

«ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА»

УДК 532:536.24;533.9

ВЫПУЧИВАНИЕ ТОНКОСТЕННОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ КОНСТРУКЦИИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ УДАРНОГО ИМПУЛЬСА, ЛЕЖАЩЕЙ НА ОСНОВАНИИ ТИПА КОССЕРА, КОГДА СИЛА КОНТАКТНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ СОСРЕДОТОЧЕННАЯ ПОД НАГРУЗКОЙ**Божанов Е.Т., Ергазина Р.А., Молдакан А.Е.**

Казахский Национальный Технический Университет имени К.И.Сатпаева, Алматы, Казахстан

E-mail:ergazina.ryskul@gmail.com

В данной статье рассмотрена многослойная тонкостенная конструкция под действием ударного импульса, когда сила контактного воздействия сосредоточенная под нагрузкой, а конструкция шарнирно и скользящее закреплена на расстоянии – L.

Ключевые слова: Ударник, мишень, периферия контакта, конфигурация, преграда, площадка контакта, условия закрепления, опорный контур, сосредоточенное нагружение, условие под нагружении в области периферии контакта.

BUCKLING OF THIN-WALL MULTILAYER STRUCTURES UNDER IMPACT MOMENTA LYING BASED ON THE TYPE COSSERAT WHEN FORCE CONTACT INFLUENCE CONCENTRATED LOAD**Bozhanov E.T., Ergazina R.A., Moldakan A.E.** Kazakh National Technical University named after

K.I.Satpayev, Almaty, Kazakhstan E-mail: ergazina.ryskul@gmail.com

This article describes multi-layer thin-walled structures under the influence of a shock pulse when the force of the contact exposure is concentrated under load, and construction is hinged and sliding mounted at a distance - L.

Keywords: Drummer, target, periphery contact's, configuration, barrier, contact area, the conditions of fixation, reference circuit, concentrated loading condition for loading in the periphery of the contact.

Постановка задачи

В качестве мишени рассмотрим тонкостенную многослойную конструкцию длиной – L, толщиной – h, шириной – b, с переменными параметрами поперечного сечения, лежащую на обобщенном упругом основании типа Коссера ([1] – [2]).

Пусть на поверхности в конструкции действует критический импульс в виде неравномерной поперечной силы произвольной эпюры. При этом размеры площади и контакта взаимодействующих тел и форма критической деформации зависит от эпюры неравномерной поперечной силы.

Ударный импульс производится в центре плоскости мишени в начале координатной системы, в зоне контакта происходят относительные удлинения смещения деформации.

Математическую модель взаимодействующих тел в зависимости дифференциального уравнения изчита серединной оси поперечного сечения возьмем в виде [3] – [4]:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + 2B \frac{d^3 w}{dx^3} + kw = q_k^* \quad (1)$$

Сделаем замену переменной

$$\xi = \frac{x}{\beta}, \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{k}{D}} \quad (2)$$

подставляя (2) в (1) получим:

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + C \frac{d^3 w}{d\xi^3} + w = \frac{q_k^*}{k\beta} \left\{ 1; \xi; L - \xi; -\xi + \frac{\xi^2}{2}; 1 - \xi + \frac{\xi^2}{2} \right\} \quad (3)$$

$$C = 2B^4 \sqrt[4]{\left(\frac{1}{KD}\right)^3}$$

Общее решение (3) представляется в виде

$$w(\xi) = w_0(\xi) + w_1(\xi) \quad (4)$$

Где $w_1(\xi)$ – какое-нибудь частное решение дифференциального уравнения (3), которое очень легко определяется в зависимости от вида правой части.

$w_0(\xi)$ – общее решение однородного уравнения.

$$\frac{d^4 w_0(\xi)}{d\xi^4} + C \frac{d^3 w_0}{d\xi^3} + w_0 = 0 \quad (5)$$

Так как коэффициент $2B$ – намного меньше чем модуль Юнга, то коэффициент $0 \leq C \leq 1$. При этом при $C = 0$ Ополучим модель Б-2, конструкция лежащих на основании

$$\frac{d^4 w_0(\xi)}{d\xi^4} + w_0(\xi) = 0 \quad (6)$$

типа Винклера.

Характеристическое уравнение дифференциального уравнения (5) имеет вид

$$\lambda^4 + C\lambda^3 + 1 = 0 \quad (7)$$

Корни характеристического уравнения комплексно-сопряжены при $0 \leq C \leq 1$

$$\begin{aligned} e^{(\alpha_1 \pm i\beta_1)\xi} &= e^{\alpha_1 \xi} (\cos \beta_1 \xi \pm i \sin \beta_1 \xi), \\ e^{(\alpha_1 \pm i\beta_1)\xi} &= e^{-\alpha_1 \xi} (\cos \beta_2 \xi \pm i \sin \beta_2 \xi), \\ \lambda_{1,2} &= \alpha_1 \pm i\beta_1, \quad \lambda_{3,4} = \alpha_2 \pm i\beta_2 \end{aligned} \quad (8)$$

Общее решение однородного дифференциального уравнения (5) имеет вид

$$w_0(\xi) = e^{\alpha_1 \xi} (C_1 \cos \beta_1 \xi \pm C_2 \sin \beta_1 \xi) + e^{-\alpha_1 \xi} (C_3 \cos \beta_2 \xi \pm C_4 \sin \beta_2 \xi) \quad (9)$$

в зависимости от физико-механических свойств материала конструкции – C .

В частности, таблица №1

| C | α_1 | β_1 | α_2 | β_2 | q_k^* |
|------|----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|---|
| 0 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{q_k}{k_\beta} \left\{ 1; \xi; L - \xi; -\xi + \frac{\xi^2}{2}; 1 - \xi + \frac{\xi^2}{2} \right\}$ |
| 0,05 | 0,695 | 0,70694 | -0,708 | -0,707 | q^k/k_β |
| 0,09 | 0,685 | 0,706 | -0,730 | -0,7065 | q^k/k_β |
| 0,11 | 0,6804 | -0,7063 | -0,735 | -0,7062 | q^k/k_β |
| 0,13 | 0,676 | -0,7064 | -0,741 | -0,7059 | q^k/k_β |
| 0,14 | 0,673 | -0,705 | -0,743 | -0,706 | q^k/k_β |
| 0,16 | -0,670 | 0,7056 | -0,747 | 0,7054 | q^k/k_β |
| 0,17 | 0,667 | 0,705 | -0,752 | -0,7055 | $q^k/k_\beta \xi$ |
| 0,18 | 0,664 | 0,7051 | -0,754 | 0,7048 | $q^k/k_\beta \xi$ |
| 0,19 | 0,662 | 0,7049 | -0,757 | 0,7045 | $q^k/k_\beta (-\xi + \frac{\xi^2}{2})$ |
| 0,2 | 0,660 | 0,7047 | -0,7597 | 0,7042 | $q^k/k_\beta (1 - \xi + \frac{\xi^2}{2})$ |
| 0,3 | -0,788 | 0,703 | 0,638 | -0,7019 | q^k/k_β |
| 0,4 | -0,8177 | 0,695 | 0,6176 | -0,698 | q^k/k_β |
| 0,5 | -0,848 | 0,686 | 0,598 | -0,694 | q^k/k_β |
| 1,0 | 0,494 | -0,654 | -1,094 | -0,54 | q^k/k_β |

Постоянные интегрирования однородного дифференциального уравнения определяются из граничных условия конкретной задачи.

Характеристическое уравнение дифференциального уравнения (6) имеет вид

$$\lambda^4 + 1 = 0 \quad (10)$$

Корни также комплексно-сопряженные (таблица №1 при $C = 0$). Следовательно, общее решение однородного дифференциального уравнения (6) имеет вид

$$w_0(\xi) = e^{\alpha \xi} (C_1 \cos \beta_1 \xi \pm C_2 \sin \beta_1 \xi) + e^{-\alpha \xi} (C_3 \cos \beta_2 \xi \pm C_4 \sin \beta_2 \xi),$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \tag{11}$$

В качестве примера рассмотрим изгиб тонкостенной конструкции под действием ударного импульса в центре координат, когда сила контактного воздействия сосредоточенная под нагрузкой, а конструкция шарнирно и скользящее закреплена на расстоянии – L.

1.1 Изгиб тонкостенной конструкции под действием ударного импульса в центре координат, когда сила контактного воздействия сосредоточенная под нагрузкой, а конструкция шарнирно закреплена на расстоянии – L.

В данном случае, граничные условия есть

$$\left. \begin{aligned} \frac{dw}{d\xi} \Big|_{\xi=0} &= 0, \frac{d^3w}{d\xi^3} \Big|_{\xi=0} = -\frac{q_k}{2k} \\ w(\xi) \Big|_{\xi=L} &= 0, \frac{d^2w}{d\xi^2} \Big|_{\xi=L} = 0 \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

общее решение

$$w(\xi) = e^{\alpha_1 \xi} (C_1 \cos \beta_1 \xi \pm C_2 \sin \beta_1 \xi) + e^{-\alpha_1 \xi} (C_3 \cos \beta_2 \xi \pm C_4 \sin \beta_2 \xi) + \frac{q_k}{2k\beta} \tag{13}$$

Подставляя (13) в граничные условия (12), определим произвольные интегрирования C₁, C₂, C₃, C₄, а затем их значения подставляя в общее решение (13) получим:

$$w(\xi) = \frac{q_k}{2k\beta} \left\{ \frac{1}{e^{\alpha_1 L} \cos \beta_1 L} \left[1 - \frac{A_1}{\alpha_2^2 + \beta_2^2} e^{-\alpha_2 L} \cos \beta_1 L \right] e^{\alpha_1 \xi} \cos \beta_1 \xi - \frac{1}{2\alpha_1 \beta_1 e^{\alpha_1 L} \cos \beta_1 L} \left[(\alpha_1^2 + \beta_1^2) - A_1 e^{-\alpha_1 \xi} \sin \beta_2 \xi - 1 \right] \right\}, \tag{14}$$

где $A_1 = \frac{1}{2\alpha_2 + C}$, $C = 0.14$ (15)

$$w(\xi) = \frac{q_k}{2k\beta} \left[(1 - A_1 e^{-\alpha_2} \cos \beta_2 L) \frac{e^{\alpha_1 \xi}}{\sin \beta_1 L} e^{\alpha_1 \xi} \sin \beta_1 \xi + A_1 e^{-\alpha_1 \xi} \sin \beta_2 \xi - 1 \right] \tag{16}$$

где $A_1 = \frac{\alpha_2}{\beta_2(\alpha_2^2 + \beta_2^2)(2\alpha_2 + C)}$, $C = 0.11$ (17)

Уравнения (14) – (17) решены на ЭВМ при следующих данных:

C = 0.14: α₁ = 0.673, β₁ = –0.705, α₂ = –0.743, β₂ = –0.706;

C = 0.11: α₁ = 0.6804, β₁ = –0.7063, α₂ = –0.735, β₂ = –0.7062;

ξ = {0.2; 0.4; 0.6; 0.8; 1.0; 1.2 ... 10.0}; L = 0.3(18)

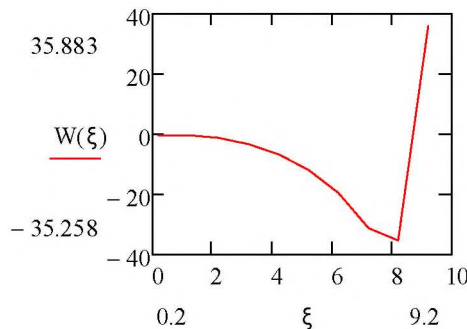


Рис – 1

Вывод

В зоне области константа ударного импульса с конструкцией изгиб осуществляется по аналогии модели конструкции, лежащей на основании типа Винклера по формуле

$$w(\xi) = \frac{q_k}{2k\beta} \left\{ \frac{1}{\Delta} \left[(e^{2\beta L} + 1) \cos 2\beta L - \sin 2\beta L \right] (\cos \beta \xi \operatorname{sh} \beta \xi - e^{-\beta \xi} \sin \beta \xi) + [(e^{2\beta L} + 3) - \cos \beta L - 1] \operatorname{sh} \beta \xi \sin \beta \xi + [1 - \xi - e^{-\beta \xi} \cos^2 \beta \xi] \right\}, \tag{19}$$

где $\Delta = [(e^{2\beta L} + 1)^2 + 4e^{2\beta L} \cos^2 \beta L]$, $L = 0.3$

$$\beta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \beta L = \frac{3}{10\sqrt{2}} \tag{20}$$

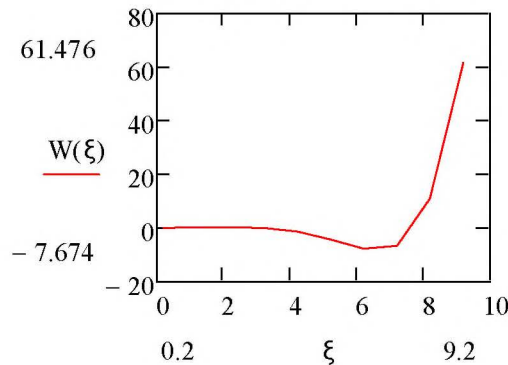


Рис – 3

1.2 Изгиб тонкостенной конструкции под действием ударного импульса центре координат, когда сила контактного воздействия сосредоточенная под нагрузкой, а конструкция скользяще закреплена на расстоянии $-L$.

В данном случае, граничные условия есть

$$\left. \frac{dw}{d\xi} \right|_{\xi=0} = 0, \left. \frac{d^3w}{d\xi^3} \right|_{\xi=0} = -\frac{q_k}{2k},$$

$$w(\xi)|_{\xi=L} = 0, \left. \frac{dw}{d\xi} \right|_{\xi=L} = 0, \tag{21}$$

А общее решение

$$w(\xi) = e^{\alpha_1 \xi} (C_1 \cos \beta_1 \xi + C_2 \sin \beta_1 \xi) + e^{-\alpha_1 \xi} (C_3 \cos \beta_2 \xi + C_4 \sin \beta_2 \xi) + \frac{q_k}{2k\beta}, \tag{22}$$

Подставляя (22) в граничные условия (21), определим произвольные постоянные интегрирования C_1, C_2, C_3, C_4 , а затем их значения подставляя в общее решение (22) получим:

$$w(\xi) = \frac{q_k}{2k\beta} \left[\left(1 - \frac{\alpha_1}{\beta_1} A_1 e^{-\alpha_2 L} \sin \beta_2 L\right) e^{\alpha_1 \xi} \sin \beta_1 \xi + \frac{\alpha_2}{\beta_2} A_1 e^{-\alpha_2 \xi} \sin \beta_2 \xi - 1 \right] \tag{23}$$

где $A_1 = \frac{1}{(\alpha_2^2 + \beta_2^2)(2\alpha_2 + C)}$,

$$C = 0.13 \tag{24}$$

Уравнения (23) – (24) решены на ЭВМ при следующих данных:

$$C = 0.13: \alpha_1 = 0.676, \beta_1 = 0.7064, \alpha_2 = -0.741, \beta_2 = -0.7059;$$

$$\xi = \{0.2; 0.4; 0.6; 0.8; 1.0; 1.2 \dots 10.0\}; L = 0.3(25)$$

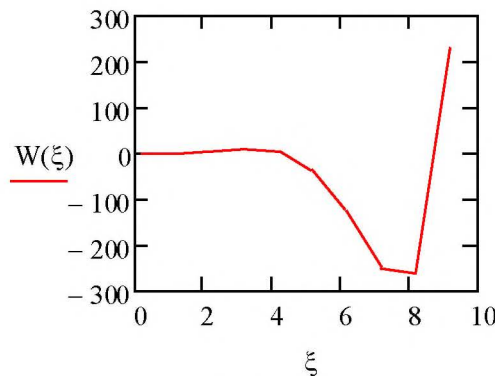


Рис – 3

Вывод

В зоне области константа ударного импульса с конструкцией изгиб осуществляется по аналогии модели конструкции, лежащей на основании типа Винклера по формуле

$$w(\xi) = \frac{q_k}{2k\beta} \left\{ \frac{1}{\Delta} [e^{2\beta L} \cos^2 \beta L (sh\beta\xi \cos\beta\xi - e^{-\beta\xi} \sin\beta\xi) + (e^{2\beta\xi} + 1 + e^{2\beta L} \sin 2\beta L) sh\beta\xi \sin\beta\xi] - \frac{1}{2} (2e^{-\beta\xi} \sin\beta\xi - \xi) \right\},$$

$$L = 0.3 \quad (26)$$

$$\text{где } \Delta = -[(e^{2\beta L} + 1)^2 + 4e^{2\beta L} \cos^2 \beta L],$$

$$\beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \beta L = \frac{3}{10\sqrt{2}} \quad (27)$$

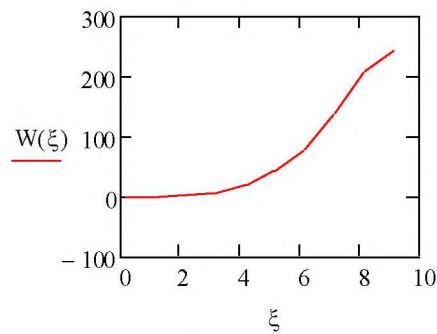


Рис – 4

Список литературы

1. С.Н.Соколов, «Круглая пластинка на обобщенном упругом основании, Инженерник сборник», т. 2, 1952 г.
2. А.Р.Кер, «Упругие и вязкоупругие модели оснований», «Прикладная механика», 1964 г.
3. Е.Т.Божанов, Ж.С.Ержанов, «Исследование проблем устойчивости упругих тел, гибких пластин и оболочек и их приложения», «Қазақстан жоғарғы мектебі», Алматы 2001 г., 300с.
4. В.З.Партон, «Механика разрушения от теории к практике», Москва, Наука, 1990 г., 239с.

УДК 621.01

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ИЗБЫТОЧНЫХ СВЯЗЕЙ В МЕХАНИЗМАХ

Абдираимов А.А. кандидат технических наук,

КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, 720044, г. Бишкек, пр. Мира 66

Зыкова Е.П. соиск. каф. «Метрология и стандартизация», КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, 720044, г.Бишкек, пр. Мира 66

В статье рассмотрена методика определения избыточных связей в кинематических цепях и механизмах. Показано, что избыточные связи появляются в многоподвижных системах. В качестве примера рассмотрен четырехзвенный механизм с тремя подвижными звеньями, в нем выявлено число избыточных связей и найдены два способа их устранения.

Ключевые слова: избыточная связь, кинематическая цепь, подвижное звено, кинематическая пара, шарнир, четырехзвенный механизм, наложенная связь.

DETERMINATION AMOUNT OF EXCESS BONDS IN THE MECHANISMS

Abdiraimov A.A. PhD (Engineering), Associate Professor,

Kyrgyzstan, 720044, c.Bishkek, KSTU named after I.Razzakov

Zykova E.P. (the applicant of the department "Metrology and standardization"

Kyrgyzstan, 720044, c. Bishkek, KSTU named after I.Razzakov

The article describes the method of determining the redundant links in the kinematic chains and mechanisms. It is shown that there are redundant links in mnogopodviznyh systems. As an example the four-link mechanism with three mobile units, it found the number of redundant links and find two ways to address them.