородности в виде

$$dx=\frac{2rdr}{(r^2-y^2)^{1/2}}. \qquad (9)$$

Зависимость, связывающая изменение разности фаз с оптической плотностью почернения фотопленки и параметрами интерферометра, имеет вид

$$\Delta\delta = \frac{2,3(D_y - D_0)}{\gamma}\frac{1-\rho}{2\sqrt{\rho}}\frac{[1+\dfrac{2,3(D_{\max}-D_0)}{\gamma}}{(2,3\dfrac{D_{\max}-D_0}{\gamma})^{1/2}}. \qquad (10)$$

После несложных преобразований из выражений (9) и (10) получаем

$$\frac{\lambda}{K}(D_y - D_0) = \eta\int_y^r \frac{(\rho^* - \rho_0^*)rdr}{(r^2 - y^2)^{1/2}}, \qquad (11)$$

где

$$\eta = \frac{16\pi\gamma}{2,3}\frac{[2,3\dfrac{D_{\max}-D_0}{\gamma}\rho]^{1/2}}{[1+2,3\dfrac{D_{\max}-D_0}{\gamma}](1-\rho)}. \qquad (12)$$

Разность между плотностью в некоторой точке исследуемой неоднородности ρ_y^* и значением ρ_0^* в области без неоднородности

$$\rho_y^* - \rho_0^* = \frac{\lambda}{\pi K\eta\bar{r}_i}\frac{d}{dr_i}\int_{\bar{r}_i}^1 \frac{(D_y - D_0)rdr}{(\bar{r}^2 - \bar{r}_i^2)^{1/2}}, \qquad (13)$$

где $\bar{r}_i = y/r_0$, $\bar{r} = r/r_0$.

Выражение (13) является преобразованием Абеля относительно искомой величины $\rho^* - \rho_0^*$; оно представляет собой решение уравнения (11).

В общем случае решение уравнения (11) возможно лишь при условии внесения каких-либо предположений относительно закона изменения $D_y - D_0$ или $\rho_y^* - \rho_0^*$. Целый ряд расчетных методов основан на аппроксимации функции, подлежащей определению. Например, метод Шардина предполагает постоянство экспериментальной функции внутри кольцевых зон, на которые разбивается сечение осесимметричной неоднородности. Другой метод основан на аппроксимации функции $\rho_y^* - \rho_0^*$ в каждой зоне линейной функции. В методе Лихушина, предназначенном для определения полей плотности осесимметрияных сверхзвуковых потоков газа, экспериментальная функция представляется в виде суммы $A(1-\bar{r}^2)^{1/2} + B(\bar{r})$, где *A* – некоторая постоянная величина; $B(\bar{r})$- плавно изменяющаяся функция. Аппроксимация Лихушина учитывает влияние скачка уплотнения коэффициентом *A* и изменение плотности за ударной волной, которое считается достаточно плавным, коэффициентом *B*. После интегрирования искомая функция выражается в виде суммы произведений значений экспериментальной функции в граничных точках зон на некоторые постоянные коэффициенты.

Достоинством метода является зависимость распределения смещения полос и плотности непосредственно от радиуса осесимметричной неоднородности, а также удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных результатов для крайних зон осесимметричной неоднородности. Но этот метод весьма трудоемок и в области сильных градиентов плотности не всегда удовлетворительно аппроксимирует искомую функцию(даже при разбиении сечения неоднородности на большое число зон, например при N=50). Более точную аппроксимацию можно получить при замене искомой функции некоторой квадратичной, имеющей вид $a_j\bar{r}^2 + b_j\bar{r} + c$, где коэффициенты a_j, b_j, c для каждой *j*-ой зоны выражается через значения в граничных точках зоны.

Дальнейшим усовершенствованием расчетных методов определения параметров осесимметричной неоднородности явилась методика В. А. Емельянова. Ее главным отличием является дифференцирование по ψ приближенно вычисленного из уравнения (13) интеграла:

$$\psi(\bar{y}) = \int_{r_i}^{1} \frac{(D - D_0)\bar{r}d\bar{r}}{(\bar{r}^2 - \bar{r}_i^2)^{1/2}} . \qquad (14)$$

Это оказывается возможным благодаря тому, что функция (14) более гладкая, чем функция $D_y - D_0$. Подобный прием приводит к повышению точности расчетного метода.

Список литературы

1. Walther A. Opt. Acta, v.10, No. 41, 1963, p.p. 78-96
2. Wolf E. Proc. Phys. Soc. , London, v. 80, No. 1269, 1962, 32-74
3. Goodman J. W. Synthetic-Aperture Optics. - Progress in Optics, ed. by E. Wolf, v. VIII, North-Holland, Amsterdam, London, 1970, p.p. 1-50
4. Frieden B. R. Evaluation, Design and Extrapolation for Optical Signals.- Progress in Optics, ed. by E. Wolf, v. VIII, North-Holland, Amsterdam, New York, 1971, p.p. 311-407
5. Wang J. Y., Goulard R. Appl. Opt. v. 14, 1975, p.p. 862-871