

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И КУЛЬТУРЫ
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

**КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Методическое руководство
к лабораторным работам по физике.
Раздел «Механика»**

Бишкек 2015

«Рассмотрено»
На заседании кафедры
общей физики

«Одобрено»
Методической комиссией
энергетического факультета

Составители: к.ф-м.н., проф. Султаналиева Р.М., к.ф-м.н. Жуманалиев Н.Ж.,
ст. преп. Ибраимова К.Б., ст. преп. Байболотова Б.Б.

Настоящее руководство к лабораторным работам по механике, составлено в соответствии с программой по физике для высших технических учебных заведений. Её цель – оказать помощь студентам в понимании изучаемого теоретического материала и в работе с различными физическими приборами, а также ознакомить их с элементами проведения физического эксперимента. /КГТУ им. И. Раззакова; Сост.: Султаналиева Р.М., Жуманалиев Н.Ж., Ибраимова К.Б., Байболотова Б.Б. / - Б.: ИЦ «Текник», 2015. - 64 с.

В руководстве кратко даются теория, описание установки, методика проведения эксперимента для каждой лабораторной работы.

Корректор *Эркинбек к. Ж.*
Редактор *Турдукулова А.К.*
Тех.редактор *Кочоров А.Д.*

Подписано к печати 17.08.2015 г. Формат бумаги 60x84¹/₁₆.
Бумага офс. Печать офс. Объем 4 п.л. Тираж 50 экз. Заказ 333.

Бишкек, ул. Сухомлинова, 20. ИЦ “Текник” КГТУ им. И.Раззакова, т.: 54-29-43
e-mail: beknur@mail.ru

Вводное занятие

Обработка результатов исследования физического эксперимента.

Цель работы: Изучить элементарные оценки погрешностей измерений физических величин, полученных из эксперимента. Научиться корректно обрабатывать экспериментальные данные лабораторных работах, оформлять результаты эксперимента

Теоретическое введение

1. Классификация погрешностей измерений.

Результаты любых измерений всегда содержат ошибки различного происхождения, поэтому невозможно измерить абсолютно точно ту или иную физическую величину, как бы тщательно не проводились эксперименты по измерению. На практике (опыте, эксперименте) получают не истинное значение физической величины, а лишь её приближенное значение. В связи с этим на практике важно получить более точный результат, причем, чем точнее результат, тем выше качество измерения, а следовательно, выше качество проделанной работы. Последнее позволяет наиболее достоверно сделать выводы об изучаемом явлении (объекте).

Измерение – это нахождение численного значения физической величины (время, масса, сила, длина и т.д.) опытным путем, с помощью специальных технических средств (весов, штангенциркуля, секундомера и т.п.) и приспособлений.

Под *физической величиной* следует понимать характеристику одного из свойств физического объекта, поддающаяся количественной оценке и используемая для описаний явлений природы с помощью математических формул.

Измеряемая физическая величина X , найденная опытным путем должна иметь числовое значение $\{A\}$ и размерность, т.е. единицу измерения $[B]$. С учетом сказанного в общем виде можно записать:

$$X = \{A\}[B], \quad (1)$$

где X –измеряемая величина, A -числовое значение, B -единица измерения.

Например: длина $l = 25$ м.

Точность и погрешность измерения физической величины определяется различными видами ошибок, а именно: систематическими, случайными, промахами и ошибками приборов.

1.1.Систематические погрешности

Систематические погрешности -это такие ошибки, которые постоянно вносятся в результаты измерения и обуславливаются несовершенствами в изготовлении прибора, либо определенными свойствами самого объекта измерения. Такие ошибки в большинстве случаев заранее известны и в ряде случаев от них можно избавиться. Например: весы имеют систематическую

ошибку, по каким либо причинам смещена нулевая точка отсчета. Эта причина устраняется сравнением показаний используемого прибора с эталонным. Систематические ошибки входят в любой результат измерений, при этом они либо постоянны, либо определенным образом зависят от других величин (температуры, давления, и т.п.). Систематические ошибки принципиально можно исключить из результатов измерений.

1.2.Случайные погрешности.

Случайные погрешности – это ошибки, связанные с индивидуальными особенностями исследователя, а так же с малозаметными изменениями окружающих условий во время опыта. Например: при изменении напряжения в сети (220В) возможны случайные колебания напряжения, связанные с различными причинами (подключение обогревательного устройства в соседнем помещении, коротком замыкании и др.). Каждая из таких причин сама по себе создает заметное отклонение вольтметра, а суммарное воздействие ряда причин может дать ощутимые отклонения измеряемой величины. Случайные ошибки не поддаются учету. Для того чтобы оценить случайные ошибки, создан математический аппарат, называемый теорией погрешностей измерений, которая базируется на математическом аппарате теории вероятности.

1.3.Прوماхи.

Под *промахом* понимается грубая ошибка, сделанная в результате неожиданных резких нарушений условий, в которых проводится эксперимент, либо ошибки, связанные с невнимательностью исследователя. Промахи так же относятся к случайным погрешностям.

Например: исследователь снял с прибора одно показание физической величины, а записал другое, или сделал ошибку при переписывании результатов. Наличие промахов оказывает сильное влияние на результаты измерений и поэтому их необходимо исключать. Повторение эксперимента в нескольких отличных условиях в большинстве случаев позволит освободиться от промахов, но не дает 100% гарантии.

1.4.Погрешности приборов.

Показания любого прибора, даже самого точного и совершенного всегда отличаются от фактического (истинного) значения измеряемой величины. Любой измерительный прибор имеет свою собственную предельную точность, которая определяется его конструкцией и качеством изготовления. Как правило, предельная погрешность прибора указывается в описании прибора или паспорте эксплуатации. Погрешность прибора указывается и на самом приборе, в виде цены деления прибора, так называемая постоянная прибора.

Для характеристики качества прибора вводят понятия чувствительности прибора и цены деления. Под *чувствительностью прибора* понимают величину, равную числу деления шкалы, на которое перемещается указатель при изменении измеряемой величины на единицу. Например: если нагрузка на

чашке весов составляет 1мг , которая вызывает перемещение стрелки на 10 делении, то чувствительность данных весов определяется соотношением:

$$\delta = \frac{10\text{дел}}{1\text{мг}}$$

Цена деления прибора является обратной величиной к чувствительности прибора.

$$\gamma = \frac{1}{\delta} = \frac{1}{10 \frac{\text{дел}}{\text{мг}}} = 0,1 \frac{\text{мг}}{\text{дел}}$$

Зная цену деления прибора, можно определить погрешность прибора. Для большинства приборов погрешность принимается равной половине цены наименьшего деления шкалы. Например: при измерении длины обычной школьной линейкой предельная погрешность составит $0,5\text{мм}$. Погрешность приборов определяется классом точности, который обычно указывается в кружочке на шкале (или корпусе) прибора.

2. Определение истинного значения измеряемой физической величины и погрешности измерений

Опыт показывает, что при любых экспериментальных исследованиях невозможно найти истинное значение физической величины, а можно лишь получить наилучшую приближенную оценку истинного значения измеряемой величины.

Теория погрешностей дает возможность оценить истинное значение измеряемой величины следующим образом. Пусть в результате измерений получен ряд значений некоторой физической величины $-X_1, X_2, X_3, X_i, \dots, X_N$, где $i=1, N$; причем $X_1 \neq X_2 \neq X_3 \neq \dots \neq X_N$.

Это неравенство значений $-X_i$ обусловлено существованием различных случайных факторов. Согласно теории случайные факторы влияют равновероятно как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения измеряемой величины, следовательно среди всего набора величин X_N найдется некоторая часть значений X_i^I , которые меньше и часть значений X_i^{II} , которые больше истинного значения измеряемой величины. Введя обозначение истинного значения измеряемой величины через букву « a » можно записать следующее:

$$X_i^I, < a < X_i^{II} \tag{1}$$

Очевидно, что используя, этот же прибор и проведя измерения в тех же самых условиях любой другой испытатель получит свой индивидуальный набор значений X_N^I , но в этом случае для этих измерений будет справедливо равенство (1). Каждая последующая серия опытов $X_N^I, X_N^{II}, X_N^{III}, \dots$ и т.д., будет отличаться друг от друга. В результате этого возникает вопрос, какому же набору X_N верить и как определить истинное значение измеряемой величины « a ».

В теории погрешности доказывается, что наиболее достоверной приближенной оценкой истинного значения измеряемой величины «а» является среднее арифметическое, определяемое по формуле:

$$a = X_{cp} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{N} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{N}, \quad (2)$$

где N - количество измерений, X - любая физическая величина.

В теории погрешностей вводят понятие абсолютной погрешности отдельного измерения, которое обозначается величиной ΔX_i .

Абсолютной погрешностью отдельного измерения называют величину ΔX_i , равную разности между значением i -го измерения и средним значением X_{cp} , взятым по модулю. Аналитически можно записать так:

$$\begin{cases} \Delta X_1 = |X_1 - X_{cp}| \\ \Delta X_2 = |X_2 - X_{cp}| \\ \dots \\ \Delta X_{ni} = |X_n - X_{cp}| \end{cases} \quad (3)$$

Средней абсолютной погрешностью измерения называется среднее арифметическое абсолютных погрешностей отдельных измерений, которое определяется соотношением:

$$\Delta X_{cp} = \frac{|\Delta X_1| + |\Delta X_2| + \dots + |\Delta X_N|}{N} \quad (4)$$

Величина ΔX_{cp} указывает границы, в которых заключено точное значение искомой физической величины или так называемый доверительный интервал погрешности измерений.

Абсолютная погрешность ΔX_{cp} хотя и характеризует качество измерений, но не является исчерпывающей характеристикой. Для оценки точности измерений в теории погрешностей вводится понятие об относительной погрешности измерений.

Относительной погрешностью измерений называют отношение абсолютной погрешности к среднему значению измеряемой величины, выраженной в процентах, которая определяется по формуле:

$$\varepsilon = \frac{|\Delta X_{cp}|}{X_{cp}} \cdot 100\% \quad (5)$$

Рассмотрим пример. Пусть в результате измерения некоторой физической величин X получены следующие экспериментальные значения, которые занесены в таблицу 1., где N число измерений.

Таблица 1.

N	1	2	3	4	5	6	7
X	5,2	5,7	5,5	5,0	4,8	5,3	5,2

Согласно формулы (2) оценим X_{cp} , - среднее арифметическое

$$X_{cp} = \frac{5,2 + 5,7 + 5,5 + 5,0 + 4,8 + 5,3 + 5,2}{7} = 5,24$$

По формуле (3) найдем абсолютные погрешности отдельных измерений для данных значений, тогда получим:

$$\Delta X_1 = |5,2 - 5,24| = 0,04$$

$$\Delta X_2 = |5,7 - 5,24| = 0,46$$

аналогично получим для всех семи измерений

$$\Delta X_3 = 0,26; \Delta X_4 = 0,24; \Delta X_5 = 0,44; \Delta X_6 = 0,06; \Delta X_7 = 0,04$$

С учетом найденных ΔX можно определить среднюю абсолютную погрешность результата измерения по формуле (4).

$$\Delta X_{cp} = \frac{0,04 + 0,46 + 0,26 + 0,24 + 0,44 + 0,06 + 0,04}{7} = 0,22$$

Из последнего следует, что истинное значение измеряемой величины « a » лежит в пределах от $X_{cp} - \Delta X_{cp}$ до $X_{cp} + \Delta X_{cp}$ или можно записать так называемый доверительный интервал

$$X_{cp} - \Delta X_{cp} < a < X_{cp} + \Delta X_{cp} \quad (6)$$

Для рассмотренного случая истинное значение лежит в интервале значений $5,02 < a < 5,46$

Этот интервал называют доверительным интервалом измеряемой величины для данного примера.

Согласно этих оценок можно записать окончательный результат измерений: $a = 5,24 \pm 0,22$.

Для оценки точности измерений вычислим окончательную погрешность измеряемой величины по формуле (5) и получим

$$\varepsilon = \frac{0,22 \cdot 100\%}{5,24} = 4,2\%$$

Таким образом, относительная погрешность для приведенного примера будет составлять $\varepsilon = 4,2\%$.

3. Прямые и косвенные измерения

Прямыми измерениями называют такие измерения, которые получены непосредственно с помощью измерительного прибора. К прямым измерениям можно отнести измерение длины линейкой, штангенциркулем, измерение напряжения вольтметром, измерение температуры термометром и т.п. На результатах прямых измерений могут оказать влияние различные факторы. Поэтому погрешность измерений имеет различный вид, т.е. имеет место погрешность прибора, систематические и случайные погрешности, ошибки округления при снятии отсчета со шкалы прибора, промахи. В связи с этим важно выявить в каждом конкретном эксперименте, какая из ошибок измерения

является наибольшей, и если окажется, что одна из них на порядок превышает все остальные, то последними погрешностями можно пренебречь.

Если же все учитываемые погрешности по порядку величины одинаковы, то необходимо оценить совместный эффект нескольких различных погрешностей. В общем случае суммарная ошибка подсчитывается по формуле:

$$\Delta X_{\text{общ}} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta \delta^2 + \Delta \beta^2 + \dots}, \quad (7)$$

где ΔX – случайная погрешность, $\Delta \delta$ – погрешность прибора, $\Delta \beta$ – погрешность округления.

В большинстве экспериментальных исследований физическая величина измеряется не прямо, а через другие величины, которые в свою очередь определяются прямыми измерениями. В этих случаях измеряемая физическая величина определяется через прямо измеренные величины посредством формул. Такие измерения называются косвенными. На языке математики это означает, что искомая физическая величина f связана с другими величинами $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ функциональной зависимостью, т.е.

$$F = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Примером таких зависимостей может служить объем шара

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

В данном случае косвенно измеряемой величиной является V - шара, которая определится при прямом измерении радиуса шара R . Данная измеряемая величина V является функцией одной переменной.

Другим примером может быть плотность твердого тела

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (8)$$

Здесь ρ – является косвенно измеряемая величина, которая определяется прямым измерением массы тела m и косвенной величиной V . Данная измеряемая величина ρ является функцией двух переменных, т.е.

$$\rho = \rho(m, V)$$

Теория погрешностей показывает, что погрешность функции оценивается суммой погрешностей всех аргументов. Погрешность функции будет тем меньше, чем меньше погрешностей её аргументов.

4. Построение графиков по экспериментальным измерениям.

Существенным моментом экспериментального исследования является построение графиков. При построении графиков, прежде всего необходимо выбрать систему координат. Наиболее распространенной является прямоугольная система координат с координатной сеткой, образованной равностоящими друг от друга параллельными прямыми (например, миллиметровая бумага). На осях координат через определенные промежутки наносятся деления в определенном масштабе для функции и аргумента.

В лабораторных работах при изучении физических явлений приходится учитывать изменения одних величин в зависимости от изменения других.

Например: при рассмотрении движения тела устанавливается функциональная зависимость пройденного пути от времени; при изучении электросопротивления проводника от температуры. Можно привести еще множество примеров.

Переменную величину Y называют функцией другой переменной величины X (аргумент), если каждому значению Y будет соответствовать вполне определенное значение величины X , то можно записать зависимость функции в виде $Y = Y(X)$.

Из определения функции следует, что для её задания необходимо указать два множества чисел (значений аргумента X и функции Y), а так же закон взаимозависимости и соответствия между ними (X и Y). Экспериментально функция может быть задана четырьмя способами:

1. Таблицей; 2. Аналитически, в виде формулы; 3. Графически; 4. Словесно.

Например: 1. Табличный способ задания функции – зависимости величины постоянного тока t - от величины напряжения S , т.е. $S=f(t)$.

Таблица 2

S	3	6	9	12	15	18	21	24
t	1	2	3	4	5	6	7	8

2. Аналитический способ задания функции устанавливается формулой, при помощи которой по заданным (известным) значениям аргумента можно определить соответствующие значения функции. Например, функциональная зависимость, приведенная в таблице 2, может быть записана формулой:

$$S = \frac{S}{t} \quad (9)$$

3. Графический способ задания функции.

Графиком функции $S=f(t)$ в декартовой системе координат называется геометрическое место точек, построенное по числовым значениям координатной точки аргумента и функции.

На рис. 1 построен график зависимости $S=f(t)$, заданный таблицей.

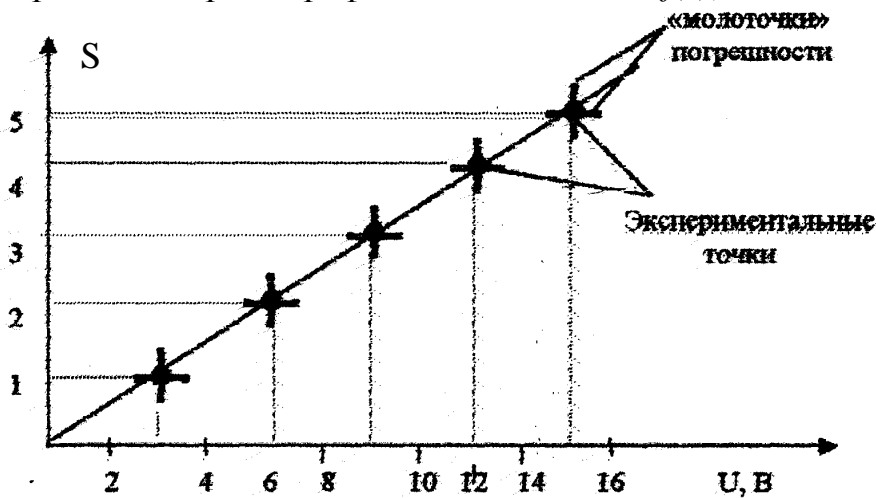


Рис. 1

t

Точки, найденные на опыте и наносимые на график, отмечаются отчетливо в виде кружочков, крестиков. На графике для каждой построенной точки необходимо указывать погрешности в виде «молоточков» (см. рис 1). Размеры этих «молоточков» должны быть равны удвоенному значению абсолютных ошибок функции и аргумента.

Масштабы графиков надо выбирать так, чтобы наименьшее расстояние, отсчитываемое по графику, было бы не меньше наибольшей абсолютной погрешности измерений. Однако такой выбор масштаба не всегда удобен. В некоторых случаях удобней взять по одной из осей несколько больший или меньший масштаб.

Если исследуемый интервал значений аргумента или функции отстоит от начала координат на величину, сравнимую с величиной самого интервала, то целесообразно перенести начало координат в точку, близкую к началу исследуемого интервала, как по оси абсцисс, так и по оси ординат.

Проведение кривой (т.е. соединение экспериментальных точек) через точки обычно осуществляется в соответствии с идеями метода наименьших квадратов. В теории вероятностей показано, что наилучшим приближением к экспериментальным точкам будет такая кривая (или прямая), для которой сумма наименьших квадратов отклонений по вертикали от точки до кривой будет минимальной.

Нанесенные на координатную бумагу точки соединяют плавной кривой, причем кривая должна проходить возможно ближе ко всем экспериментальным точкам. Проводить кривую следует так, чтобы она лежала возможно ближе к точкам не превышаемые погрешности и чтобы по обе стороны кривой оказывалось приблизительно равное их количество (см. рис. 2).

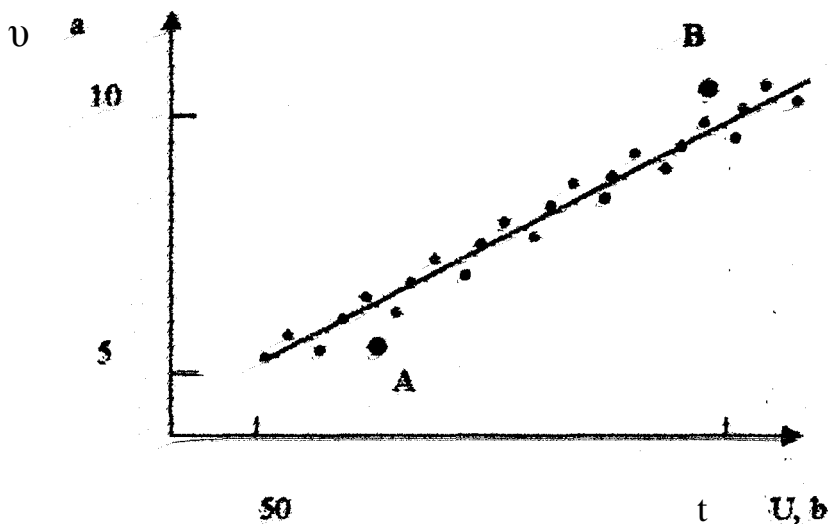


Рис. 2.

Если при построении кривой одна или несколько точек выходят за пределы области допустимых значений (см. рис. 2, точки A и B), то кривую проводят по остальным точкам, а выпавшие точки A и B как промахи не берут в учет. Затем проводят повторные измерения в этой области (точки A и B) и устанавливается причина такого отклонения (либо это промах или законное нарушение найденной зависимости).

Если исследуемая, экспериментально построенная функция обнаруживает «особые» точки, (например, точки экстремума, перегиба, разрыва и т.д.). То увеличивается число экспериментов при малых значениях шага (аргумента) в области особых точек.

Контрольные вопросы.

1. Что такое измеряемая физическая величина?
2. Какие виды погрешностей вы знаете? Охарактеризуйте их.
3. Что такое чувствительность и цена деления прибора?
4. Как образуются систематические ошибки и можно ли их избежать?
5. Что такое абсолютная погрешность? Дать определение и формулу.
6. Что такое средняя абсолютная погрешность?
7. Что такое относительная погрешность и как она определяется в эксперименте?
8. Что такое доверительный интервал измеряемой величины?
9. Что такое прямые и косвенные измерения?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Определение плотности тел правильной геометрической формы.

Цель работы: ознакомление с приборами и измерение линейных величин, привитие навыков обработки результатов с применением теории ошибок.

Оборудование: тела правильной геометрической формы, (параллелепипед, цилиндр, шар) весы и разновесы, штангенциркуль, микрометр.

Теоретическое введение.

Плотность вещества есть величина, измеряемая массой вещества, заключенной в единице объема. Если масса вещества m , а его объем V , то плотность тела ρ определяется по формуле

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (1)$$

В данной работе мы имеем дело с телами правильной формы. Их объемы вычисляются по известным формулам геометрии. Подставив значение объемов соответствующих тел в формулу плотности (1) получим формулу плотности для веществ соответствующих тел:

а) для параллелепипеда:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{ldh}, \quad (2)$$

где l -длина параллелепипеда, d -его ширина, h -высота, m -масса параллелепипеда.

б) для цилиндра:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi d^2 h}, \quad (3)$$

где d - диаметр цилиндра, h - высота цилиндра, m - его масса.

в) для шара:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{6m}{\pi d^3}, \quad (4)$$

где d - диаметр шара, m - масса шара.

Массы тел написаны на измеряемых телах. Определяются линейные размеры тел правильной геометрической формы с помощью штангенциркуля или микрометра.

Описание приборов.

Штангенциркуль. Для измерения линейных размеров тел с точностью долей миллиметра служит штангенциркуль (рис. 1).

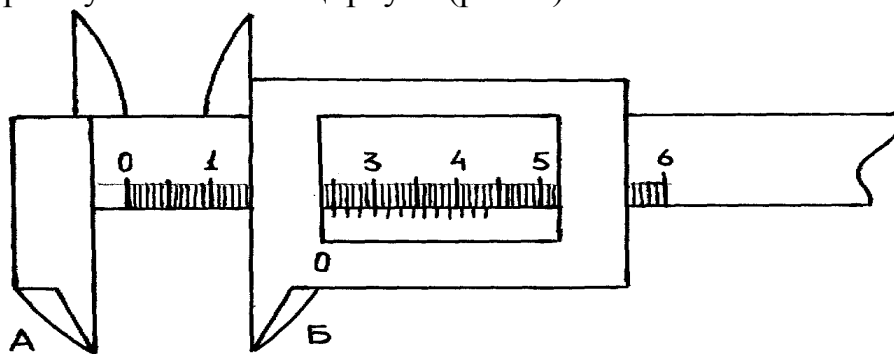


Рис.1 Общий вид штангенциркуля.

Штангенциркуль представляет собой прибор, имеющий две масштабные линейки. На неподвижной штанге A имеется линейка, разделенная на сантиметры и миллиметры. Вторая линейка находится на подвижной части штангенциркуля, которая называется нониусом B . Обычно шкала нониуса имеет 10 делений, которые равны 9 делениям шкалы штанги. Следовательно, каждое деление нониуса короче деления неподвижной шкалы на $0,1\text{мм}$. Это число называется точностью нониуса. Для того, чтобы определить цену деления нониуса, необходимо нуль нониуса совместить с нулем деления шкалы неподвижной штанги и сосчитать, сколько деления шкалы штанги соответствует делениям нониуса.

Если n делений нониуса соответствует $n-1$ делений штанги с ценой деления a , то $x \cdot n = a(n-1)$, откуда можно переписать в виде $a \cdot x = \frac{a}{n}$. Величина

$\frac{a}{n}$ называется точностью нониуса.

Определение размеров тел сводится к определению того, насколько сдвинулся нуль нониуса от нуля шкалы неподвижной штанги. Если нуль нониуса штангенциркуля устанавливается между двумя рисками линейки неподвижной штанги (например, между 5 и 6 мм, см. рис. 2), то с помощью

нониуса можно определить долю миллиметра. Для этого определяют такую риску на шкале нониуса, которая совпадает с риской неподвижной миллиметровой линейки. Зная цену деления нониуса запишем полученный результат в таблицу.

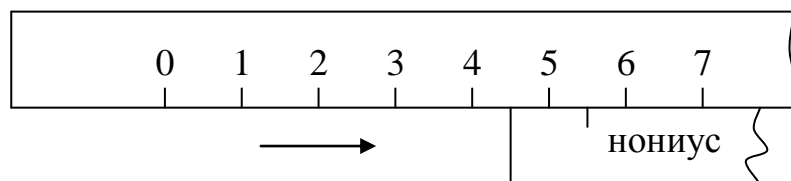


Рис. 2 Определение размеров тел с помощью нониуса.

Микрометр. – прибор, позволяющий с более высокой точностью измерять размеры тел. На рис. 3. изображен общий вид микрометра.

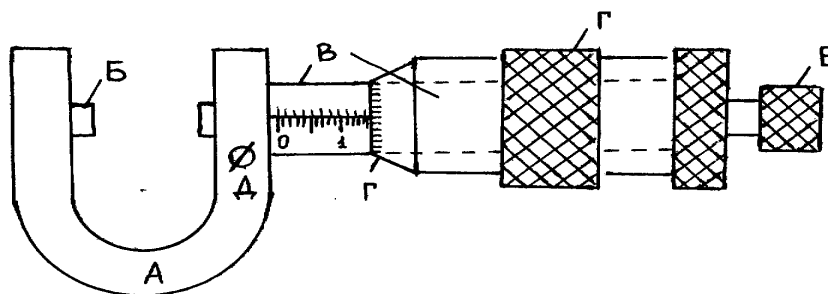


Рис. 3. Общий вид микрометра.

Массивная скоба *A* имеет на одном конце опорную пятую *B*, на другом – цилиндрическую трубку *B* с резьбой внутри, по которой перемещается винт. Шаг резьбы винта равен $0,5\text{мм}$. Иначе говоря винт, повернутый на 360° , т.е. за один полный оборот перемещается поступательно на $0,5\text{мм}$. Если винт повернуть на $0,02$ окружности, то поступательное смещение будет равно $0,01\text{мм}$. Винт соединен с другой, более широкой трубкой *Г*, которая вращается и перемещается вместе с винтом относительно внутренней неподвижной трубки *B*. На трубке *Г* нанесены 50 деления шкалы. Вдоль внутренней неподвижной трубки *B* нанесены штрихи неподвижной шкалы. С помощью подвижной шкалы и штрихом на барабане можно определить угол поворота подвижной трубки, а следовательно и поступательное движение винта с точностью до $0,01\text{мм}$. Когда винт приведен в соприкосновение с опорной пяткой *B*, то нулевое деление трубки должно совпадать с предельным штрихом 0 неподвижной трубки *B*. Если совпадения нет, то отмечают показания на круговой шкале. Это будет статистической ошибкой прибора. Она берется со знаком «плюс» или «минус».

На ручке микрометра установлена трещетка- дополнительная рукоятка *E*, которой и следует вращать винт. При вращении трещетка издает звук, что свидетельствует о соприкосновении измерительной поверхности с исследуемым телом. Отчет по микрометру осуществляется следующим образом: к целому числу миллиметров, выступающих из под среза круговой шкалы прибавляют совпадающее с чертой число сотых, отсчитываемых по круговой шкале барабана. В случае, если над чертой неподвижной линейки

появляется еще одно деление после отсчитанных целых миллиметров, выступающих из под среза круговой шкалы, то к полученному числу добавляют еще $0,5\text{мм}$. Перед отсчетом следует зафиксировать положение винта специальным стопором D .

Порядок выполнения эксперимента.

1. Определить массу рабочих тел на технических весах, предварительно убедившись, что весы правильно установлены, т.е. колонка весов занимает горизонтальное положение, а коромысло вертикальное положение.

2. Измерить высоту параллелепипеда и цилиндра штангенциркулем. Для этого раздвинуть ножки штангенциркуля, поместить между ними измеряемое тело и прижать подвижной ножкой до полного соприкосновения с измеряемым телом.

3. Посмотреть на положение нуля нониуса, если нуль нониуса точно совпал с каким ни будь делением масштаба, то номер (число) на шкале даст нам истинный размер тела в мм . Если нуль нониуса не совпадает с делением неподвижной шкалы, а смещен вправо и его нулевое деление лежит между пятым и шестым делениями шкалы, то смещение нуля нониуса будет больше 5мм и меньше 6мм . Пусть это смещение будет $5x$. Чтобы найти его, обратимся к рис. 4.

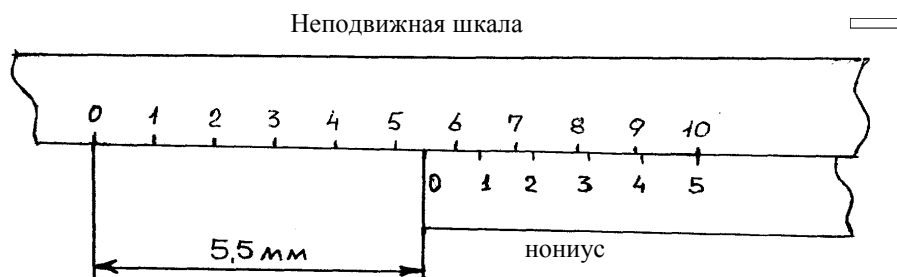


Рис. 4.

Мы видим, что пятое деление нониуса точно совпадает с десятым делением неподвижной шкалы (см. рис.4.), которая показывает десятые доли миллиметра. С учетом этого искомая величина $x=5,5\text{мм}$. Отсюда следует простое правило для измерения штангенциркулем: отсчитать число целых миллиметров смещения нуля нониуса, затем найти совпадающий штрих нониуса со штрихом неподвижной шкалы. Номер этого штриха дает число долей миллиметра, которое прибавляют к числу целых миллиметров. Таким способом трижды производится измерение в разных местах измеряемого тела.

4. Ширину, длину параллелепипеда и диаметр цилиндра измерить штангенциркулем.. Каждое измерение произвести трижды в разных местах измеряемого тела.

Примечание: перед тем, как использовать микрометр необходимо проверить, совпадает ли нулевое деление круговой шкалы барабана с продольным штрихом неподвижной шкалы микрометра, когда соприкасаются измерительные плоскости пятки микрометрического винта.

Если же они не совпадают, то следует заметить величину сдвига нулевого деления шкалы в ту или иную сторону от указанной линии и учесть это при измерениях.

Задание 1. Определение плотности цилиндра

№	m , кг	Δm , кг	h ,	Δh ,	d ,	Δd , м	ρ , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\Delta \rho$, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho} \times 100\%$
2									
3									
Ср.									

Задание 2. Определение плотности параллелепипеда.

№	m , кг	Δm , кг	h , м	Δh , м	l , м	Δl , м	d , м	Δd , м	ρ , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\Delta \rho$, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\frac{\Delta \rho}{\rho} \times 100\%$
2											
3											
Ср.											

5. Результаты измерений занести в таблицу.

6. Определить по (2), (3), (4) плотность параллелепипеда, цилиндра или шара (по указанию преподавателя).

7. Вычислить относительную и абсолютную погрешность и записать окончательный результат в виде:

$$\rho = \langle \rho \rangle \pm \langle \Delta \rho \rangle$$

8. Относительные погрешности определить по формулам:

а) для параллелепипеда
$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta h}{h} \right);$$

б) для цилиндра:
$$\frac{\Delta \rho_1}{\rho} = \left(\frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{\Delta l_1}{l_1} + \frac{2d_1}{d_1} + \frac{\Delta \pi}{\pi} \right);$$

9. Для получения зачета по работе необходимо ответить на следующие вопросы:

Контрольные вопросы

1. Как устроен штангенциркуль и микрометр?
2. Какова точность измерения штангенциркулем и микрометром, применяемых в данной работе?
3. Что такое абсолютная погрешность?
4. Что такое относительная погрешность?
5. Что такое доверительный интервал?
6. Что называется удельным объемом вещества и него связь с плотностью вещества?
7. От чего зависит плотность вещества?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

Определение коэффициента трения качения методом наклонного маятника

Цель работы: Изучение физических причин и законов трения. Экспериментальное определение коэффициента трения качения методом наклонного маятника.

Приборы и принадлежности: Наклонный маятник, образец и шар из одинакового материала.

Теоретическое введение

Во всех реальных механических процессах и системах имеют место силы трения, действие которых связано в большинстве случаев с превращением механической энергии в тепло.

При перемещении одного тела относительно другого по его поверхности или слоев одного и того же тела относительно друг друга возникает сопротивление, характеризующееся рядом явлений, в том числе силой трения. Различают внешнее (сухое) и внутреннее (жидкое или вязкое) трение.

Внешним трением называется трение, возникающее в плоскости касания двух соприкасаемых тел при их относительном перемещении. Если соприкасающиеся тела неподвижны друг относительно друга, говорят о трении покоя, если же происходит относительное перемещение этих тел, то, в зависимости от характера их относительного движения, говорят о трении скольжения, качения или верчения.

Внутренним трением называется трение между частями одного и того же тела, например, между различными слоями жидкости или газа, скорости которых меняются от слоя к слою. В отличие от внешнего трения здесь отсутствует трение покоя.

Если тела скользят относительно друг друга и разделены прослойкой вязкой жидкости (смазки), то трение происходит в слое смазки. В таком случае говорят о гидродинамическом трении (слой смазки достаточно толстый) и граничном трении (толщина смазочной прослойки $0,1 \text{ мкм}$ и меньше)

Рассмотрим некоторые закономерности внешнего трения. Это трение обусловлено шероховатостью соприкасающихся поверхностей, а в случае очень гладких поверхностей трение обусловлено силами межмолекулярного притяжения.

Если к телу, лежащему на горизонтальной плоскости (рис.1) приложить силу \vec{F} , направленную по касательной к плоскости, то тело придет в движение лишь тогда, когда

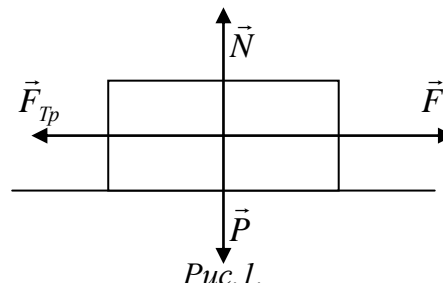


Рис.1.

приложенная сила \vec{F} будет больше силы трения \vec{F}_{mp} ($F > F_{mp}$). Французские физики Г.Амонтон (1663-1705) и Ш. Кулон (1736-1806) опытным путем установили следующий закон: сила трения скольжения пропорциональна силе нормального давления, с которой одно тело действует на другое.

$$F_{mp} = fN, \quad (1)$$

где f - коэффициент трения скольжения, зависящий от материала тел и состояния их соприкасающихся поверхностей.

Найдем значение коэффициента трения скольжения. Если тело находится на наклонной плоскости с углом наклона α (рис 2), то оно приходит в движение только тогда, когда тангенциальная составляющая \vec{F} силы тяжести \vec{P} больше силы трения \vec{F}_{mp} , т.е. $F = P \sin \alpha$, $N = P \cos \alpha$, $F > F_{mp}$. Следовательно, в предельном случае (начало скольжения тела) $F = F_{mp}$ или $P \sin \alpha = f_0 N = f_0 P \cos \alpha$, откуда (2)

$$f_0 = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha \quad (2)$$

Таким образом, коэффициент трения равен тангенсу угла α , при котором начинается скольжение тела по наклонной плоскости.

Рассмотрим причину возникновения трения скольжения. Во время движения одного тела относительно другого происходит разрушение зацепившихся друг за друга выступов шероховатостей на соприкасающихся поверхностях. До тех пор, пока внешняя сила меньше предельного значения ($F < f_0 N$), происходит лишь незначительная деформация зацепления соприкасающихся поверхностей. Увеличение внешней силы влечет за собой разрушение их и, при $F > F_0 = f_0 N$ начинается скольжение.

Из вышесказанного следует, что для уменьшения трения необходимо делать соприкасающиеся поверхности как можно более гладкими, однако, как показывает опыт, уменьшать шероховатость этих поверхностей целесообразно лишь до определенного предела. Дальнейшее уменьшение шероховатости приводит не к уменьшению, а к возрастанию сил трения. Это связано с тем, что

между частицами тел с гладкой поверхностью, вплотную прилегающей друг к другу, действуют значительные силы межмолекулярного притяжения. Поэтому «эффективная сила нормального давления может значительно превосходить силу нормального давления N , обусловленную внешними нагрузками. Для учета указанного давления Б.В. Дерягиным был предложен двучленный закон трения скольжения:

$$F_{тр\,ск} = f_{уст} (N + S \cdot P_0), \quad (3)$$

где $f_{уст}$ - истинный коэффициент трения скольжения, S - площадь контакта между телами, P_0 - добавочное давление, обусловленное силами молекулярного притяжения.

Теперь рассмотрим причины возникновения трения качения. При качении по плоской поверхности кругового цилиндра или шара возникают деформации, как упругие, так и пластические. Из-за деформаций поверхностей линия действия силы реакции \vec{Q} не совпадает с линией действия силы нормального давления. \vec{N} (рис3), в нашем случае равной весу катка. Нормальная составляющая \vec{Q}_n этой реакции к плоскости практически

равна приложенной нормальной нагрузке N , а горизонтальная составляющая представляет собой силу трения качения $F_{тр.кач.}$.

Если цилиндр или шар движется по плоскости без ускорения, должно выполняться *правило равенства моментов*. Момент силы трения качения относительно точки O равен произведению силы реакции опоры Q на расстояние смещения μ в следствии контактных деформаций точки приложения:

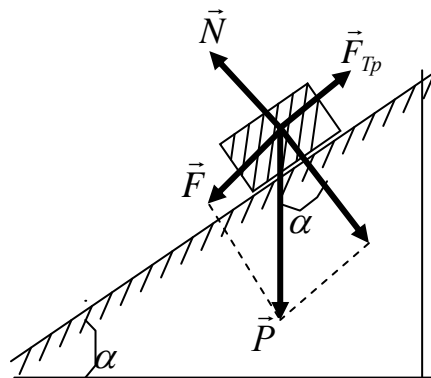


Рис. 2.

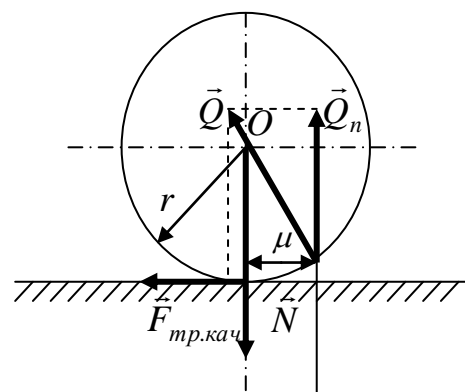


Рис.3

$$F_{тр.кач} \cdot r = \mu Q_n \quad (4)$$

где μ – плечо силы $Q=N$. r – радиус катка. Отсюда получаем выражение для силы трения качения:

$$F_{тр.кач} = \mu \frac{N}{r}. \quad (5)$$

Величина μ называется *коэффициентом трения качения* и представляет собой плечо силы Q_n , и имеет размерность длины. Формула (5) выражает закон Амонтона – Кулона для трения качения.

Коэффициент трения качения определяется методом наклонного маятника, который представляет собой стальной шарик, подвешенный к длинной тонкой нити, при этом шарик может кататься по наклонной плоскости, закручивая нить (рис. 4). Если шар отвести из положения равновесия (ось OO') на угол α и затем отпустить, то он будет колебаться, катаясь около положения равновесия. Из-за трения колебания будут постепенно затухать.

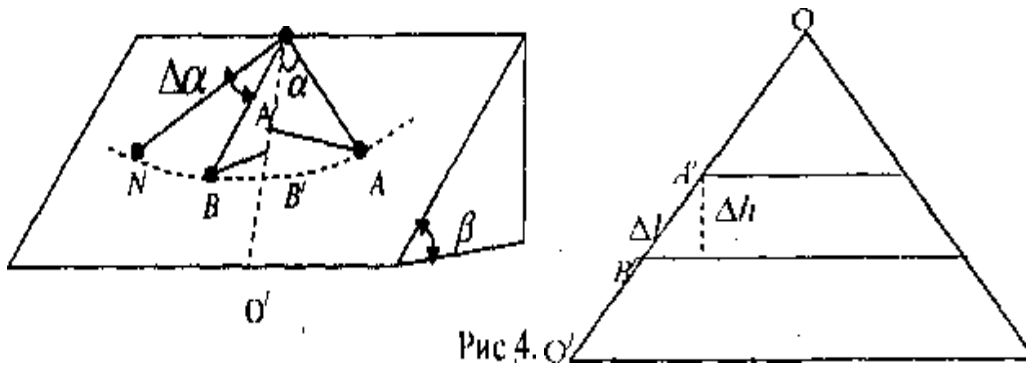


Рис 4. O'

Можно надеяться, что определить силу трения и коэффициент трения. Качественно оценить величину затухания можно с помощью несложного опыта. Плоскость устанавливаем под углом $\beta=45^\circ$ к горизонту. Отведем шар на угол $\alpha_0 \approx 8^\circ \div 11^\circ$ найдем при 10 колебаниях угол α_n .

Выведем формулу, которая связывает уменьшение амплитуды колебаний с величиной μ . Идея вывода такова: при качении шара по плоскости сила качения совершает работу. Эта работа уменьшает полную энергию шара. Полная энергия складывается из кинетической и потенциальной энергией. В тех положения, где маятник максимально отклонен от положения равновесия, его скорость равна нулю. Эти точки называется точками поворота. Внизу маятник останавливается, «поворачивается» и движется обратно. В точках поворота энергия маятника равна потенциальной энергии, поэтому уменьшение потенциальной энергии маятника при его движении от одной точки поворота. Пусть А (рис.4) – точка поворота. В этом положении нить маятника составляет угол α с ось OO' . Если бы трения не было, то через половину периода маятника шар оказался бы в точке N, а угол отклонения был бы равен α . Но из-за трения шар немного не докатится до точки и остановится в точке В. Это и будет точка поворота. В этой точке угол нити с осью OO' будет $\alpha = \Delta\alpha$. Можно сказать, что

за половину периода маятник «потерял» угол $\Delta\alpha$. Понятно так же, что точка В расположена несколько ниже, чем точка А можно так же сказать что маятник «потерял» высоту при перемещении из А в В. Расчеты показывают, что коэффициент трения качения определяется по формуле:

$$\mu = rtg\beta \left| \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{4n} \right|. \quad (6)$$

Здесь α_0 -угол начального отклонения маятника (*рад*), α_n -угол, считанный после n полных колебаний маятника (*рад*). Формула (6) дает удобный способ измерения величины μ необходимо измерить уменьшение угла $\Delta\alpha_n = \alpha_0 - \alpha_n$ за колебаний, а затем по формуле (6) вычислить μ . Мы знаем, что за 10 колебаний $\Delta\alpha_n$ примерно равно 6° (при $\beta = 45^\circ$).

Тогда $\Delta\alpha_n$ записывая в радианах как

$$\Delta\alpha_n \approx \alpha^0 \frac{\pi}{180^\circ} \text{ при } n=10.$$

Описание установки

В основании 2 прибора (наклонного маятника), изображенного на рис.5., снабженного четырьмя ножками, с регулируемой, прикреплен милисекундометр 1. В основании закреплена труба 3, на которой смонтирован корпус 4 с червячной передачей. Посредством оси червячная передача соединена с кронштейном 5, на котором прикреплены шкала 6 и шкала 7. В кронштейне закреплена колонка 8, на которой подвешен на нити шар с вилкой 9. Для наклона маятника используется вороток 11. К кронштейн 5 привинчен фотоэлектрический датчик 12. Шары заменяются путем отвинчивания шара от вилки и навинчивания нового.

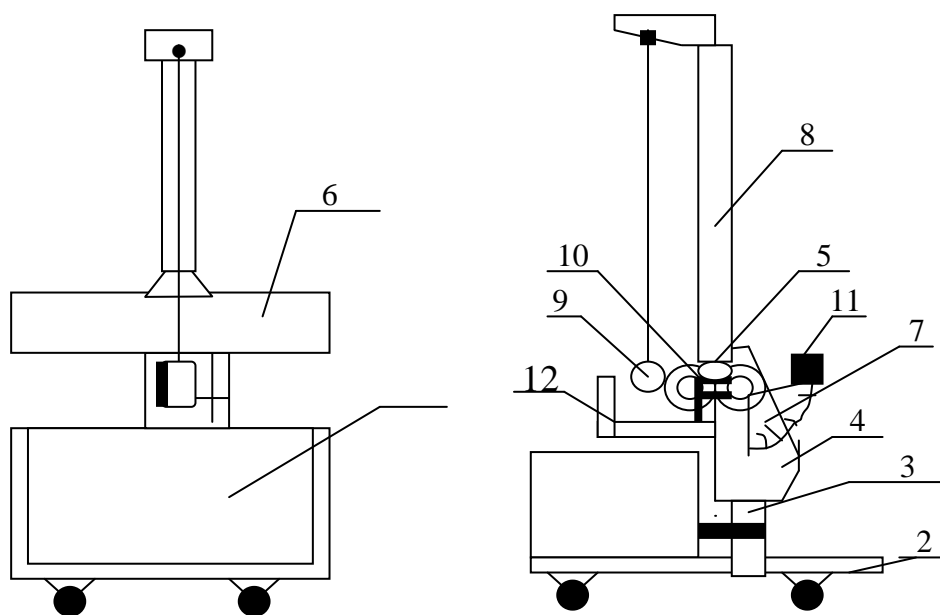


Рис.5

Порядок выполнения работ

1. Включить сетевой шнур прибора в электрическую сеть.
2. С помощью воротка 11 наклонное плечо прибора наклоните на угол $\beta=30^0$, отсчитывая угол по шкале 7.
3. Шар отклонить из положения равновесия на угол $\alpha_0=8^0\div 10^0$, отсчитывая по шкале 6.
4. Замерить период колебаний маятника для полных колебаний шаров $n=10$, считать угол α_n для этих колебаний по шкале 6.
5. Измерения повторить три раза. Результаты занести в таблицу.
6. Разность $(\alpha_0-\alpha_n)$ перевести в радианы и по формуле (6) вычислить коэффициент трения качения.
7. Измерения повторить по очереди для углов $\beta=45^0$ и 60^0 , повторяя действие по пунктам 1,2,3,4,5.
8. Относительные погрешность $\frac{\Delta\mu}{\mu}$ вычислит по формуле

$$\varepsilon = \frac{\langle \Delta\mu \rangle}{\langle \mu \rangle} = \left(\frac{\langle \mu - \Delta\mu \rangle}{\langle \mu \rangle} \right) \cdot 100\% , \text{ где } \langle \mu \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i}{n}$$

Полученные результаты занести в таблицу.

β	№ п/п	r , m	α_0 , $град$	n	α_n , $град$	$ \alpha_0 - \alpha_n $, $рад$	μ , m	$\Delta\mu$	$\frac{\Delta\mu}{\mu} \times 100\%$
30^0	1								
	2								
	3								
	ср.								
45^0	1								
	2								
	3								
	ср.								
60^0	1								
	2								
	3								
	ср.								

Контрольные вопросы

1. Какие виды трения существуют?
2. Чем отличается трения скольжения от трения покоя?
3. Каковы физические причины возникновения трения скольжения и трения качения?
4. Что представляет собой наклонный маятник и как он используется для изучения закона трения качения?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

Определение ускорения земного поля тяготения с помощью маятников

Цель работы: определить ускорение земного поля тяготения (ускорение свободного падения или ускорение силы тяжести) методом математического и обратного маятников, сравнить полученные результаты и убедиться в правильности этих методов.

Приборы и принадлежности: универсальный маятник FPM-04, секундомер.

Теоретическое введение

1. *Математическим маятником* называется тяжелая материальная точка, подвешенная на нерастяжимой, невесомой нити, совершающая колебательные движения в одной вертикальной плоскости под действием силы тяжести. Таким маятником можно, например, считать небольшой тяжелый шар массой m , подвешенный на тонкой нити, длина l которой намного больше размеров шара (рис.1). Когда нить висит вертикально, сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$, действующая на шарик уравнивается натяжением \vec{T} нити. Отклоним маятник от положения равновесия на угол φ , разложим силу тяжести \vec{P} по

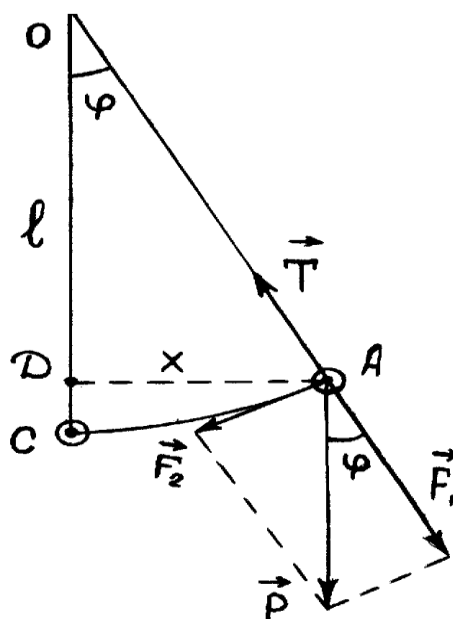


Рис.1.

правилу параллелограмма на силу \vec{F}_1 , направленную по продолжению нити, и \vec{F}_2 , перпендикулярную к ней. Видно, что натяжение \vec{T} нити уравнивается теперь только составляющей силой \vec{F}_1 , а другая сила \vec{F}_2 будет двигать шарик обратно к положению равновесия. Из рисунка видно, что

$$F_2 = -mg \sin \varphi, \quad (1)$$

знак минус обусловлен тем, что направление силы и угла отклонения всегда противоположны. При малых углах отклонения ($\varphi < 5^\circ$) $\sin \varphi \approx \varphi$, а смещение центра тяжести маятника по дуге AC равно смещению по горизонтальной хорде AD.

Из $\triangle ODA$, $\varphi = \frac{AD}{OA}$ или $\varphi = \frac{x}{l}$. Теперь

соотношение (1) с учетом второго закона Ньютона $F_1 = mx''$ записывается в виде

$$x'' + \frac{g}{l}x = 0$$

Обозначив $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$, получим решение этого дифференциального уравнения движения в виде:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где A – амплитуда, $(\omega_0 t + \varphi_0)$ – фаза колебания, φ_0 – начальная фаза или фаза в момент $t = 0$, ω_0 – круговая (циклическая) частота гармонических колебаний.

Гармонические колебания – такие колебания, при которых смещение колеблющейся системы изменяется со временем по закону синуса или косинуса. Следовательно, при малых углах отклонения математический маятник совершает гармонические колебания с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (2)$$

Из формулы (2) вытекает, что период колебаний математического маятника не зависит от его массы и амплитуды. Зная T и l можно, пользуясь уравнением (2) определить ускорение силы тяжести g в данном пункте земного шара

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (3)$$

2. Рассмотрим механическую колебательную систему физического маятника. *Физическим маятником* называется твердое тело произвольной формы, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси подвеса, не проходящей через центр массы тела. (рис.2.)

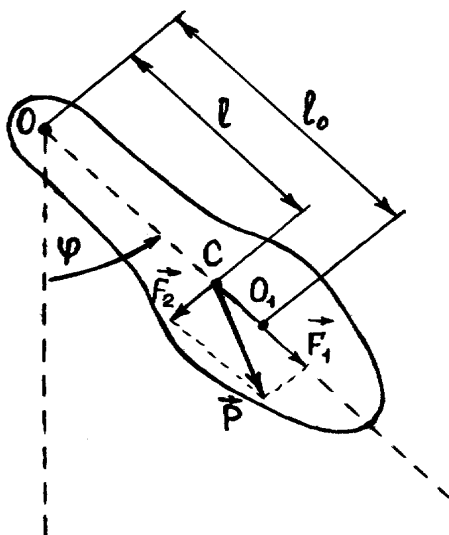


Рис. 2.

При небольших углах отклонения физический маятник так же совершает гармонические колебания с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} \quad (4)$$

Здесь J – момент инерции маятника относительно оси качаний (точки подвеса), m – его масса, l – расстояние от центра тяжести до оси качаний.

$$\frac{J}{ml} = l_0$$

– приведенная длина физического маятника.

Теперь, через l_0 формула (4) записывается в виде

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}},$$

отсюда

$$g = \frac{4\pi^2 l_0}{T^2}. \quad (5)$$

Приведенная длина физического маятника — это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом данного физического маятника. Точка на прямой, соединяющей точку подвеса с центром инерции, лежащая на расстоянии приведенной длины от оси вращения, называется центром качания физического маятника (точка O на рис.2). Можно показать, что при подвешивании маятника в центре качения O приведенная длина, а значит, и период колебаний будут тем же, что и вначале.

Следовательно, точки подвеса и центр качания обладают свойством взаимности. При переносе точки подвеса и центра качания прежняя точка подвеса становится новым центром качания. На этом свойстве основано определение ускорения свободного падения с помощью так называемого обратного маятника.

Оборотным называется такой маятник, у которого имеются две параллельные друг другу, закрепленные вблизи его концов опорные призмы (ножи), за которые он может поочередно подвешиваться. Вдоль маятника могут перемещаться и закрепляться на его теле тяжелые грузы (ролики). Перемещением грузов добиваются того, что при подвешивании маятника за любую из призм период колебаний был одинаков. Тогда расстояние между опорными ребрами призмы будет равно l_0 . Определив период T колебаний маятника и измерив l_0 , по формуле (5) вычисляют ускорение свободного падения g .

Краткое описание прибора

Общий вид универсального маятника FRM-04 представлен на рис.3.

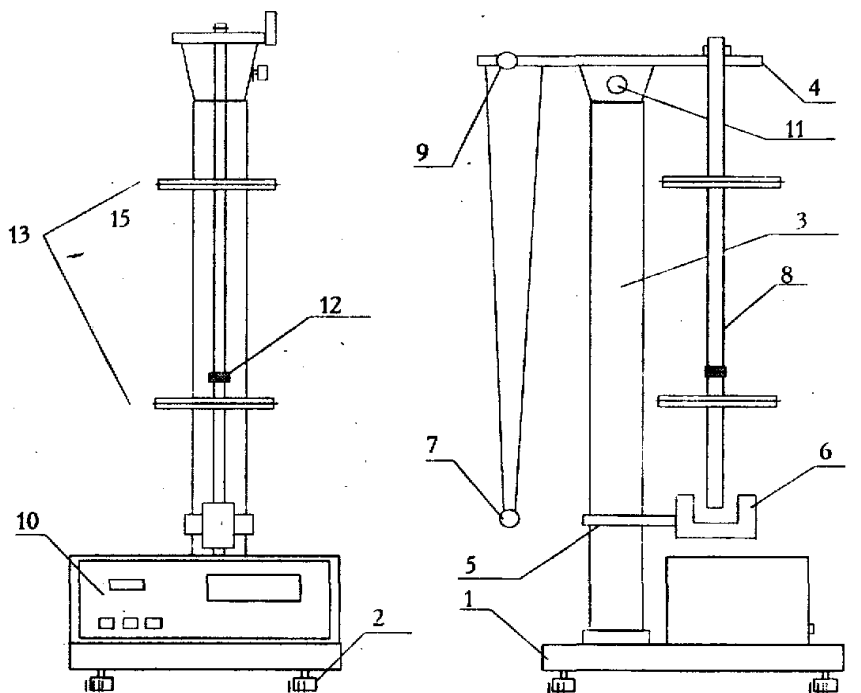


Рис. 3.

Основание 1 оснащено регулируемыми ножками 2, которыми выравняется прибор. В основании закреплена колонка 3, на которой зафиксированы верхний 4 и нижний кронштейны 5.

После отвинчивания воротка 11 верхний кронштейн можно поворачивать вокруг колонки. Затяжение воротка 11 фиксирует кронштейн в любом произвольно выбранном положении.

С одной стороны кронштейна 4 находится математический маятник 7, с другой, на вмонтированных вкладышах, оборотный маятник 8. Длину математического маятника можно регулировать при помощи воротка 9, а его величину определить при помощи шкалы на колонке 3.

Оборотный маятник выполнен в виде стального стержня, на котором зафиксированы два повернутых друг к другу лезвия ножа (призмы) 12 и две ролики (грузы) 13. На стержне через 10мм выполнены кольцевые нарезки, служащие для точного определения длины оборотного маятника (расстояния между ножами). Ножи и ролики можно перемещать вдоль стержня и фиксировать в любом положении. Эти элементы выполнены таким образом, что их размер вдоль стержня является кратным 10мм, а фиксирующие воротки размещены таким образом, чтобы при помощи кольцевых нарезок можно было их наглухо заблокировать.

Порядок выполнения эксперимента

Задание 1. Определение ускорения силы тяжести математическим маятником

1. Включить прибор в сеть и нажать клавишу «СЕТЬ».
2. Нижний кронштейн вместе с фотоэлектрическим датчиком установить на нижней части колонки, обращая внимание на то, чтобы верхняя грань кронштейна показывала на шкале длину не меньше 50см. Затянуть вороток, фиксируя фотоэлектрический датчик в избранном положении.
3. Поворачивая верхний кронштейн, поместить над датчиком математический маятник.
4. Вращая вороток на верхнем кронштейне, установить длину математического маятника.
5. Ввести математический маятник в движение, отклоняя шарик на $4-5^0$ от положения покоя.
6. Включить секундомер.
7. После подсчета измерителем около 10 полных колебаний маятника выключить секундомер.
8. По формуле $T = \frac{t}{n}$ определить период колебаний математического маятника, где n - количество измеренных полных колебаний, t - продолжительность колебаний в секундах. На шкале прибора замерить длину l маятника.
9. Повторить измерения 3 раза.

10. По формуле (3) определить ускорение силы тяжести g .

11. Вычислить среднее значения $\langle t \rangle$, найти абсолютные погрешности отдельных измерений $\Delta t_n = |\langle t \rangle \pm t_n|$, а так же их суммы $\sum \Delta t_n$, где n - число измерений.

12. Вычислить период колебаний T , и абсолютную погрешность по формулам $T = \frac{\langle t \rangle}{n}$, $\Delta T = \frac{\langle \Delta t \rangle}{n}$. Результаты измерений и вычислений записать в табл.1.

№	l , м	Δl , м	n	T , с	T , с	ΔT , с	g , м/с ²	Δg , м/с ²	$\frac{\Delta g}{g} \cdot 100\%$
1									
2									
3									
ср									

Задание 2. Определение ускорения силы тяжести обратным маятником

1. Повернуть верхний кронштейн на 180^0 .

2. Зафиксировать ролики на стержне несимметрично таким образом, чтобы один из них находился вблизи конца стержня, а другой- вблизи его середины.

3. Ножи маятника закрепить по обеим сторонам так, чтобы лезвия были обращены друг к другу. Один из них поместить вблизи свободного конца стержня, а второй на середине расстояния между рамками.

4. Проверить, отвечают ли грани лезвий ножей нарезкам на стержне.

5. Закрепить маятник на вкладыше верхнего кронштейна на ноже, находящемся вблизи конца стержня.

6. Нижний кронштейн переместить таким образом, чтобы стержень маятника пересекал оптическую ось.

7. Отклонить маятник на $4-5^0$ от положения равновесия и отпустить

8. Включить секундомер.

9. После подсчета измерителем примерно десяти колебаний остановить секундомер.

10. По формуле $T = \frac{t}{n}$ определить период колебаний обратного маятника. Опыт повторить еще три раза, по полученным данным вычислить среднее значение T_1 периода колебаний.

11. Снять маятник и закрепить его на втором ноже.

12. Отклонить маятник на $4-5^0$ от положения равновесия, замерить диапазон T . Опыт повторить еще три раза, по полученным результатам вычислить среднее значение периода колебаний T_2 . Сравнить полученный результат с полученной ранее величиной T_1 .

13. Если $T_1 > T_2$, то второй нож переместить в направлении ролика, находящегося на конце стержня, если $T_1 < T_2$ -то в направлении середины стержня. Положение роликов и первого ножа не менять.

14. Повторно измерить период T_1 и сравнить с величиной T_2 .

15. Изменить положение второго ножа до момента получения равновесия $T_1 \approx T_2$ с точностью до 0,5%.

16. Определить приведенную длину l_0 обратного маятника, подсчитывая количество нарезок на стержне между ножками, которые нанесены через каждые 10мм.

17. По формуле (5) определить ускорение силы тяжести g . Значение ускорения силы тяжести берется из полученных результатов эксперимента при

$$T_1 = T_2, \text{ считая, } T = \frac{T_1 + T_2}{2}.$$

18. Результаты измерений и вычислений записать в таблицу 2.

№	n_1	$t_1,$ с	$T_1,$ с	$\Delta T_1,$ с	n_2	$t_2,$ с	$T_2,$ с	$\Delta T_2,$ с	$T,$ с	$\Delta T,$ с	$l_0,$ м	$\Delta l_0,$ м	$g,$ м/с ²	$\Delta g,$ м/с ²	$\frac{\Delta g}{g} \times 100\%$
1															
2															
3															
Ср.															

Контрольные вопросы

1. Какое движение называется гармоническим колебанием?
2. Какой маятник называется математическим, какой физическим и какой обратным?
3. Зависит ли период колебания математического маятника от его длины?
4. Зависит ли период колебания математического маятника от его массы?
5. Выведите формулу $g = \frac{4\pi^2 l_0}{T^2}$.
6. Как зависит величина g от географической широты места нахождения?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

Изучение законов падения тел

Цель работы: изучение законов падения тел и определение величины ускорения свободного падения

Приборы и принадлежности: машина Атвуда, секундомер, грузики и перегрузки.

Теоретическое введение

Свободным падением называется движение, которое совершает тело под действием силы тяжести без учета сопротивления воздуха.

При свободном падении тела с небольшой высоты h от поверхности земли ($h \ll R_3$, где R_3 – радиус земли) оно движется с постоянным ускорением $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, направленным по вертикали вниз к центру. g - ускорение свободного падения имеет одно и тоже значение для всех тел и зависит и от географической широты. Для определения величины ускорения g можно использовать формулу пути равно - ускоренного движения, которая в случае движения без начальной скорости имеет вид:

$$h = \frac{at^2}{2}. \quad (1)$$

В случае свободного падения тел $a=g$, то с учетом этого формула (1) приобретает вид

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

откуда:

$$g = \frac{2h}{t^2}. \quad (2)$$

Зная h и t , можно, используя уравнение (2), определить ускорение g в данном пункте земного шара.

Количественные расчеты показывают, что для достаточно точного определения величины g (при h порядка 1м) необходимо измерить время с точностью до одной секунды ($t=0,45\text{с}$). Естественно, что наручные часы или спортивный секундомер для этого не пригодны. Если идти по пути увеличения высоты h , то время падения увеличивается, но при этом начинает играть заметную роль сопротивление воздуха. Вся трудность рассмотренного опыта заключается в большой величине ускорения свободного падения. Так как ускорение большое, то тело быстро набирает скорость, что приводит к затруднению определения падения времени тела.

Уменьшить скорость падения можно с помощью машины Атвуда (её устройство изображено на рис.1, а общий вид на рис.2) Через блок перекинута нить, на которой закреплены грузы массой M каждый. На один из грузов кладется перегрузок m . Ускорение грузов легко найти, если ввести два предположения:

1. Блок и нити невесомы, т.е. их масса равна нулю.
2. Трения в оси блока нет.

На рис.1. T -натяжение нитей. Вся система грузов приходит в движение под действием силы тяжести перегруза $\vec{F} = m\vec{g}$.

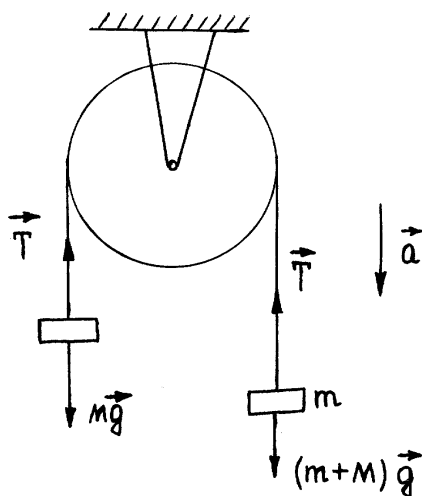


Рис.1.

Поэтому уравнение движения системы грузов можно записать в виде:

$$[M + (M + m)]a = mg, \quad (3)$$

где a – ускорение грузов. Из уравнения (3) получаем

$$a = g \frac{m}{2M + m} = g \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}, \quad (4)$$

где $\varepsilon = \frac{m}{2M}$. Время t , за которое груз падает с высоты h найти из формулы

(1) $t = \sqrt{\frac{2h}{a}}$ или с учетом (4) получаем

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon}} \quad (5)$$

На первый взгляд из формулы (5) следует, что время падения можно сделать сколь угодно большим, если уменьшить ε , т.е. если выбрать большими массы грузов M . Например, если $M=5\text{кг}$ и $m=1\text{г}$, то $\varepsilon=10^{-4}$, а время падения грузов с высоты $h=1\text{м}$ примерно равно $0,45\text{с}$. Это время можно достаточно точно измерить секундомером. Однако такой опыт невыполним. Мы предположили, что трение в оси блока отсутствует, однако в действительности оно существует. Вопрос состоит в том, можно ли трением пренебречь? Если повесить к блоку на нитях тяжелые грузы, то в оси блока будет большая сила трения. Чем больше масса грузов, тем больше сила трения, т.е. необходимо взять достаточно большой перегрузок, чтобы преодолеть эту силу трения и «сдвинуть» блок, чтобы вся система пришла в движение.

Количественные расчеты показывают, что масса перегрузка должна удовлетворять условию $m \gg m_0$, где m_0 – масса такого перегрузка, который может только «сдвинуть» блок с грузами (это значит, что любой перегрузок массой меньше m_0 не приведет систему в движение).

Таким образом, в первую очередь необходимо определить минимальную массу перегрузка m_0 «стягивающего» блок, с тем, чтобы в дальнейшем проводить измерения с грузами в $5 \div 10$ раз превышающими по массе величину m_0 . Только в этом случае можно пренебречь влиянием трения на движение системы.

Следует убедиться, что движение системы при достаточно большой массе перегрузка $m \gg m_0$ является равноускоренным. Для этого необходимо экспериментально проверить выполнение зависимости $h = \frac{at^2}{2}$. Удобно

переписать это отношение в виде $t = \sqrt{\frac{2}{a}} \cdot \sqrt{h}$ из которого ясно, что на осях координат откладываются \sqrt{h} и t ($x = \sqrt{h}$, $y = t$). Изученное нами равноускоренное движение соответствует прямой $t = t(\sqrt{h})$, проходящей через начало координат. Наконец, важно выяснить, подтверждается ли на опыте зависимость времени падения от массы перегрузка m , которая согласно формуле (5) с учетом $\varepsilon = m/2M$ имеет вид

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \sqrt{\frac{2M+m}{m}}; \text{ или } t = 2\sqrt{\frac{h}{g}} \sqrt{\frac{M}{m}} \quad (6)$$

т.к. $m \ll M$. На осях координат откладываются $\left(x = \sqrt{\frac{M}{m}}, y = t \right)$,

функция $t = t\left(\frac{M}{m}\right)$ является уравнением прямой. Зависимость $t = t\left(\frac{M}{m}\right)$ при фиксированном значении высоты падения h может быть построена по экспериментальным точкам: для нескольких значений массы перегрузка m определяет время падения $t = \langle t \rangle + \Delta t$, где $\langle t \rangle$ – среднее арифметическое значение измеренного времени падения для данной высоты. Полученные экспериментальные данные откладываются на осях координат: на оси ординат – значение $\langle t \rangle$ – с указанием ошибки Δt , а на оси абсцисс соответствующие значения величины $\sqrt{\frac{M}{m}}$, затем через полученные точки проводят прямую и по её наклону определяют величину g .

Краткое описание установки.

Общий вид машины Атвуда показан на рис.2. На вертикальной колонке 1, закрепленной в основании 2, в свою очередь закреплены три кронштейна: неподвижный 3 и два подвижных-средний 4 и верхний 5, а так же верхняя

штука 6. Основание оснащено регулируемыми ножками 7, которые позволяют выравнять положение прибора. На верхней штуке при помощи верхнего диска 8 закреплен узел подшипника ролика 9, ролик 10 и электромагнит 11. Через ролик проходит нить 12 с привязанными на её концах грузиками 13 и 14. Электромагнит, после подведения к нему питающего напряжения при помощи фрикционной муфты удерживает систему ролика с грузиками в состоянии покоя.

Верхний и средний кронштейны можно перемещать вдоль колонки и фиксировать в любом положении, устанавливая, таким образом, длину пути равноускоренного движения.

Для измерения этих путей на вертикальном штангенциркуле имеется миллиметровая шкала 15, все кронштейны имеют указатель положения, а верхний кронштейн- дополнительную черту, облегчающую точное согласование нижней границы верхнего большого грузика с определенным началом пути движения.

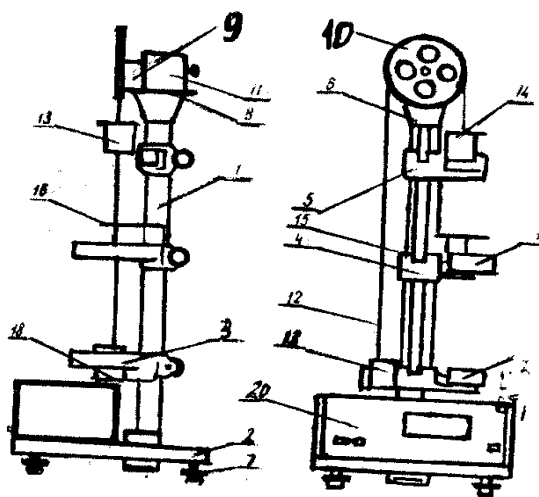


Рис.4.

Нижний кронштейн оснащен двумя кронштейнами 18 с резиновыми амортизаторами, в которые ударяются грузики..

Порядок выполнения эксперимента

Задание 1. Изучение равноускоренного движения.

1. Установить средний кронштейн на высоту 30 см. Правый грузик установить так, чтобы его нижний край был на одной линии с верхним краем рабочего окошка.

2. Положить на правый грузик перегрузок массой m .

3. Включить секундомер и отпустить систему, определить время падения грузика с высоты 30 см.

4. Измерения повторить 4 раза.

5. Также определить время падения для 3-х значений высоты 35, 40, 45 см.

6. Результаты занести в таблицу 1.

Таблица 1.

№	h ,	m_0 , кг	m , кг	t_1 ,	t_2 ,	t_3 ,	t_4 ,	$\langle t \rangle$, с	Δt
1									
2									
3									
4									
Ср.									

Δt определить по формуле $\Delta t = \frac{1}{2}(t_{\max} - t_{\min})$, где t_{\max} и t_{\min} – наибольшее и наименьшее значение времени падения с данной высоты h . Для построения графика по оси ординат откладываются измеренные значения $\langle t \rangle$ с указанием величины погрешности Δt . На оси абсцисс откладывается величина \sqrt{h} .

Если полученные экспериментальные точки ложатся на прямую, то движение системы можно считать равноускоренным.

Задание 2. Определите величины ускорения свободного падения

Определите опытным путем зависимость времени падения от массы перегрузка m . Измерения проводите при наибольшем значении высоты падения $h=45\text{см}$, для пяти значений массы m . Результаты занесите в таб. 2

Таблица 2

№	h ,	m , кг	Δm , кг	M , кг	$\frac{M}{m}$	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_4 , с	$\langle t \rangle$, с	$tg \alpha$	g , м/с ²
1												
2												
3												
4												
Ср.												

По результатам измерений по оси ординат откладываются измеренные значения t , т.е. $y=t$, а по оси абсцисс значения $\sqrt{\frac{M}{m}}$, т.е. $X = \sqrt{\frac{M}{m}}$ (рис. 3).

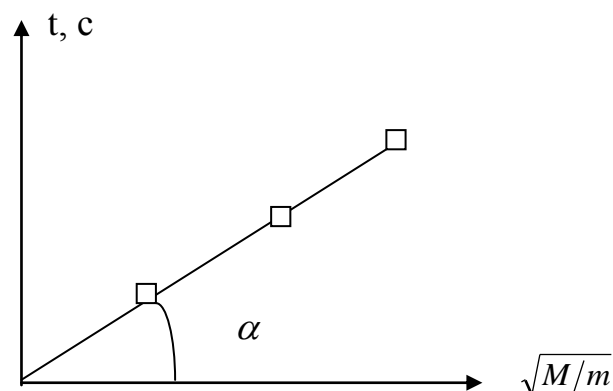


Рис.3.

По наклону прямой находите

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{t}{\sqrt{\frac{M}{m}}}, \quad (7)$$

из уравнений (6) и (7) имеем $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{\frac{h}{g}}$ откуда $g = \frac{4h}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$. Отсюда, зная

значение h , можно определить g .

Контрольные вопросы.

1. Что называется равноускоренным движением?
2. Что называется ускорением свободного падения?
3. Почему для определения ускорения свободного падения тел используем машину Атвуда, а не идем по пути прямого использования формулы $h = \frac{gt^2}{2}$?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

Проверка основного уравнения динамики вращательного движения тела на приборе Обербека

Цель работы: проверить справедливость основного закона динамики вращательного движения твердого тела на примере маятника Обербека.

Приборы и принадлежности: крестообразный маятник Обербека, набор грузиков, штангенциркуль.

Теоретическое введение

Вращательным движением называют такое движение твердого тела, при котором все его точки описывают окружности с центрами, лежащими на одной прямой, являющейся осью вращения. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси характеризуется линейными величинами (линейное перемещение, линейная скорость и линейное ускорение), различными в

данный момент времени для различных точек тела, и угловыми величинами (угловая скорость, угловое перемещение, угловое ускорение), одинаковыми для всех точек тела. Угловое ускорение твердому телу можно сообщить, действуя на него некоторым моментом силы. Напомним, что моментом силы относительно оси вращения называется произведение силы \vec{F} на её плечо r , т. е. на кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы (рис.1). Ось вращения проходит через точку O , перпендикулярную чертежу.

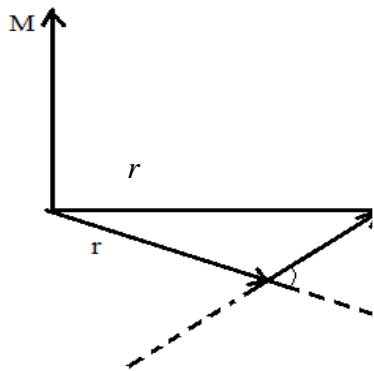


Рис.1.

Таким образом, момент силы $M=Fr$. Величина полученного телом ускорения зависит не только от момента действующей силы, но и от так называемого момента инерции тела. Моментом инерции материальной точки относительно некоторой оси вращения называют произведение массы этой точки на квадрат её расстояния до оси вращения

$$J_0 = \Delta m_i r^2. \quad (1)$$

Момент инерции тела относительно оси вращения равен сумме моментов инерции материальных точек, составляющих это тело

$$J = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2, \quad (2)$$

где n – число точек, Δm_i – масса i -ой материальной точки, r_i – расстояние от i -ой точки до оси вращения.

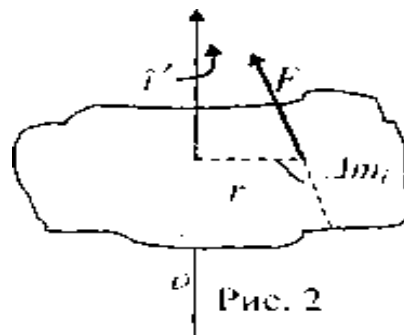


Рис. 2

(3)

Динамическая связь между моментом силы \vec{M} , моментом инерции I и угловым ускорением $\vec{\epsilon}$ записывается в виде

$$\vec{M} = J\vec{\epsilon} \quad (3)$$

Это уравнение выражает основной закон динамики вращательного движения твердого тела. Сравнивая формулу (3) с уравнением динамики поступательного движения материальной точки $\vec{F} = m\vec{a}$, видим, что момент

инерции имеет такой же смысл, как масса движения материальной точки, т.е. он характеризует инертность тела при его вращательном движении.

Рассмотрим два случая:

1. Если $J = const$, то для двух состояний вращающегося тела соотношение (3) записывается в виде $M_1 = J\varepsilon_1, M_2 = J\varepsilon_2$. Эти соотношения имеют место, если справедливо равенство:

$$M_1 : M_2 = \varepsilon_1 : \varepsilon_2 \quad (4)$$

2. Если $M = const$, то выполнение соотношения (3) имеет место, если справедливо равенство:

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 = J_2 : J_1. \quad (5)$$

Для проверки основного закона динамики вращения тела надо проверить справедливость равенств (4) и (5). В данной работе для проведения эксперимента применяется крестообразный маятник.

Крестообразный маятник (рис.2) состоит из 4 спиц, вставленных во втулку, укрепленную на неподвижной оси. На спицах на равном расстоянии от оси могут закрепляться одинаковые цилиндрические грузы.

На оси находится так же шкиф (диск), на который наматывается нить. К концу нити привязана платформа, на которую помещаются гири. Под действием веса платформы и гирь нить разматывается, и маятник вращается с некоторым угловым ускорением ε . Это ускорение будет постоянным, так как платформа с гирями создает постоянный вращающий момент с плечом r , равным радиусу диска. Платформа с гирями находится под действием двух противоположно направленных сил: силы тяжести $m\vec{g}$ и силы натяжения нити \vec{T} .

Следовательно, второй закон Ньютона для поступательного движения платформы можно записать так: $ma = mg - T$, где m – общая масса платформы и положенных на неё гирь. Отсюда сила натяжения равна $T = m(g - a)$.

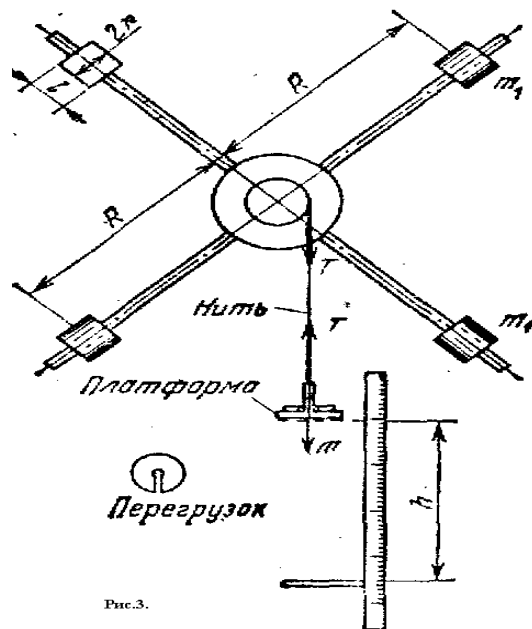
Эта сила натяжения создает действующий на маятник вращающий момент

$$M = Tr = m(g - a)r. \quad (6)$$

Используя связь между угловым ε и линейным ускорениями a_τ , находим угловое ускорение маятника в виде

$$\varepsilon = \frac{a_\tau}{r}. \quad (7)$$

Очевидно, что линейное ускорение \vec{a}_τ окружных точек шкифа, соприкасающихся с нитью, равно ускорению \vec{a} , с которым движется нить. В свою очередь, ускорение a можно найти из формулы равноускоренного поступательного движения



$$h = \frac{at^2}{2} \quad \text{откуда} \quad a = \frac{2h}{t^2}, \quad (8)$$

где h - высота падения платформы с грузом. Система уравнений (6) - (8) полностью решает поставленную задачу.

Краткое описание установки

Общий вид машины Обербека ERM-1 изображен на рис.3.

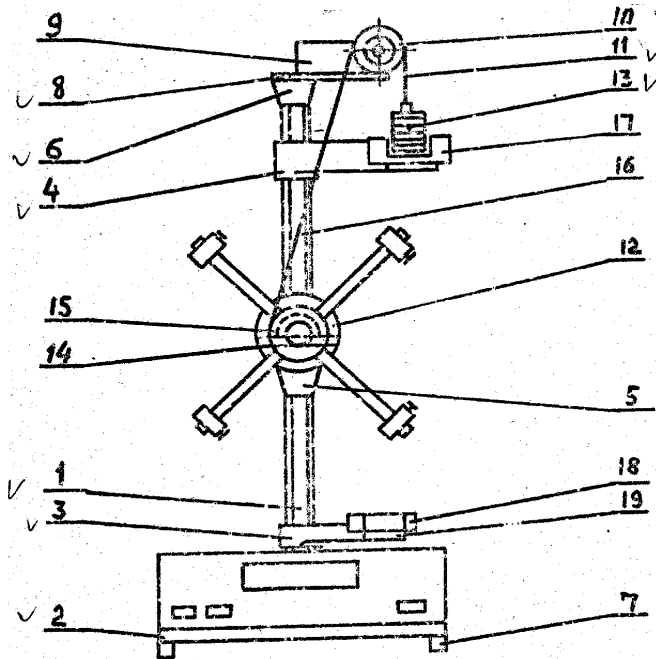


Рис. 4.

На вертикальной колонне 1, установленной на основании 2, прикреплено два кронштейна: нижний неподвижный 3 и верхний подвижный 4 и две неподвижные втулки: нижняя 5 и верхняя 6. Основание снабжено регулируемыми винтами 7, обеспечивающими горизонтальную установку прибора. На верхней втулке 6 посредством основания 8 закреплен подшипниковый узел-диск 10. Через диск перекидывается нить 11, один конец нити прикреплен к двухступенчатому диску 12, а на втором конце закреплены грузы 13. На задней нижней втулке 5 посредством основания 14 прикреплен

тормозной электромагнит 15, который после подключения к нему напряжения питания удерживает с помощью Фрикционной муфты систему крестовины вместе с грузами в состоянии покоя. Подвижный кронштейн 4 можно перемещать вдоль колонны и фиксировать его в любом положении, определяя, таким образом, длину пути спада грузов.

Миллиметровая шкала на колонне 16 служит для отсчета длины пути. На подвижном кронштейне 4 закреплен фотоэлектрический датчик 17, на неподвижном кронштейне 3 закреплен фотоэлектрический датчик 18, вырабатывающий электроимпульс конца измерения времени и включающий тормозной электромагнит. К кронштейну 3 прикреплен кронштейн 19 с резиновым амортизатором, ограничивающий движение грузов. К основанию прибора жестко прикреплен электронный секундомер.

Порядок выполнения эксперимента

Задание 1 Определение угловых ускорений ε_1 и ε_2 и вращающих моментов M_1 и M_2 при $J = const$

1. Снять грузики со стержня маховика, подвесить к нити избранное число грузов.

2. Сдвинуть подвижный кронштейн 1 на выбранную высоту, установить так, чтобы грузы, падая, проходили через середину рабочих окон фотоэлектрических датчиков.

3. Отсчитать по шкале, расположенной на колонне, длину пути падения.

4. Включить сетевой шнур измерителя в сеть питания и нажать клавишу «Сеть», проверяя, показывают ли все индикаторы фотоэлектрических датчиков.

5. Намотать на любой диск радиусами ($r=r_1$ или r_2) подвески и фиксировать его при помощи электромагнита так, чтобы нижний край грузов находился на уровне корпуса черты верхнего фотоэлектрического датчика.

6. Нажать клавишу «Сброс», затем клавишу «Пуск», записать измеренное значение времени падения грузов на пути h .

7. Измерения повторить трижды и по полученным данным определить среднее значение времени движения грузов по формуле

$$\langle t \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i = \frac{1}{3}(t_1 + t_2 + t_3) \quad (9)$$

8. По установленному пути h и соответствующему значению времени $\langle t \rangle$ вычислить среднее линейное ускорение по формуле (8) $\langle a \rangle = \frac{2h}{\langle t^2 \rangle}$.

9. Штангенциркулем измерить радиус r диска 12. По формуле $\varepsilon_1 = \frac{\langle a \rangle}{r}$ вычислить среднее угловое ускорение вращательного движения маховика.

10. По формуле $M = m(g - \langle a \rangle)r$ вычислить вращающий момент падающего груза P_1 , где m - масса платформы с грузом (масса платформы указывается на приборе), $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$ - ускорение силы тяжести a - найденное линейное ускорение, r - радиус диска ($r=r_1$ или r_2)

11. Снять с нити груз P_1 и подвесить на неё другой груз P_2 .

12. Провести с этим грузом те же измерения, что и с предыдущим и найти значение ε_2 при другом значении M_2 .

13. По найденным величинам проверить соотношение

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 = M_1 : M_2$$

14. Результаты измерений и вычислений записать в табл. 1.

Таблица 1

$m,$ кг	$h,$ м	$r,$ м	$t_1,$ с	$t_2,$ с	$t_3,$ с	$\langle t \rangle,$ с	$\langle a \rangle,$ м/с ²	$\langle \varepsilon \rangle,$ 1/с ²	$\langle M \rangle$ Н·м	$\langle \varepsilon_1 : \varepsilon_2 \rangle$	$\langle M_1 : M_2 \rangle$
m_1											
m_2											

Задание 2. Определение угловых ускорений ε_1^1 и ε_2^1 , моментов инерции J_1' и J_2' при $M = \text{const}$

1. Зная вращающий момент, можно найти момент инерции маховика без грузов на стержнях

$$J_1 = \frac{M_1}{\varepsilon_1}; \quad J_2 = \frac{M_2}{\varepsilon_2} . \quad (10)$$

За окончательный результат берут среднее арифметическое

$$J_0 = \frac{J_1 + J_2}{2}, \quad (11)$$

где J_0 – момент инерции маховика без грузов

2. Надеть на стержни маховика грузики так, чтобы расстояние их от центров до оси вращения были одинаковы (например, $R_1=15\text{см}$).

3. Вычислить момент инерции системы I_1 как сумму моментов инерции маховика J_0 и грузиков $J_r = 4m_0R_1^2$ (приближенно считаем грузики точечными) m_0 – масса каждого груза по формуле,

$$J_1' = J_0 + J_1 = J_0 + 4m_0R_1^2, \quad (12)$$

где J_0 -определяется по формуле (11)

4. Подвесить на нижний груз P_1 и определить угловое ускорение ε_1 соответствующее моменту инерции J_1^1 системы так, как указано в пунктах 2-9.

5. Изменив расстояние грузиков от оси вращения (взяв его равным примерно $R_2=20\text{ см}$) измерить его так, как описано в пункте 17 и найти в этом случае момент инерции грузиков по формуле $J_{20}=4 m_0R_2^2$, где R_2 – среднее расстояние грузиков от оси вращения. Вычислить момент инерции системы для этого случая.

$$J_2^1 = J_0 + J_{20} = J_0 + 4m_0R_2^2$$

6. Подвесить на нити груз P_1 и определить угловое ускорение ε_2^1 соответствующее моменту инерции I_2^1 системы так, как указано в пунктах 2-9.

7. По данным величинам проверить соотношение

$$\varepsilon_1^1 : \varepsilon_2^1 = J_2^1 : J_1^1 \quad \text{Результаты измерений и вычислений записать в табл. 2.}$$

Таблица 2

$R, \text{м}$	$m_0, \text{кг}$	$m, \text{кг}$	$t_1,$	$t_2,$	$t_3,$	$\langle t \rangle,$	$h,$	$\langle a \rangle,$ м/с^2	$\langle \varepsilon \rangle,$ $1/\text{с}^2$	$J,$ $\text{кг}\cdot\text{м}^2$	$J_0,$ $\text{кг}\cdot\text{м}^2$	$\varepsilon_1^1 : \varepsilon_2^1 = J_2^1 : J_1^1$
1												
2												

8. Для одной какой-либо серии измерений вычислить абсолютные и относительные погрешности для следующих величин: $h, r, R, a, t, \varepsilon, M, J, R$.

$$\frac{\langle \Delta M \rangle}{\langle M \rangle} = \pm \left(\frac{\langle \Delta m \rangle}{\langle m \rangle} + \frac{\langle \Delta g \rangle}{g} + \frac{\langle \Delta r \rangle}{\langle r \rangle} \right)$$

$$\frac{\langle \Delta a \rangle}{\langle a \rangle} = \pm \left(\frac{\langle \Delta h \rangle}{\langle h \rangle} + 2 \frac{\langle \Delta t \rangle}{\langle t \rangle} \right)$$

$$\frac{\langle \Delta \varepsilon \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} = \pm \left(\frac{\langle \Delta a \rangle}{\langle a \rangle} + \frac{\langle \Delta r \rangle}{\langle r \rangle} \right)$$

$$\frac{\langle \Delta J \rangle}{\langle J \rangle} = \pm \left(\frac{\langle \Delta M \rangle}{\langle M \rangle} + \frac{\langle \Delta \varepsilon \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \right)$$

Контрольные вопросы

1. Что называется моментом силы относительно неподвижной оси?
2. Что называется моментом инерции?
3. Какая физическая величина служит основной динамической характеристикой вращающегося тела?
4. Как записываются законы Ньютона при поступательном движении тела и при вращении тела вокруг неподвижной оси?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

Определение момента инерции маятника Максвелла

Цель работы: экспериментальное определение момента инерции маятника Максвелла при наличии разных колец.

Приборы и принадлежности: маятник Максвелла FPM-03, комплект заменяемых колец, штангенциркуль

1. Теоретическое введение

При изучении вращения твердого тела пользуются понятием момента инерции. *Моментом инерции материальной точки* относительно данной оси называют величину $J_0 = mr^2$, где J_0 – момент инерции материальной точки, m – её масса, r – расстояние от точки до оси вращения. *Моментом инерции системы* (тела) относительно оси вращения называется физическая величина, равная сумме произведений масс m_i материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси.

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (1)$$

Приведем (без вывода) формулы для расчета момента инерции некоторых однородных тел геометрически правильной формы массой m относительно оси симметрии OX .

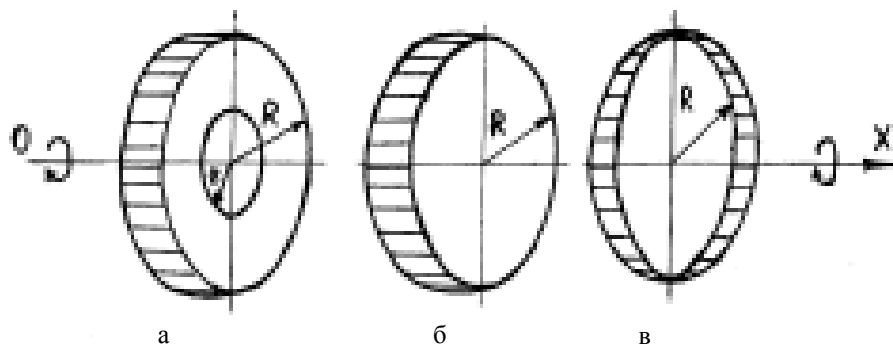


Рис.1. Однородные тела правильной геометрической формы

1. Момент инерции кольца, внешний радиус которого R , а внутренний r , (рис. 1а)

$$J_x = \frac{1}{2} m(R^2 + r^2)$$

2. Момент инерции диска (цилиндра) радиусом R (рис.1 б)

$$J_x = \frac{1}{2} mR^2$$

3. Момент инерции тонкостенного кольца (обруча) радиусом R (рис. 1в)

$$J_x = mR^2.$$

Кинетическая энергия вращающегося тела относительно оси симметрии OX определяется уравнением

$$E_k = \frac{J_x \omega_x^2}{2},$$

где ω_x – значение угловой скорости вращения тела. В настоящей работе определяются моменты инерции маятника Максвелла разной массы. Выведем рабочую формулу для определения момента инерции маятника. Принцип работы прибора основан на законе сохранения энергии, который гласит: Механическая энергия замкнутой консервативной системы во время её движения не изменяется. Маятник Максвелла (рис. 2) представляет собой ролик 1, жестко закрепленный на осевом стержне 2 и висящий на двух нитях 3, прикрепленных к опоре 4. На ролик накладываются замены кольца. Вращая маятник вокруг оси и тем самым наматывая нити на осевой стержень, можно поднять его на некоторую высоту h

В этом случае маятник, обладающий массой m , будет иметь потенциальную энергию mgh , где g - ускорение силы тяжести. Представленный затем самому себе маятник начнет раскручиваться и его потенциальная энергия будет переходить в кинетическую энергию поступательного движения $\frac{mv^2}{2}$ и

вращательного движения $\frac{J_x \omega_x^2}{2}$.

Таким образом, закон сохранения механической энергии для нашего случая запишется виде

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J_x \omega_x^2}{2}, \quad (3)$$

где J_x - момент инерции маятника относительно оси вращения OX ,
 h - высота, на которую опустилась ось маятника,

v - скорость спуска оси маятника в тот момент, когда ось опустилась на расстояние h ,

ω_x - угловая скорость маятника в тот момент времени.

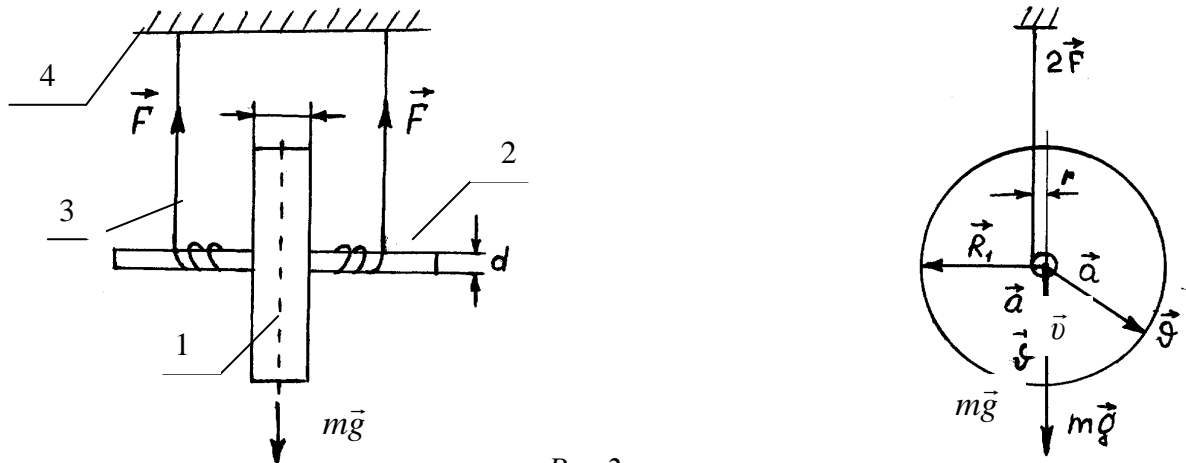


Рис.2

Маятник опускается равноускоренно, поэтому основные кинетические соотношения движения маятника в момент падения с высоты h записываются в виде:

$$v = \omega_x r; \quad h = \frac{at^2}{2}; \quad v = \frac{2h}{t}; \quad \omega_x = \frac{2h}{rt},$$

где r – радиус осевого стержня, h – высота спуска маятника, t – время.

Подставив значения v и ω_x в формулу (3) получим рабочую формулу для расчета момента инерции маятника

$$I_x = \frac{md^2}{4} \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right), \quad (4)$$

где t – время падения маятника с высоты h , m – масса маятника вместе с кольцом определяется по формуле

$$m = m_0 + m_p + m_k, \quad (5)$$

где m_0 - масса оси маятника $0,0325$ кг,

m_p - масса ролика,

m_k – масса наложенного на ролик кольца.

Масса в граммах указана на кольцах. Диаметр оси маятника вместе с намотанной на ней нитью подвески рассчитывается по формуле:

$$d = d_0 + 2d_n, \quad (6)$$

где d_0 – диаметр оси маятника,

d_n – диаметр нити подвески $0,005$ м (подлежит измерению).

С другой стороны теоретически значение момента инерции маятника (для различных колец) можно рассчитать по формуле:

$$J_x^* = J_{ox} + J_{px} + J_{\delta\delta}, \quad (7)$$

где $J_{ox} = \frac{1}{2} m_0 r^2$ - момент инерции маятника,

$J_{px} = \frac{1}{2} m_p (R + r^2)$ - момент инерции ролика, здесь $r = \frac{d}{2}$ - радиус оси маятника или внутренний радиус ролика,

$J_{\kappa\kappa} = \frac{1}{2} m_{\kappa} (R_1^2 + R^2)$ - момент инерции кольца, наложенного на ролик,

R – внешний радиус ролика или внутренний радиус заменяемых колец, R_1 – внешний радиус заменяемых колец.

Сравнивая вычисленные значения J_x и J_x^* по формулам (4) и (7), можно найти относительную погрешность измерений момента инерции для каждого опыта по формуле:

$$\varepsilon = \frac{[J_x - J_x^*]}{J_x} \cdot 100\% \quad . \quad (8)$$

Абсолютная погрешность определяется по формуле

$$\Delta J_x = \varepsilon J_x^*.$$

Краткое описание установки.

Общий вид маятника Максвелла показан на (рис.3). Основание 1 оснащено регулируемыми ножками 2, которые позволяют выровнять прибор. В основании закреплена колонка 3, к которой прикреплены неподвижный верхний кронштейн 4 и подвижный нижний кронштейн 5. На верхнем кронштейне находятся электромагнит 6, фотоэлектрический датчик 7 и вороток 8 для закрепления и регулирования длины бифилярной подвески маятника.

Нижний кронштейн вместе с прикрепленным к нему фотоэлектрическим датчиком 9 можно перемещать вдоль колонки и фиксировать в произвольно выбранном положении. Маятник 10 прибора ФРМ –03 –это ролик, закрепленный на оси и подвешенный по бифилярному способу, на который накладываются кольца 11, изменяя таким образом момент инерции системы. Маятник с наложенным кольцом удерживается в верхнем положении электромагнитом. Длина маятника определяется на миллиметровой шкале колонки прибора. С целью облегчения измерения нижний кронштейн оснащен красным указателем, помещенным на высоте оптической оси нижнего фотоэлектрического датчика. Электрическая схема маятника состоит из миллисекундомера, фотоэлектрических датчиков, электромагнита. Схема управления работой миллисекундомера построена на переключателях «Сброс»- установка нуля измерителя и «Пуск»- управление секундомером.

Порядок выполнения эксперимента.

1. Ознакомиться с экспериментальной установкой и подготовить её к работе. Включить вилку в электросеть. Нажать клавишу «Сеть» Проверить, все ли индикаторы высвечивают цифру «ноль» и засветились ли лампочки обоих фотоэлектрических датчиков.

2. На ролик маятника наложить произвольно выбранное кольцо, нажимая его до упора.

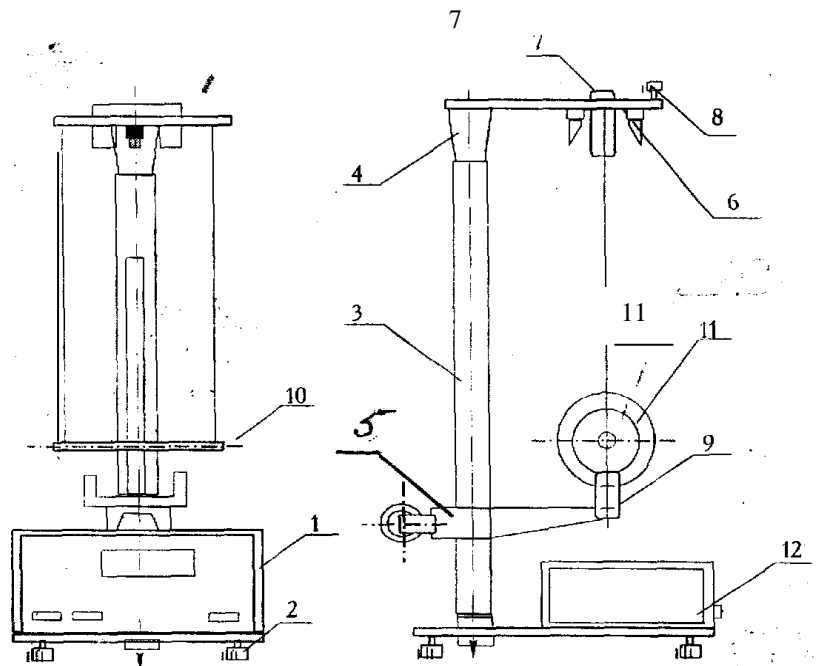


Рис.3.

3. На ось маятника ровно, виток к витку, намотать нить подвески и зафиксировать его в верхнем положении электромагнитом.

4. Нажать клавишу «Сброс», затем клавишу «Пуск». Записать измеренное значение времени падения маятника.

5. Операции пп. 3 и 4 повторить не менее 4 раз и подсчитать среднее значение времени $\langle t \rangle$.

6. По шкале на вертикальной колонке прибора определить длину маятника (высоту h).

7. По формуле (5) вычислить массу маятника с наложенным кольцом (значение масс отдельных элементов, нанесенных на них).

8. Используя формулу (6) и известное значение диаметров d_0 и d_n , определить диаметр оси маятника вместе с намотанной на нем нитью.

9. По формуле (4) определить момент инерции маятника.

10. Штангенциркулем измерить радиусы r , R , R_l оси маятника, ролика и заменяемых колец. Вычислить значение (теоретически) момента инерции J_x^* по формуле (7).

11. Рассчитать относительную погрешность по формуле (8).

12. Результаты измерений оформить в системе СИ и занести в таб.1.

13. Снять кольцо с ролика маятника и положить на него по очереди два других кольца. Повторить операции П.П. 3-12. Результаты записать в табл.1.

№	h ,	m , кг	t_1 ,	t_2 ,	t_3 ,	$\langle t \rangle$, с	d ,	r ,	R ,	R_l ,	J_x , кг·м ²	J_x^* , кг·м ²

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.
2. Дайте определение момента инерции для точки и твердого тела.
3. Сформулируйте и напишите основной закон динамики поступательного и вращательного движений.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7

Изучения явления центрального удара шаров

Цель работы: Изучения закона сохранения импульса при прямом центральном ударе шаров, определения коэффициента восстановления и времени соударения шаров.

Приборы и принадлежности: измерительная установка и набор шаров.

Теоретическое введение

Примеры применения законов сохранения импульса и энергии при решении реальных физических задач является удар абсолютно упругих и неупругих тел.

Ударом называется кратковременное взаимодействие соприкасающихся тел, приводящее к значительному изменению их движения. Силы взаимодействия между сталкивающимися телами (ударные или мгновенные силы) столь велики, что внешними силами, действующими на них, можно пренебречь. Это позволяет рассматривать систему тел в процессе их соударения как замкнутую систему и применять к ней законы сохранения. Процесс удара в общем случае обычно разделяют на две фазы. Первая фаза – момента соприкосновения тел до момента, когда относительная скорость центров масс тела становится равной нулю. Вторая фаза – от этого последнего момента, когда соприкосновение тел прекращается.

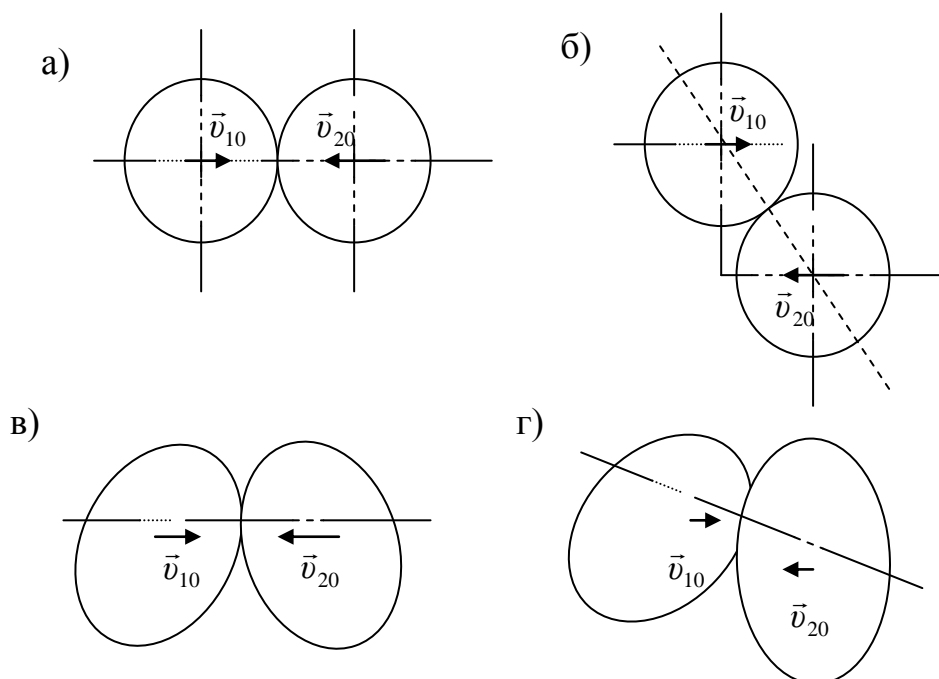


Рис. 1

С момента возникновения деформаций в месте соприкосновения тел начинают действовать силы, направленные противоположно относительным скоростям тел.

Возникшие в результате действия силы ускорения уменьшают скорость тел до тех пор, пока они не станут одинаковыми, или пока относительная скорость тел не станет равной нулю. При этом происходит переход энергии механического движения тел в энергию деформации. С момента, когда относительная скорость стала равной нулю, начинается частичное или полное восстановление деформации. Силы, продолжая действовать в прежнем направлении, сообщают теперь ускорение, совпадающее по направлению со скоростями. Скорости тел возрастают по абсолютной величине, направления изменяются на противоположные по сравнению к начальным. Наконец тела расходятся, и удар заканчивается. В этой фазе кинетическая энергия системы растет за счет положительной работы упругих сил. У реальных тел относительная скорость после удара не достигает того значения, которое имелось до удара, так как часть механического движения необратимо переходит в молекулярно-тепловую и другие формы энергии. Различают следующие виды ударов: центральный – прямой (рис.1 а) и косой (рис.1 б), нецентральный – прямой (рис.1 в) и косой (рис.1 г). Прямая совпадающая с нормалью к поверхности тел в точке их соприкосновения, называется линией удара. Удар называется центральным, если линия удара проходит через центры масс тел. Если векторы скоростей шаров до удара лежат на линии удара, то удар называется прямым, а если не лежат – косым. Для характеристики потери кинетической энергии и относительной скорости при ударе вводится коэффициент восстановления K , определяемый по формуле

$$K = \frac{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|}{|\vec{v}_{10} - \vec{v}_{20}|}, \quad (1)$$

где \vec{v}_{10} и \vec{v}_{20} – скорости центров масс соответственно первого и второго шаров до удара; \vec{v}_1 и \vec{v}_2 – их скорости после удара. Если $K=1$, то потери кинетической энергии нет и такой удар называется абсолютно упругим, при $K=0$ удар называется абсолютно неупругим, в реальных случаях $0 < K < 1$.

Абсолютно неупругий удар ($K=0$) характеризуется тем, что потенциальная энергия упругих деформаций не возникает. При абсолютном неупругом ударе выполняется закон сохранения импульса и закон сохранения полной энергии. В этом случае оба тела движутся после удара как одно целое, с одной и той же скоростью (\vec{v}), определяемой из закона сохранения импульса:

$$\vec{v} = (m_1 \vec{v}_{10} + m_2 \vec{v}_{20}) / (m_1 + m_2).$$

До удара общая кинетическая энергия системы E_0 равна сумме кинетических энергий первого E_{10} и второго E_{20} шаров.

$$E_0 = E_{10} + E_{20} = \frac{m_1 v_{10}^2}{2} + \frac{m_2 v_{20}^2}{2},$$

а после удара

$$E = E_1 + E_2 = \frac{(m_1 + m_2)}{2} v^2 + \frac{(m_1 v_{10} + m_2 v_{20})^2}{2(m_1 + m_2)},$$

где E_1 и E_2 кинетическая энергия соответственно первого и второго шаров после удара.

Следовательно, потеря кинетической энергии или работе при неупругой деформации тел.

$$E_{\text{деф}} = E_0 - E = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_{10} - v_{20})^2.$$

Если второй шар до удара неподвижен ($v_{20}=0$), получим

$$E_{\text{деф}} = m_1 m_2 v_{10}^2 / 2(m_1 + m_2) = m_2 E_{10} / (m_1 + m_2).$$

Абсолютно упругим ударом ($K=1$) называется такой удар, при котором суммарная механическая энергия тел к концу удара не переходит ни во внутреннюю, ни в какие либо другие виды энергии.

При таком ударе кинетическая энергия на первой фазе удара переходит полностью или частично в потенциальную энергию деформации, которая затем опять переходит в кинетическую энергию.

При абсолютно упругом ударе выполняется закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии, поскольку перед ударом и после удара тела не деформированы (т.е. потенциальную энергию системы в этих двух состояниях можно считать одинаковой и равной нулю), то закон сохранения энергии можно записать как закон сохранения кинетической энергии

$$E_{10} + E_{20} = E_1 + E_2 \quad \text{или} \quad \frac{\vec{P}_{10}^2}{2m_1} + \frac{\vec{P}_{20}^2}{2m_2} = \frac{\vec{P}_1^2}{2m_1} + \frac{\vec{P}_2^2}{2m_2}, \quad (2)$$

где

$$\vec{P}_{10} = m_1 \vec{v}_{10}; \quad \vec{P}_{20} = m_2 \vec{v}_{20}; \quad \vec{P}_1 = m_1 \vec{v}_1; \quad \vec{P}_2 = m_2 \vec{v}_2.$$

По закону сохранения импульса

$$\vec{P}_{10} + \vec{P}_{20} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \quad (3)$$

решая совместно (2) и (3), найдем импульсы шаров после удара.

$$\begin{aligned} \vec{P}_1 &= \vec{P}_{10} (m_1 - m_2) / (m_1 + m_2) + \vec{P}_{20} 2m_1 / (m_1 + m_2) \\ \vec{P}_2 &= \vec{P}_{20} (m_1 - m_2) / (m_1 + m_2) + \vec{P}_{10} 2m_2 / (m_1 + m_2) \end{aligned} \quad (4)$$

Проанализируем соотношения (4). Если $m_1=m_2$ (массы шаров одинаковы), то $\vec{P}_1 = \vec{P}_{20}$ и $\vec{P}_2 = \vec{P}_{10}$, т.е. шары одинаковой массы при абсолютно упругом ударе обмениваются импульсами, в частности, если второй шар до удара покоится, то первый шар после соударения остановится. Факт такой остановки может служить подтверждением абсолютно упругого удара. В случае $m_2 \gg m_1$ и $v_{20}=0$ (то второй шар покоится) имеем $\vec{v}_1 = -\vec{v}_{10}$, $\vec{v}_2 = 0$, т.е. первый шар отскакивает от неподвижного массивного шара в противоположную сторону с первоначальной по модулю скоростью.

Неупругий удар сопровождается остаточной деформацией ($0 < K < 1$), т.е. имеет место всеобщий закон сохранения и превращений энергии. О степени

деформации можно судить по значению энергии, затраченной на эту деформацию. Энергию остаточной деформации E_{def} можно определить, зная коэффициент восстановления.

Если 2-й шар до удара покоится, то закон сохранения энергии при ударе двух одинаковых шаров ($m_1=m_2=m$) запишется так:

$$\frac{mv_{10}^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + 2E_{def}, \quad (5)$$

где E_{def} – энергия остаточной деформации одного шара (т.к. шары одинаковы). Преобразуя выражение (5), получим

$$E_{def} = \frac{1}{2} \left(\frac{mv_{10}^2}{2} \right) (1 - k^2) = \frac{E_{10}}{2} (1 - k^2). \quad (6)$$

Рассмотрим упругую силу взаимодействия и время соударения. Изменение импульса каждого из шаров происходит благодаря упругой силе взаимодействия при ударе. В течение соударения сила меняется со временем по определенному закону. Согласно закону динамики, зная изменение импульса одного из шаров и время соударения, находим среднюю силу взаимодействия шаров.

$$\langle |\vec{F}| \rangle = \frac{|\Delta \vec{P}_1|}{\Delta t}, \quad (7)$$

где $\Delta t = t_2 - t_1$; t_1, t_2 – моменты начала и конца соударений соответственно.

Среди вопросов, связанных с ударом, в частности интересен вопрос о времени соударения (продолжительности удара). Для иллюстрации влияния масс и размеров шаров на время удара, интересно, сопоставить время удара двух стальных одинаковых шаров малой массы, например, 0,5 кг, и двух стальных шаров гигантской массы, например, равной массе Земли при начальной относительной скорости 10^3 м/с. В первом случае удар длился бы десятитысячные доли секунды, во втором – несколько часов. Чтобы понять, от чего зависит время соударения тел, рассмотрим соударения шаров о стенку. При взаимодействии со стенкой шар деформируется, причем поверхность контакта в любой момент времени представляет круг диаметром D (рис. 2). Площадь этого круга с течением времени взаимодействия будет увеличиваться.

Энергию упругих деформаций $E_{упр}$ шара, как показывает приближенный расчет, можно выразить зависимостью

$$E_{упр} = 1,31 E x^3, \quad (8)$$

где x – смещение частиц материала шара вдоль линии удара. Закон сохранения энергии для данного случая запишется в виде

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + E_{упр}, \quad (9)$$

где v – скорость шара в момент соударения. Подставляя (8) в (9) и учитывая соотношение $\alpha^2 = N/\rho$ и $m = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$, получим

$$v = \frac{dx}{dt} = \sqrt{v_0^2 - 0,62\alpha^2 \left(\frac{x}{R}\right)^3}, \quad (10)$$

где α – скорость распространения продольной упругой волны; (для стали $\alpha=5300\text{м/с}$); E – модуль Юнга; ρ – плотность материала (сталь) шара. Проинтегрировав уравнение (10), определим время соударения шара со стенкой

$$\Delta t_p = \frac{1,23R}{\alpha \sqrt[3]{\frac{v_{10}}{\alpha}}}. \quad (11)$$

как следует из полученной зависимости (11), время контакта шаров Δt_p линейно зависит от его радиуса R и скорости удара.

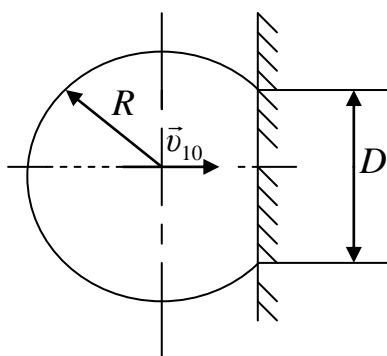


Рис.2

Краткое описание установки

Основание 1 прибора для исследования столкновения шаров (рис.3) оснащено регулируемыми ножками 2, которые позволяют произвести выравнивание прибора. В основании закреплена колонка 3, к которой прикреплены нижние 4 и верхние 5 кронштейны. На верхнем кронштейне прикреплены кронштейны со стержнями 6 и вороток 7, служащие для установки расстояния между шарами. На стержнях 6 помещены передвигаемые держатели 8 с втулками 9, фиксированные при помощи болта 10 и приспособленные к креплению подвеса 11.

Через подвесы проведены провода 12, подводящие напряжение к подвесам 11, 13, а через них – к шарам 14. После отвинчивания винтов в подвесах 11 можно установить длину подвески шаров.

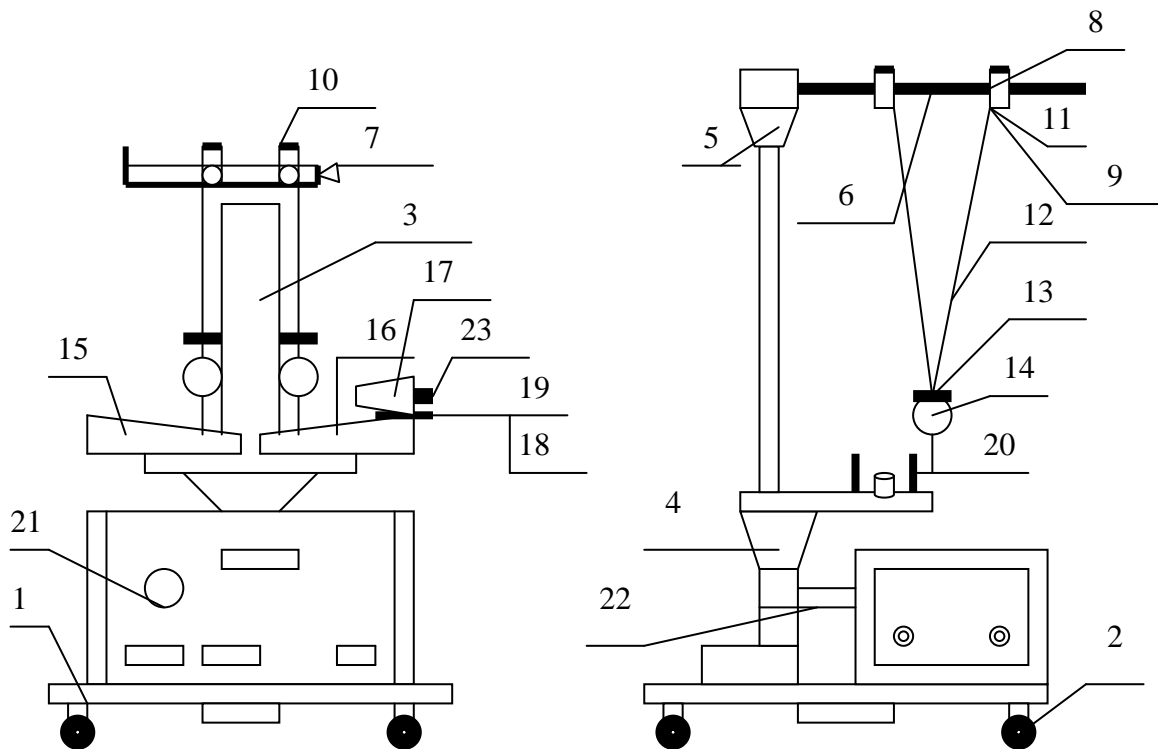


Рис.3.

На нижнем кронштейне закреплены угольники со шкалами (проградуированные в градусном мере) 15 и 16, а на угольнике 16 закреплен электромагнит 17. После отвинчивания болтов 18, 19 электромагнит можно передвигать вдоль правой шкалы и фиксировать высоту его установки. Силу электромагнита можно регулировать воротком 23. Угольники со шкалами передвигаются вдоль нижнего кронштейна. Для изменения их положения надо отпустить гайки 20, подобрать положение угольников, а затем довинтить гайки. К основанию прибора привинчен микросекундомер 21, передающий через разъем 22, напряжение к шарам и электромагниту.

Для изучения явления центрального удара шаров необходимо определить их скорости до и после соударения. Их находят следующим образом (рис.4)

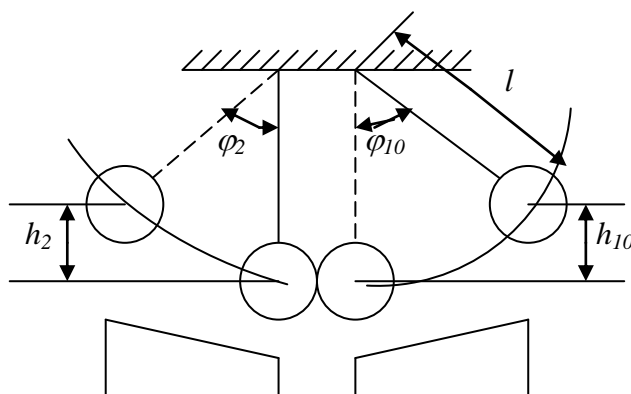


Рис.4.

Один из шаров отводится из положения равновесия на угол φ_{10} и отпускается. Происходит соударение шаров: и из закона сохранения механической энергии находим

$$m_1 g h_{10} = E_{10} = \frac{m v_{10}^2}{2} = \frac{P_{10}^2}{2m_1}, \quad (12)$$

где m_1 – масса шаров, h_{10} – высота подъема центра в крайнем положении; E_{10} и P_{10} – кинетическая энергия и импульс первого шара, непосредственно перед ударом.

Из рис.4 следует, что

$$h_{10} = l(1 - \cos \varphi_{10}) = 2l \sin^2 \frac{\varphi_{10}}{2}, \quad (13)$$

тогда из (12) и (13)

$$P_{10} = 2m_1 \sqrt{gl} \sin \frac{\varphi_{10}}{2}; \quad (14)$$

$$v_{10} = \sqrt{2gh_{10}} = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\varphi_{10}}{2}. \quad (15)$$

Аналогично определяем импульс и скорость второго шара после удара:

$$P_2 = 2m_1 \sqrt{gl} \sin \frac{\varphi_2}{2}; \quad (16)$$

$$v_2 = \sqrt{2gh_2} = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\varphi_2}{2}. \quad (17)$$

Время соударения измеряется с помощью микросекундомера.

Порядок выполнения эксперимента

Задание 1. Определения коэффициента восстановления

1. Ознакомится с экспериментальной установкой и подготовить ее к работе. Подвесить на нитях исследуемую пару одинаковых шаров (массы шаров определяются по их маркировке). Измерить длину l нитей (по шкале прибора).

2. Включить микросекундомер в сеть, нажать клавишу «Сеть» микросекундомера. Отжать клавишу «Пуск». Воротком 23 отрегулировать силу электромагнита, чтобы электромагнит удерживал шар.

3. Нажать клавишу «Сброс»

4. Первый шар отклонить в сторону электромагнита на угол $\varphi_{10} 15^0$ и заблокировать в этом положении с помощью электромагнита, левый установить неподвижно в положении покоя.

5. Нажать клавишу «Пуск», остановить шары после первого соударения. Измерить φ_2 пять раз (угол отклонения левого шара). Определить по микросекундомеру продолжительность соударения шаров. Вычислить коэффициент восстановления скорости по формуле

$$k = \frac{\varphi_2}{\varphi_{10}}, \quad (18)$$

результат занести в табл. 1. Формулу (18) легко получить из формулы (1), полагая в ней $v_{20} \neq 0$ (второй шар до соударения покоился) и $v_1=0$ (шары данной установки имеют одинаковую массу, поэтому после удара первый шар остановится). Тогда, с учетом формул (15) и (17) получаем

$$k = \frac{v_2}{v_{10}} = \frac{\sin \frac{\varphi_2}{2}}{\sin \frac{\varphi_{10}}{2}} \approx \frac{\varphi_2}{\varphi_{10}},$$

т.к. $\frac{\varphi_2}{2}$ и $\sin \frac{\varphi_{10}}{2}$ не превышают 15° и поэтому их синусы с точностью до одного процента могут быть заменены аргументами.

Таблица 1.

	№ измерения, $\varphi_{10} = 15^\circ$					$\langle k \rangle$
	1	2	3	4	5	
φ_2						
k						

6. По данным табл.1 найти среднее значение коэффициента восстановления для данной пары шаров.

Задание 2. Определение времени соударения шаров и проверка закона сохранения импульса

1. Повторить операцию пунктов 1-2.

2. Нажать клавишу «Сброс». Отклонить первый шар на угол $\varphi_{10} = 6^\circ$ и заблокировать его электромагнитом.

3. Нажать клавишу «Пуск», остановить шары после первого соударения и записать показания микросекундомера. Эксперимент провести для пяти различных углов через 3° . Для каждого угла выполнить пять измерений, и определить среднее время соударения.

Результаты занести в табл. 2.

Таблица 2

№	Время соударения шаров Δt , мкс при φ_{10} , град				
	6	9	12	15	18
1					
2					
3					
4					
5					
$\langle t \rangle$					

4. Для каждого угла φ_{10} определить:

а) скорость v_{10} по формуле (15);

б) импульс шара P_{10} по формуле (14);

в) кинетическую энергию шара $E_{10} = \frac{mv_{10}^2}{2}$;

г) модуль средней силы взаимодействия шаров $\langle |\vec{F}| \rangle$ по формуле (7). Так как $v_1=0$, то $|\Delta\vec{P}_1| = P_{10}$;

д) энергию остаточной деформации по формуле (6). Результаты занести в табл.3

Таблица 3.

φ_{10} , град	Δt , с	v_{10} , м/с	P_{10} , кг·м/с	E_{10} , Дж	$\langle \vec{F} \rangle$, Н	$E_{деф}$, Дж
6						
9						
12						
15						
18						

На основании экспериментальных данных построить на миллиметровке графики зависимостей $\Delta t=f(v_{10})$; $\langle |\vec{F}| \rangle=f(v_{10})$, $E_{деф}=f(v_{10})$. Измерив с помощью штангенциркуля радиус шара, на основе экспериментальных данных для v_{10} по расчетной зависимости (11) определить Δt_p и нанести полученные значения на график $\Delta t=f(v_{10})$.

Контрольные вопросы

1. Какие виды ударов вы знаете?
2. Как определяется кинетическая энергия шаров при абсолютно упругом, абсолютно неупругом ударах?
3. Что такое коэффициент восстановления и энергия деформации?
4. От чего зависит время соударения шаров?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8

Изучения законов сохранения момента импульса и сохранения энергии при неупругом соударении

Цель работы: Изучение законов сохранения при неупругом соударении двух тел. Определение скорости полета пули при помощи крутильно-баллистического маятника.

Приборы и принадлежности: Крутильно –баллистический маятник, стреляющее устройство, универсальный миллисекундомер.

Теоретическое введение

Крутильно –баллистический маятник представляет собой массивное тело, подвешенное на тонкой упругой струне или кварцевой нити (рис.1). при попадании в него выпущенной стреляющим устройством «пули» маятник начинает совершать крутильные колебания, т.е. повороты по часовой и против часовой стрелки попеременно. Пуля соударяется с маятником не упруго

(застревает в мишени) и, следовательно, совершает колебания вместе с маятником.

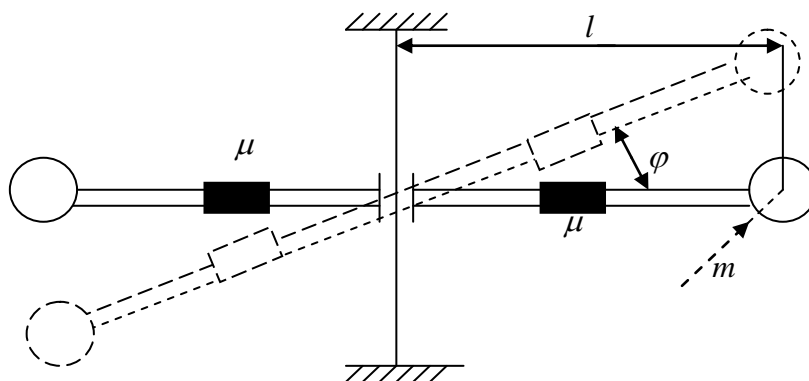


Рис.1. Крутильно-баллистический маятник

Если импульс непосредственно перед ударом будет равен $m\nu$, то возможный момент импульса пули относительно оси колебаний можно записать так:

$$L_n = m\nu l \quad (1)$$

где l – расстояние от оси колебаний до точки, в которой происходит удар; m – масса пули; ν – скорость пули.

Маятник до удара неподвижен, поэтому момент его импульса равен нулю.

$$L_M = 0. \quad (2)$$

Очевидно до соударения система “маятник-пуля” будет иметь момент импульса, равный:

$$L_1 = L_M + L_n. \quad (3)$$

С учетом (1) и (2) перепишем (3) в виде:

$$L_1 = L_n = m\nu l. \quad (4)$$

После удара момент импульса пули определится соотношением

$$L'_n = I_n \omega, \quad (5)$$

где I_n – момент инерции пули относительно оси колебаний маятника, ω – его угловая скорость.

Момент импульса маятника после удара будет иметь вид

$$L'_M = I \omega, \quad (6)$$

где I – момент инерции маятника относительно оси его колебаний, ω – угловая скорость маятника в момент окончания взаимодействия пули с мишенью.

Следовательно, после удара момент импульса в той же системе “маятник-пуля” будет иметь вид:

$$L_2 = L'_n + L'_M. \quad (7)$$

С учетом (5) и (6) перепишем (7) в виде

$$L_2 = (I_n + I) \omega. \quad (8)$$

Согласно закону сохранения момента импульса можно записать

$$L_1 = L_2. \quad (9)$$

Из уравнений (4), (8), (9) находим, что

$$mvl = (I_n + I)\omega. \quad (10)$$

поскольку масса пули значительно меньше массы маятника, то можно пренебречь моментом инерции пули по сравнению с моментом инерции маятника, т.е. принять $I_n = 0$. С учетом этого (10) примет вид

$$mvl = I\omega,$$

откуда получаем для скорости пули следующее соотношение:

$$v = \frac{I\omega}{ml}, \quad (11)$$

где m – масса пули. Величина m и l измеряются непосредственно, а величины ω и I измеряются следующим образом.

Для определения угловой скорости ω используем закон сохранения и превращения энергии, в крутильных колебаниях (аналогично линейным колебаниям) он сводится к тому, что кинетическая энергия E_k в положении равновесия, когда нить подвеса не закручена, равна потенциальной энергии E_n в наибольшем удалении от него, когда нить подвесам максимально закручена т.е. $E_k = E_n$. кинетическая энергия крутильных колебаний баллистического маятника определится по формуле:

$$E_k = \frac{(I + I_n)\omega^2}{2}. \quad (12)$$

Так как $I_n \ll I$, то с учетом этого формулу (12) можно переписать в виде:

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}. \quad (13)$$

с другой стороны E_n – потенциальная энергия упругой деформации кручения, которая измеряется работой, которую нужно совершить внешней закручивающей силой, т.е.

$$E_n = A. \quad (14)$$

Используя закон Гука

$$M = -k\varphi, \quad (15)$$

где M – момент силы упругости (упругий момент), φ – угол закручивания, k – модуль кручения, а также, используя третий закон Ньютона, можно записать, что момент закручивающей силы равен:

$$M_1 = -M. \quad (16)$$

Сравнивая равенства (15) и (16), находим, что

$$M_1 = k\varphi. \quad (17)$$

Отсюда видно, что момент закручивающей силы (как и момент упругой силы) является величиной переменной, зависящая от угла закручивания φ . Поэтому для вычисления работы надо пользоваться теорией бесконечной малых величин. Взять угол закручивания столь малым ($d\varphi$), чтобы в его пределах было $M = const$. Тогда можно записать

$$dA = M_1 d\varphi. \quad (18)$$

Из (17), (18) следует

$$dA = k\varphi d\varphi. \quad (19)$$

Работа закручивания проволоки на конечный угол определится, если равенство (19) проинтегрировать.

$$A = \int_0^{\varphi} k\varphi d\varphi = \frac{k\varphi^2}{2}. \quad (20)$$

Сравнивая формулы (14) и (20), получим потенциальную энергию упругой деформации кручения

$$E_n = \frac{k\varphi^2}{2}. \quad (21)$$

учитывая, что $E_k = E_n$, левой части формул (13) и (21) можно приравнять

$$\frac{I \omega^2}{2} = \frac{k\varphi^2}{2},$$

откуда

$$\sqrt{\frac{I}{k}} = \frac{\varphi}{\omega}. \quad (22)$$

Период колебаний крутильно-баллистического маятника определяется формулой

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}}. \quad (23)$$

Из (22), (23) имеем $T = 2\pi \frac{\varphi}{\omega}$, откуда

$$\omega = \frac{2\pi\varphi}{T}. \quad (24)$$

Равенство (24) является рабочей формулой для определения угловой скорости.

Для определения момента инерции маятника исключим величину k из формулы (23). Для этого необходимо изменять момент инерции маятника, увеличивая или уменьшая расстояние между грузами. Тогда

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}}; \quad (25)$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{k}}; \quad I_1 - I = \Delta I, \quad (26)$$

где T_1 – период колебаний при новом значении момента инерции I_1 ; ΔI – разность моментов инерции.

Из двух уравнений (25) можно записать следующее соотношение

$$\frac{I}{I_1} = \frac{T^2}{T_1^2}. \quad (27)$$

Из уравнения (26) и (27) следует

$$I = \frac{T^2}{T_1^2 - T^2} \Delta I. \quad (28)$$

Величину ΔI определяют, учитывая теорему Штейнера. Очевидно,

$$I_1 = I_0 + 2(MR^2 + I_0^*), \quad (29)$$

$$I = I_0 + 2(MR^2 + I_0^*), \quad (30)$$

где I_0 – момент инерции системы без грузов относительно оси ее вращения, I_0^* – момент инерции груза с массой относительно оси, проходящей через центр тяжести груза и параллельной оси вращения маятника, I – момент инерции всей системы, когда центр тяжести каждого груза находится на расстоянии R от оси вращения, MR^2 – момент инерции груза относительно оси маятника, I_1 – момент инерции системы, когда оба груза находятся на расстоянии R_1 , M – масса одного груза.

Пусть $R_1 > R$, тогда из уравнений (29), (30) получаем

$$\Delta I = I_1 - I = 2M(R_1^2 - R^2), \quad (31)$$

Из (28), (31)

$$I = \frac{2M(R_1^2 - R^2)T^2}{T_1^2 - T^2}. \quad (32)$$

По формуле (32) определяем момент инерции маятника

Из уравнений (22), (24), (32) окончательно получим

$$v = \frac{4\pi M}{ml} \cdot \frac{\varphi T}{T_1^2 - T^2} (R_1^2 - R^2). \quad (33)$$

Краткое описание установки

Основание 1 прибора (Общий вид изображен на рис. 2) оснащено регулируемыми ножками 2, которые позволяют горизонтально выровнять прибор. В основании закреплена колонка 3, на которой закреплен верхний 4, нижний 5 и средний 6 кронштейны. К среднему кронштейну прикреплено стреляющее устройство 7, а также прозрачный экран с нанесенными на него угловой шкалой 8 и фотоэлектрический датчик 9. Кронштейны 4 и 6 имеют зажимы, служащие для крепления стальной проволоки 13, на которой подвешен маятник, состоящий из двух мисочек, наполненных пластилином 10, двух перемещаемых грузов 11, двух стержней 12, водилки 14.

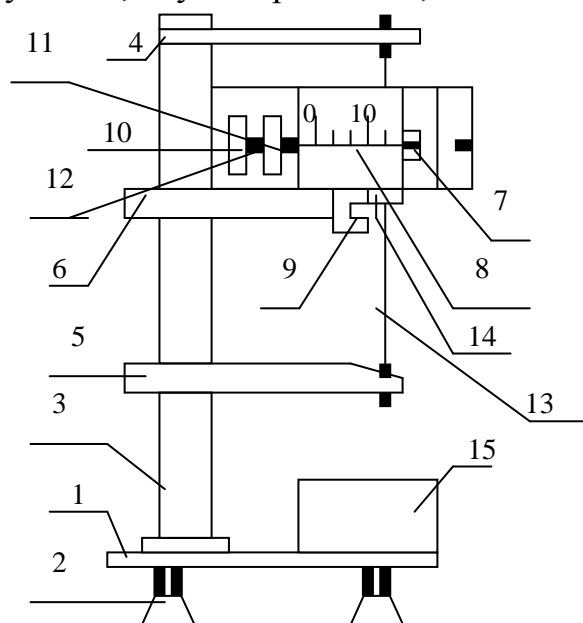


Рис. 2. Крутильно-баллистический маятник.

Фотоэлектрический датчик соединен с привинченным к основанию универсальным секундомером 15 (ФРМ-14). На лицевой панели универсального миллисекундомера размещены следующие манипуляционные элементы:

«Сеть» -включатель сети. Нажатие этой клавиши вызывает включение питающего напряжения, которое определяют по свечению цифровых индикаторов (высвечивает цифру нуль) и лампочки фотоэлектрического датчика;

«Сброс» -сброс измерителя. Нажатие этой клавиши вызывает сброс схемы миллисекундомера ФРМ-14 и генерирование сигнала разрешения на измерение;

«Стоп» -окончание измерения. Нажатие этой клавиши вызывает генерирование сигнала разрешения на окончание процесса подсчета.

Порядок выполнения эксперимента

Определение скорости пули производится следующим способом:

1. Максимально приблизить грузы друг к другу.
2. Обнулить маятник, т.е. установить маятник в таком положении, чтобы черта на мисочке показывала угол наклона $\varphi=0$ по шкале.
3. Выпустить пулю из стреляющего устройства (при помощи лаборанта).
4. Визуально измерить максимальный угол отклонения маятника φ по шкале.
5. Включить и обнулить счетчик времени. Для этого последовательно нажать на кнопки «Сеть», «Сброс», «Стоп».
6. Вручную отклонить маятник на угол φ , заблокировать измеритель времени и пустить маятник. Деблокировка производится нажатием на кнопку «Сброс».
7. Измерить время для 10 колебаний и вычислить период $-T$.
8. Максимально отдалить друг от друга грузы R_{max} и повторить действия по пунктам 2, 3, 4, 5, 6.
9. Измерить время для 10 колебаний и вычислить период $-T_1$.
10. Скорость пули вычислить по формуле (33).
11. Измерения повторить три раза. Данные измерения (в системе СИ) занести в табл. 1.

Таблица 1.

№	R,	ΔR	n	t,	T,	ΔT	φ , град	$\Delta\varphi$	R_1	ΔR_1	N_1	t_1 ,	T_1 ,	ΔT_1	φ_1 , град	$\Delta\varphi_1$	v, м/с	Δv

Рассчитать относительную погрешность измерений по формуле

$$\varepsilon = \frac{\langle \Delta v \rangle}{\langle v \rangle} = \frac{\langle \Delta M \rangle}{\langle M \rangle} + \frac{\langle \Delta m \rangle}{\langle m \rangle} + \frac{\langle \Delta \eta \rangle}{\langle \eta \rangle} + \frac{\langle \Delta l \rangle}{\langle l \rangle} + \frac{\langle \Delta R_1 \rangle}{\langle R_1 \rangle} + \frac{\langle \Delta R \rangle}{\langle R \rangle} + \frac{\langle \Delta T_1 \rangle}{T_1} + 3 \frac{\langle \Delta T \rangle}{T}$$

12. Результаты измерений представить в виде

$$v = \langle v \rangle \pm \langle \Delta v \rangle,$$

где $\langle \Delta v \rangle$ - среднее арифметическое значение абсолютной ошибки измерения скорости, $\langle v \rangle$ - среднее арифметическое значение скорости.

Контрольные вопросы

1. Дать определение момента импульса как векторной величины.
2. Сформулировать закон сохранения момента импульса.
3. Доказать тождественность формул момента импульса ($L = mvl$ и $L = mv$) для материальной точки.
4. Записать закона сохранения момента импульса для случая абсолютно - упругого удара пули.
5. Можно ли считать, что кинетическая энергия пули в случае неупругого удара полностью переходит в потенциальную энергию крутильного маятника?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

Определение скорости волны в вертикальной струне

Цель работы: Исследование колебаний струны и количественная проверка формулы для собственных частот и скорости распространения колебаний в струне.

Приборы и принадлежности: Стойка с натянутой струной, динамометр, источник питания.

Теоретическое введение

Волной или волновым процессом называется процесс распространения колебаний в упругой среде за счет сил сцепления. Если одну из материальных точек среды вывести из положения равновесия, то посредством упругих сил она увлечет за собой соседнюю точку, которая увлечет следующую и т.д. Материальная точка, выведенная из положения равновесия, называется источником волн (вибратором). Геометрическое место точек, до которых одновременно дойдут колебания от источника волн, называется фронтом волны. Точки фронта волны будут совершать колебания в одной фазе. В зависимости от формы фронта различают волны плоские, сферические, цилиндрические и т.д.

Совокупность колеблющихся точек данной среды представляет собой волновое поле. Точки волнового поля совершают вынужденные колебания под воздействием вибратора. Необходимо различать два движения в волновом поле: 1) колебательное движение каждой точки; 2) вовлечение в колебательном движении новых точек среды (распространение волны).

Волны подразделяются на продольные и поперечные. Продольной волной называется такая волна, в которой точки среды совершают колебания в направлении распространения волны (луча волны). Поперечной волной называется волна, в которой колебания точек среды совершаются в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны.

Продольные волны возможны во всех средах (твердых, жидких, газообразных), а поперечные – только в твердых телах.

Если волны распространяется по оси x , а точки среды (струны) колеблются по оси y , то уравнения плоской волны выражается формулой

$$y = A \sin(\omega t - kx) = A \sin(2\pi \nu t - 2\pi \frac{x}{\lambda}) = A \sin(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{T \cdot v}), \quad (1)$$

где A – амплитуда, равная максимальному смещению точки относительно равновесного состояния; ω – круговая частота; ν – линейная частота; λ – длина волны, равная расстоянию, на которое распространяется волна за один период колебаний T , равный времени одного полного колебания точки среды; v – фазовая скорость волны; x – расстояние, пройденное волной за время t ; k – волновое число, показывающее число волн, укладываемых на волну, равную двум единицам длины. Между указанными величинами существуют следующие соотношения:

$$y_{\max} = A; \quad \omega = 2\pi; \quad \nu = \frac{1}{T}; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \lambda = T \cdot v. \quad (2)$$

В уравнении (1) (выражение в скобках) есть фазы волны.

Дифференциальная форма записи уравнения (1) называется волновым уравнением и имеет вид

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{d^2 y}{dt^2}. \quad (3)$$

Интерференцией называется явление взаимного усиления или ослабления волн при наложении двух или нескольких когерентных волн. Когерентным называются волны, имеющие одинаковые частоты и постоянные разности фаз колебаний. Интерференция наблюдается, в частном случае, при наложении двух встречных волн с одинаковой амплитудой. Падающая на преграду волна и отраженная волна? интерферируя, создают стоячую волну. Например, уравнение бегущей по струне будет

$$y_1 = A \sin(\omega t - kx), \quad (4)$$

а отраженной

$$y_2 = A \sin(\omega t + kx + \frac{\pi}{2}), \quad (5)$$

В результате интерференции этих двух волн получится результирующая волна, уравнение которой выражается формулой, называемой уравнением стоячей волны

$$y = 2A \sin(kx) \cos(kvt), \quad (6)$$

где

$$A_{cm} = 2A \sin(kx) \quad (7)$$

Является амплитудой стоячей волны и зависит от координаты x , но не от времени t .

Исследуем уравнение (7). Точки, в которых

$$\sin(kx) = 0, \quad (8)$$

Являются узлами волны, так как в этих точках амплитуда колебаний превращается в нуль. Тогда

$$kx = 2n\pi, \quad (9)$$

где $n=0,1,2,\dots,k$ – волновое число, равное

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (10)$$

Из равенства (9) и (10) узнаем, что при координатах

$$x = n \frac{\lambda}{2} = 2n \frac{\lambda}{4} \quad (11)$$

образуются узлы.

Точки, амплитуды колебаний при которых максимальны, называются пучностями стоячей волны и удовлетворяют условию

$$\sin(kx) = \pm 1, \quad (12)$$

то есть $kx = \pm(2n+1)\pi/2$. Отсюда $x = \pm(2n+1)\pi/4$ соответствует координатами пучностей, так как в струне, закрепленной с обоих концов, образуется на концах узла $A_{cm} = 0$ $\sin kl = 0$, где l – длина струны, а $kl = 2n\pi$. Отсюда

$$l = n \frac{\lambda}{2}, \quad (13)$$

то есть для того, чтобы в струне образовалась стоячая волна, на длину струны укладывается целое число полуволен. Следовательно, зная длину струны и количество пучностей, можно найти длину волны, образованной в струне

$$\lambda = \frac{2l}{n}. \quad (14)$$

При $n=1$ образуется основной тон (рис. 1, а), длина волны которого равна $\lambda=2l$.

При $n=2$ образуется первый обертон (рис. 1, б) с длиной волны $\lambda=l$ и т.д.

При $n=3$ образуется второй обертон (рис. 1, в) с длиной волны $\lambda=2l/3$ и т.д.

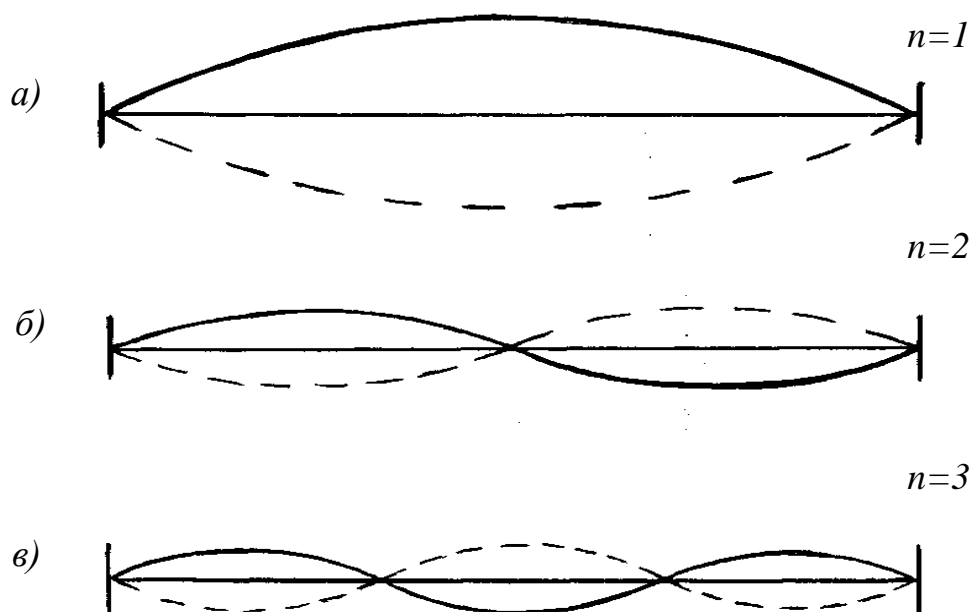


Рис. 1. Колебания однородной струны с закрепленными концами

Круговая частота всех точек струны постоянна и равна

$$\omega = k \cdot v, \quad (15)$$

где v - скорость распространения импульса деформации вдоль струны, определяется по формуле

$$v = \sqrt{F / \rho}, \quad (16)$$

с учетом того, что $\omega = 2\pi\nu$.

Из равенств (15) и (16) с учетом (10) находим выражение для собственных частот струны

$$\nu = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (17)$$

При $n=1$ получим собственную частоту основного тона (рис. 1, а)

$$\nu = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (18)$$

Из уравнения (17) с учетом (14) и (16) получим формулу определяющей скорость волны

$$v_2 = v \cdot \lambda \quad (19)$$

Описание установки

Схема экспериментальной установки приведена на рис.2. Струна 2 натянута между двумя точками А и В. Верхний конец струны А закреплен на короткий упругий элемент 1(полотно). Нижний конец струны В прикреплен к концу жесткого стержня 3, не участвующего в колебательном процессе, значит также закреплен неподвижно. Другой конец жесткого стержня 3 соединен с динамометром 4. Величина натяжения струны F определяется динамометром, а натяжение струны регулируется винтом 5. Ближе к верхнему концу струны прикреплен электромагнит 6, который служит как вибратор (заставляет вибрировать упругий элемент). Электромагнит питается от сети через понижающий трансформатор.

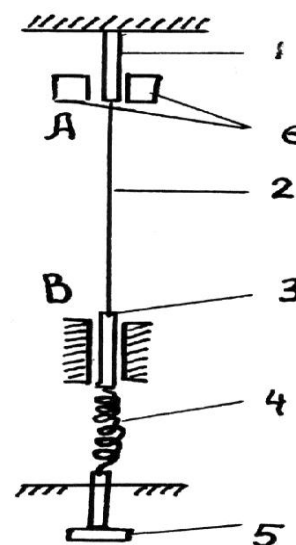


Рис. 4. Схема установки.

Порядок выполнения работы

1. Включить шнур трансформатора в сеть.
2. С помощью винта регулировки натяжения струны добиться образования основного тона струны $n=1$, то есть одной пучности, и по формулам (14) и (18) определить частоту и длину волны основного тона струны, при этом ρ (линейной плотность струны) считать равным $5,74 \cdot 10^{-4}$ кг/м, длину струны $l=92$ см.

3. Изменяя силу натяжения струны с помощью того же винта, можно добиться, чтобы струна давала устойчивую картину обертона, то есть получить 2,3,4 пучности.

4. Определить длину волн при $n=2,3,4$ по формуле (14).

5. Силу натяжения струны определить по шкале прибора.

6. Определить скорость распространения колебаний в струне по формулам (16) и (19) и сравнить результаты. При этом нетрудно убедиться, что волна в струне образуется в результате передачи импульса упругой деформации вдоль струны, так как скорость, определенная по формуле (16), равна скорости, определенной по формуле (19).

7. Все полученные результаты занести в таблицу:

№ п/п	n	$v, \text{с}^{-1}$	$\lambda,$	$\rho, \text{кг/м}$	$l,$	$F, \text{Н}$	$v \text{ м/с}$	$v_2 \text{ м/с}$	$\Delta v_2 \text{ м/с}$	$\frac{\Delta v_2}{v_2} \cdot 100\%$
1										
2										
3										
Ср.										

8. Построить график зависимости $v=f(F)$.

9. Вычислить относительную ошибку

$$\varepsilon = \frac{\langle \Delta v \rangle}{\langle v \rangle} = \frac{1}{2} \left(\frac{\langle \Delta F \rangle}{\langle F \rangle} + \frac{\langle \Delta \rho \rangle}{\langle \rho \rangle} \right),$$

где ΔF –погрешность шкалы прибора (динамометра), а $\Delta \rho$ -абсолютная погрешность определения плотности материала струны ($\Delta \rho = 0,005$).

Контрольные вопросы

1. Как образуется механическая волна?
2. Что такое фронт волны?
3. Что такое волновое поле, и в каких двух движениях участвуют точки волнового поля?
4. Какая волна называется продольной и поперечной?
5. Что такое амплитуда, длина волны, период колебания, волновое число?
6. Что называется интерференцией волн?
7. Какие волны называют когерентными?
8. Когда возникает стоячая волна, и каким уравнением выражается?
9. Что называется узлами и пучности стоячей волны?
10. Напишите формулу, определяющие скорость волны в струне.
11. От чего зависит скорость стоячей волны в струне?

Список литературы

1. Детлаф А.А., Яворский В. М. Курс физики – М. Высшая школа, 1989 г.
2. Савельев И.В. Курс физики – М. Высшая школа, 1989 г. Т-1-2-3
3. Трофимова Т.И. Курс физики. М., "Высшая школа" 1997
4. Лабораторный практикум по физике /Под ред. А.С. Ахматова. –М.: Высшая школа, 1980.

