

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

**КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. И. РАЗЗАКОВА**

Кафедра «Электроэнергетика»

ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ

**Методические указания к лабораторным работам для студентов
направления 640200,
специальности «Электроэнергетика и электротехника»
профиль «Релейная защита и автоматика энергетических систем»**

Бишкек – 2013

«Рассмотрено»
на заседании кафедры
«Электроэнергетика»
Прот. № 2 от 02.10.2013 г.

«Одобрено»
Методическим комитетом
КГТИ
Прот. № 1 от 02.10.2013 г.

Составитель Г. Ш. Эралиева

Теория управления в электроэнергетических системах: Методические указания к лабораторным работам для студентов направления 640200, специальности «Электроэнергетика и электротехника» профиль «Релейная защита и автоматика энергетических систем»/ КГТУ им. И. Раззакова; Сост. Г. Ш. Эралиева. – Б.: ИЦ «Текник», 2013. – 47 с.

Излагаются краткие теоретические сведения и методические указания по выполнению лабораторных работ, варианты заданий и контрольные вопросы. Предназначены для студентов дневной и дистанционной формы обучения.

Табл.: 6. Илл.: 40. Библиогр.: 3 наименов.

Рецензент доц. И.Н.Василенко

ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ:
Методические указания к лабораторным работам для студентов направления 640200, специальности «Электроэнергетика и электротехника» профиль «Релейная защита и автоматика энергетических систем»

Составитель *Г. Ш. Эралиева*

Тех. редактор *А.И.Бейшеналиева*

Подписано к печати 29.01.2014 г. Формат бумаги 60x84¹/₁₆.
Бумага офс. Печать офс. Объем 2,4 п.л. Тираж 50 экз. Заказ 10. Цена 41 с.

Бишкек, ул. Сухомлинова, 20. ИЦ «Текник» КГТУ им. И.Раззакова, т.: 54-29-43
e-mail: beknur@mail.ru

ВВЕДЕНИЕ

Дальнейшее развитие науки, техники и производства требует решения всё более и более сложных проблем управления различными динамическими процессами в области электроэнергетики, электротехники и радиоэлектроники. Увеличение производительности, быстроты движений, размеров и мощности машин, увеличение точности и усложнение характера производственного процесса или научного эксперимента затрудняют или даже делают невозможным для человека достаточно быстрое и точное управление движением машин или ходом производственного процесса.

Для автоматизации управления машинами и производственными процессами необходимо, прежде всего, глубокое теоретическое и экспериментальное изучение самих процессов управления, а затем создание на основе полученных знаний широкого набора надежных и эффективных приборов, устройств и систем автоматики.

Настоящие методические указания призваны проиллюстрировать в учебном процессе применение современных программных продуктов в практике регулирования и управления.

Среди ряда современных специальных программных систем компьютерной математики особо выделяется матричная математическая система MATLAB корпорации MathWorks Inc. Эта система является идеальным средством для реализации всех видов моделирования: аналитического, численного, имитационного и ситуационного. Система имеет мощные средства диалога, графики и комплексной визуализации, а также многочисленные программные пакеты для расширения функций системы: символического дифференцирования и интегрирования, идентификации систем, построения и исследования искусственных нейронных систем, обработки сигналов и изображений, решения обыкновенных дифференциальных уравнений и т.д. Одним из таких пакетов системы MATLAB является пакет визуального имитационного и ситуационного моделирования Simulink, позволяющий исследовать многие линейные и нелинейные блочные динамические системы и устройства произвольного назначения. Модель создается из стандартных функциональных графических блоков, набор которых в пакете очень велик и постоянно расширяется.

Параметры блоков задаются с помощью удобных диалоговых панелей. Результаты работы регистрируются либо в виде графиков, либо в цифровой форме для последующего применения. По желанию пользователя формируется отчет в формате HTML, который содержит структурную схему модели, перечень её блоков, таблицы параметров блоков и записи регистрирующих устройств в виде соответствующих графиков и диаграмм.

Пособие содержит методические указания к проведению практических занятий и лабораторного практикума для курсов «Теория управления в электроэнергетике», «Управление в технических системах», «Основы теории автомати-

ческого управления», «Системы автоматического управления», а также будет полезно для целого ряда специальных управленческих курсов.

Все излагаемые в учебных курсах по теории управления методы оформлены в этой среде в виде стандартных процедур. Простые языковые средства позволяют выстраивать эти процедуры для решения любых методических задач.

Пособие предназначено как для студентов, изучающих соответствующие дисциплины, так и для преподавателей, ведущих указанные курсы. Преподаватели могут использовать предлагаемый материал непосредственно или модифицировать его, руководствуясь личными методическими предпочтениями.

Лабораторная работа № 1

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: Ознакомление с пакетом моделирования MATLAB. Освоить основные приемы моделирования систем автоматического управления.

Указания к самостоятельной работе

До начала работы необходимо по литературе [1], [2] и по данным методическим указаниям ознакомиться с основными компонентами, измерительными приборами и возможностями прикладного пакета программ Electronics Workbench, а также с методом математического моделирования САУ путем понижения порядка дифференциального уравнения.

Краткие теоретические сведения

Поведение динамической линейной системы автоматического управления может быть описано скалярным дифференциальным уравнением n -го порядка

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_1y^{(1)} + a_0y = b_m u^{(m)} + b_{m-1}u^{(m-1)} + \dots + b_1u^{(1)} + b_0u, \quad (1.1)$$

где y – выходная переменная; u – входной сигнал; m – порядок производной входного сигнала; a_i и b_j – постоянные коэффициенты.

При условии, что $m < n$, уравнение (1.1) можно записать в виде системы уравнений первого порядка

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = \alpha_{11} \cdot x_1 + \alpha_{12} \cdot x_2 + \dots + \alpha_{1n} \cdot x_n + \beta_1 \cdot u, \\ x_2^{(1)} = \alpha_{211} \cdot x_1 + \alpha_{22} \cdot x_2 + \dots + \alpha_{2n} \cdot x_n + \beta_2 \cdot u, \\ \dots \\ x_n^{(1)} = \alpha_{n1} \cdot x_1 + \alpha_{n2} \cdot x_2 + \dots + \alpha_{nn} \cdot x_n + \beta_n \cdot u, \\ y = C_1 \cdot x_1 + C_2 \cdot x_2 + \dots + C_n \cdot x_n, \end{cases} \quad (1.2)$$

где x_i – координаты вектора состояния, α_{ij} и β_i – постоянные коэффициенты.

Система уравнений (1.2) может быть представлена в компактной векторно-матричной форме

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (1.3)$$

где A – $n \times n$ – мерная матрица постоянных коэффициентов системы; B – $n \times 1$ – мерная матрица постоянных коэффициентов входа; C – $1 \times n$ – мерная матрица постоянных коэффициентов выхода; D – n -мерный вектор состояния.

Интегрирование системы обыкновенных дифференциальных уравнений осуществляется при помощи функций `ode23` и `ode45`. Функция `ode23` осуществляет интегрирование численным методом Рунге-Кутты 2-го порядка, а с помощью метода 3-го порядка контролирует относительные и абсолютные ошибки

интегрирования на каждом шаге и изменяет величину шага интегрирования так, чтобы обеспечить заданные пределы ошибок интегрирования. При использовании функции ode45 интегрирование осуществляется методом Рунге-Кутты 4-го порядка, а величина шага контролируется методом 5-го порядка.

Система дифференциальных уравнений должна быть представлена в форме Коши:

$$\frac{dy}{dt} = f(y,t) \quad (1.4)$$

где y – вектор переменных состояния системы, t – аргумент (обычно время), f – нелинейная вектор-функция от переменных состояния y и аргумента t .

Обращение к процедурам численного интегрирования имеет вид:

`[t, y] = ode23('имя функции', tspan, y0, options)`

`[t, y] = ode45('имя функции', tspan, y0, options),`

где <имя функции> - имя М-файла, являющегося функцией Matlab от t и y , в котором вычисляется вектор функция $f(y,t)$, т.е. правые части системы дифференциальных уравнений; `tspan` – вектор задающий интервал интегрирования `[t0 tfinal]`, `t0` – начальное значение интервала, `tfinal` – конечное; `y0` – вектор начальных условий; `options` – строка параметров, определяющих значения допустимой относительной и абсолютной погрешности интегрирования. Этот параметр можно не указывать, если пользователя устаивают значения погрешностей, заданных по умолчанию, т.е. относительная погрешность интегрирования $1.0e-3$, а абсолютная (по каждой из переменных состояния)

– $1.0e-6$. В противном случае, перед обращением к процедуре `ode23` следует указать значения погрешностей при помощи процедуры `odeset`.

Результатом интегрирования является матрица проинтегрированных значений фазовых переменных y , в которой каждый столбец соответствует одной из переменных состояния, а строка содержит значения переменных состояния, соответствующих определенному шагу интегрирования, т.е. значению вектора t .

Исследование и ввод моделей линейных стационарных систем производится при помощи пакета системы Matlab – Control Toolbox.

Ввод моделей в виде пространства состояний

Рассмотрим ввод модели системы в виде пространства состояния по заданным матрицам A, B, C, D уравнений состояния системы:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (1.5)$$

Матрицы вводятся в рабочем пространстве Matlab в квадратных скобках по срокам через точку с запятой, например матрица

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & 1 \end{bmatrix}$$

вводится следующим образом:

» `A=[0 1;-10 1]`.

Модель в виде пространства состояний вводится при помощи функции $\text{sys}=\text{ss}(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C},\mathbf{D})$, где sys – произвольное название системы. Перед вводом этой команды необходимо ввести в рабочее пространство Matlab последовательно матрицы $\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C},\mathbf{D}$.

Задание и порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с пакетом прикладных программ MATLAB-Simulink (см. Приложение).

2. В соответствии с вариантом задания (см. табл.1.1) построить схему моделирования линейной системы автоматического управления, используя уравнение (1.1.-1.3).

3. Осуществить моделирование системы при двух видах входных воздействий: $u = 1(t)$ и $u = 2\text{sin}t$. Начальные условия нулевые. На монитор выводить графики сигналов $y(t)$ и $u(t)$. Продолжительности интервалов наблюдения выбрать самостоятельно.

4. Осуществить моделирование свободного движения системы с нулевыми и ненулевыми начальными условиями (см. табл.1.2). Снять выходные характеристики $y(t)$ системы автоматического управления. Получить фазовый портрет.

Таблица 1.1

Варианты параметров моделей

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Порядок модели n	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2
a_0	9	5	5	8	7	15	7	2	1	25	30	0,12
a_1	6	4	4	6	5	5	3	0,5	0,5	1	0,8	1
a_2	3	3	2	2	10	5	-	-	-	-	-	-
b_0	12	2,5	7,5	12	10	15	10	4	2	25	30	0,1
b_1	2	2	0	1	3	0,5	6	2	2	2	3	2
b_2	0,1	3	5	10	1,5	1	0	0	0	0	0	0

Таблица 1.2

Варианты начальных условий моделей

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Порядок модели n	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2
$y(0)$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$y^{(1)}(0)$	0,5	-0,2	-0,4	0,1	-0,5	0,5	0,4	1	-0,5	0	0,5	0
$y^{(z)}(0)$	0	0,1	0,2	-0,1	0	0,1	-	-	-	-	-	-

Рассмотрим пример:

Пусть задана система обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$y_1' = y_2 * y_3$$

$$y_2' = -y_1 * y_3$$

$$y_3' = -0.51 * y_1 * y_2$$

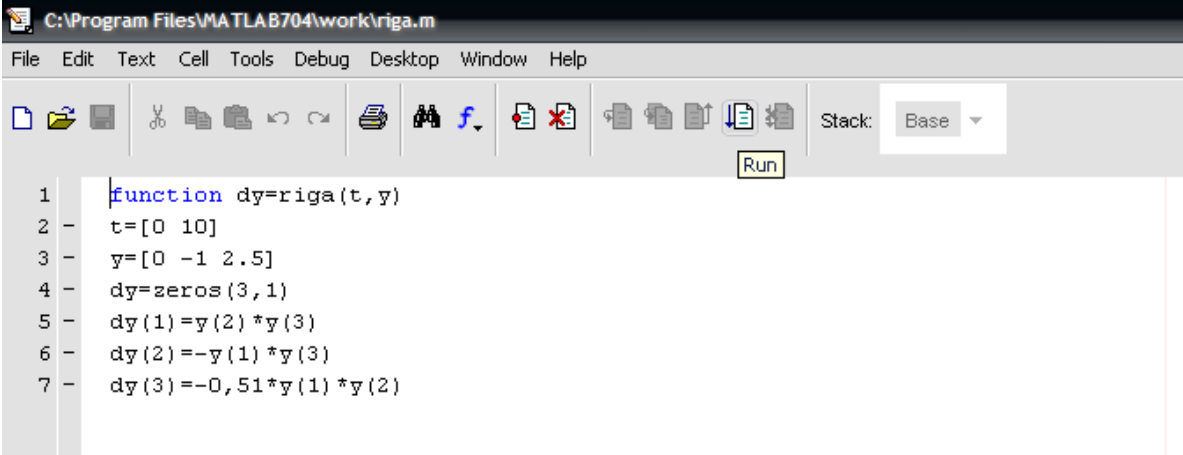
со следующими начальными условиями:

$$y_1(0) = 0$$

$$y_2(0) = 1$$

$$y_3(0) = 1$$

Для интегрирования данной системы уравнений необходимо создать М-файл, который является функцией переменных t и y . Для создания файла воспользуемся редактором MATLAB Editor/Debugger, который вызывается из основного меню File – New – M-File. Текст файла (см. рис.1.1):



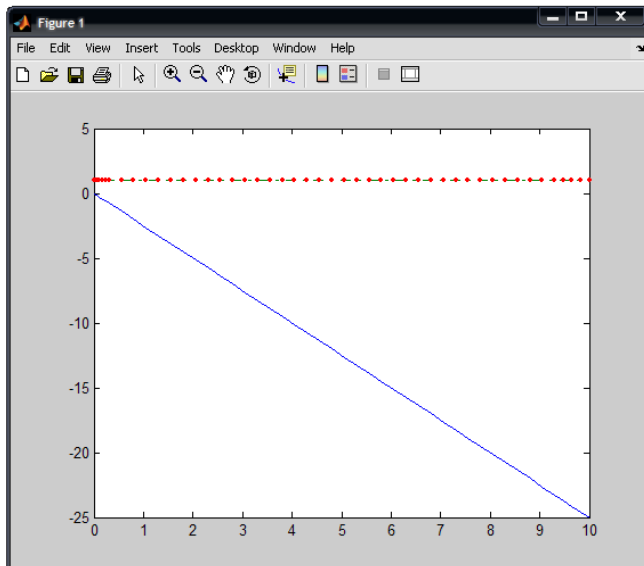
```
C:\Program Files\MATLAB704\work\riga.m
File Edit Text Cell Tools Debug Desktop Window Help
[Icons] Stack: Base
Run
1 function dy=riga(t,y)
2 - t=[0 10]
3 - y=[0 -1 2.5]
4 - dy=zeros(3,1)
5 - dy(1)=y(2)*y(3)
6 - dy(2)=-y(1)*y(3)
7 - dy(3)=-0,51*y(1)*y(2)
```

Рис. 1.1.

Название файла и функции должны совпадать. Файл надо сохранить с названием `riga`.

В этом примере абсолютная и относительная погрешность задается при помощи команды `odeset`, время интегрирования зададим в интервале от 0 до 12 [0 12], вектор начальных условий [0 1 1]. Для осуществления процедуры интегрирования в рабочем пространстве Matlab необходимо набрать:

```
» A=zeros(3,3);A(1,2)=1;A(1,3)=1;A(2,1)=-1;A(2,3)=1;A(3,1)=-0,51; A(3,2)=1
   B=zeros(2,2); B(1,2)=1; B(2,1)=-120; B(2,2)=-20
   C=zeros(2,3); C(1,1)=1
   D=zeros(2,2)
   GYROss=SS(A,B,C,D)
   sys=ss(A,B,C,D)
   y
   options=odeset('RelTol',1e-4,'AbsTol',[1e-4 1e-4 1e-5])
   [t,y]=ode45('riga',[0 10],[0 -1 2.5],options)
   y
   plot(t,y(:,1),'-',t,y(:,2),'-',t,y(:,3),'')
```

Содержание отчета

Отчет должен содержать следующие разделы:

1. Цель работы.
2. Порядок выполнения работы.
3. Математическая модель динамической системы.
4. Расчет начальных условий интеграторов.
5. Графики переходных процессов.
6. Выводы.

Контрольные вопросы

- 6.1. Составьте схему моделирования уравнения $y^{(1)} + 3y = 2u^{(1)} + 5u$.
- 6.2. Назовите виды математических моделей?
- 6.3. Почему для моделирования динамических систем используются блоки интегрирования?
- 6.4. Поясните принцип составления модели вход – выход.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Применение пакета MATLAB SIMULINK

в исследовании САУ

Цель работы: получение общих базовых навыков работы с моделями MATLAB SIMULINK.

Краткие теоретические сведения

Из командного окна Matlab запускается Simulink при нажатии кнопки "новая модель Simulink". Появляется пустая модель (чистое окно) и окно библиотек Simulink. С помощью перетаскивания (drag-n-drop) из окна библиотек объекты копируются в модель. Изменение размера блоков и их местоположения осуществляется таким образом: щелчком левой (основной) кнопки "мыши" на объекте происходит его выделение, после этого курсор "мыши" указывает на возможные действия стандартными для Windows методами. Соединение блоков происходит с помощью связей, которые формируются с помощью нажатия левой (основной) кнопки "мыши" в точке начала связи и отпуская ее в точке окончания связи. Разветвление связи осуществляется с помощью нажатия правой (дополнительной) кнопки "мыши" в точке разветвления связи и отпуская ее в точке окончания новой связи. Результатом этой работы должна быть схема, состоящая из произвольных блоков, но студент должен получить представление о конструировании схем, а также получить график выходного сигнала синтезированной системы. Параметры блоков устанавливаются в диалоге, активизируемом с помощью двойного щелчка левой кнопки "мыши" на объекте.

Краткий обзор библиотеки SIMULINK

SIMULINK - графическая библиотека, которая служит для моделирования временных систем управления. Основой является набор блоков, каждый из которых является либо элементарным блоком формальной логики ТУ, либо совокупностью взаимосвязанных элементарных блоков. Каждый блок имеет свое визуальное представление и набор настраиваемых параметров, определяющих его поведение.

Формально, схема, собранная на SIMULINK представляет собой нечто среднее между принципиальной и функциональной схем данной СУ. Таким образом, процесс моделирования систем значительно облегчается с точки зрения преобразования частей системы к определенным формализованным выражениям, что является необходимым как при аналитических способах решения задач, так и при использовании численных методов. Обработка схем SIMULINK заключается в том, что объекты формализуются в процессе моделирования, а не в процессе описания моделей.

Объекты библиотеки SIMULINK разделены по функциональному значению и принадлежности к определенному классу систем:

1. Sources (Источники);
2. Sinks (Приемники);

3. Linear (Линейные Блоки);
 4. Nonlinear (Нелинейные Блоки);
 5. Disckrete (Дискретные Объекты);
 6. Connections (Соединения);
 7. Blocksets & Toolboxes (Дополнительные Блоки);
- Библиотека блоков показана на рис.2.1.

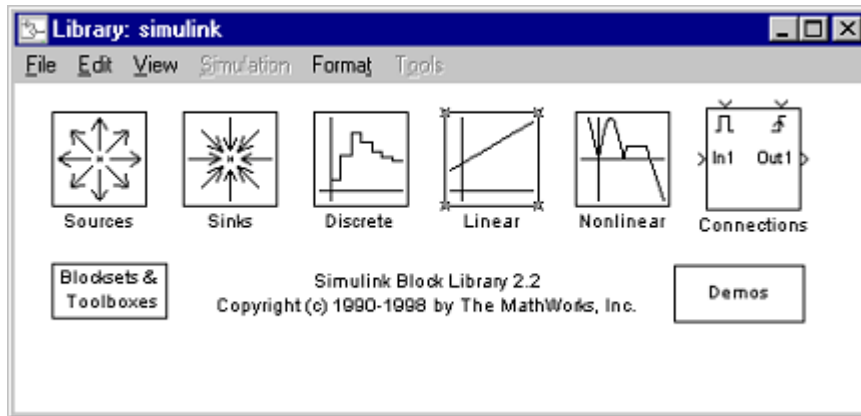


Рис. 2.1 Основная библиотека блоков Simulink

Состав этих блоков определяется параметрами установки пакета MATLAB. Их содержание включает в себя дополнительные наборы блоков, а также COMMUNICATIONS. Система LTI и библиотеки представляют собой различные способы расчета стандартных систем (POWER SYSTEM BLOCKSETS, STATE FLOW, PUWSY LOGIC и т.д.) смотри рис.2.2.

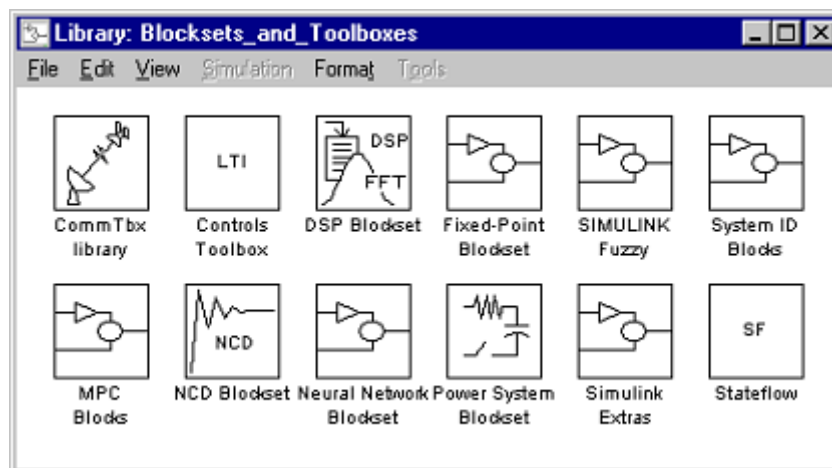


Рис.2.2. Дополнительная библиотека блоков Simulink

В качестве примера можно привести состав библиотеки источников (рис.2.3).

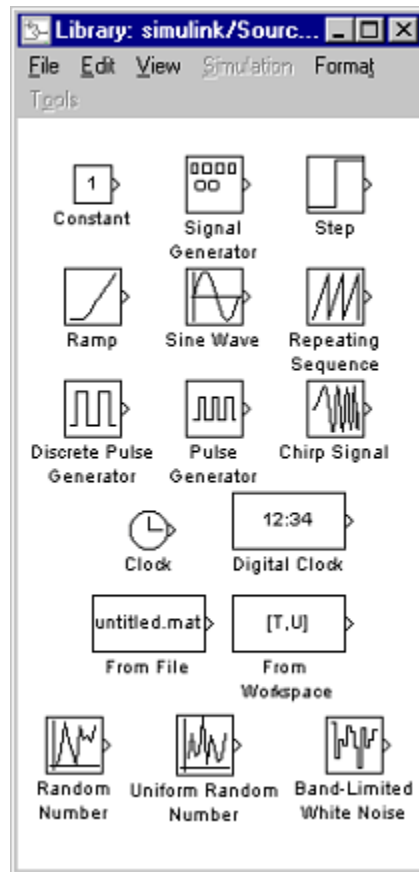


Рис.2.3. Библиотека источников

Блоки могут иметь несколько входов и несколько выходов, и не иметь их вообще. Все блоки, имеющие вход и выход, соединяются с помощью направленных связей, где направление от блока к блоку имеет вид направленных стрелок соответственно. Соединение, как на электрических схемах, могут пересекаться и разветвляться. Место разветвления обозначается точкой, место пересечений не обозначается. Связь, не выходящая из объекта, обозначается тонким разветвлением от начала связи. Связь, не входящая в объект на конце имеет тонкую стрелку.

Блоки могут располагаться произвольно в окне схемы, визуально накладываясь друг на друга или выходя за пределы окна. Аналогично связи могут иметь произвольное направление и быть произвольной формы. Визуально можно изменять размеры блоков, их положения в окне, направления входов и выходов.

Каждый блок имеет свой фон, а также свою надпись. По умолчанию надпись - это название типа блоков. В любом месте схемы можно сделать новую надпись.

Замечание . Название блоков не могут повторяться в одной схеме. По умолчанию, к идентичным блокам прибавляется порядковый номер (score1, score2, score3,...).

После составления схемы, возможно, появится необходимость настройки параметров моделирования меню SIMULATION / PARAMETERS происходит эта настройка (задание численного метода расчета, точности, шага, диапазона вре-

мени и так далее). Моделирование начинается путем выбора меню SIMULATION /START. Остановка - автоматически после окончания расчета или с помощью команды меню SIMULATION/ STOP или при возникновении критической ошибки в процессе выполнения расчетов. Остальные пункты меню являются стандартными для пользовательского интерфейса WINDOWS - приложений. На рис. 2.4, 2.5 показаны пример настройки параметров моделирования и вид меню.

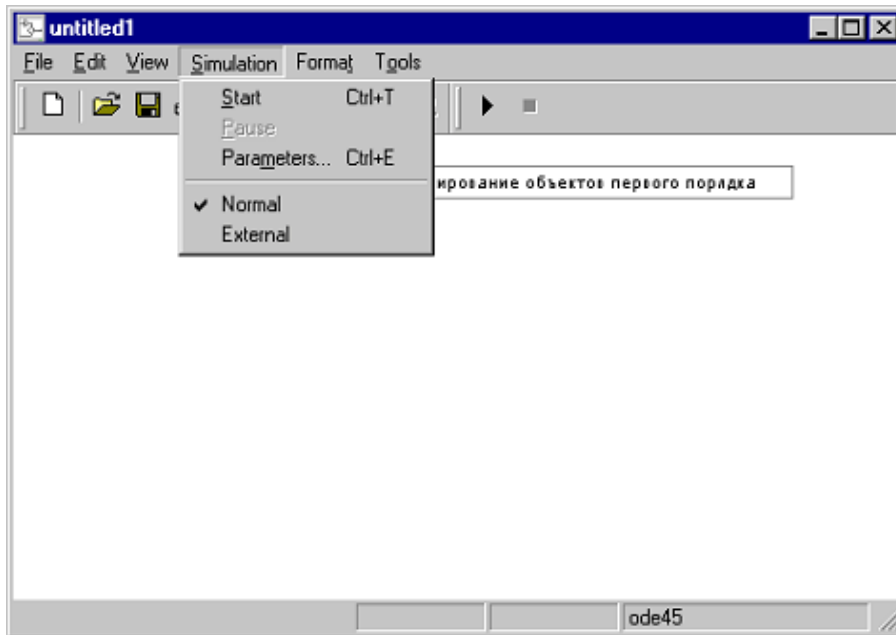


Рис.2.4. Меню Simulation

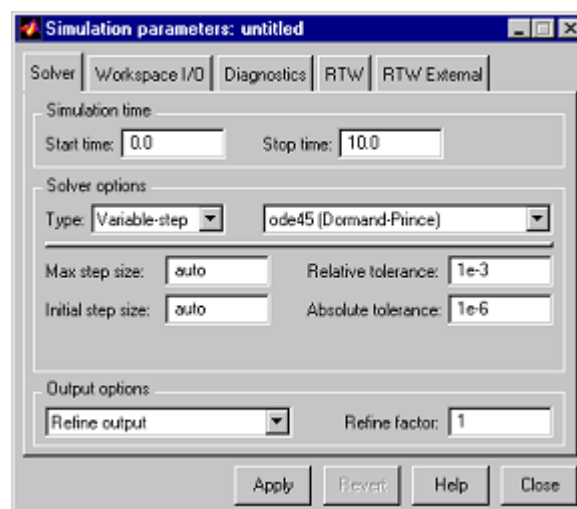


Рис.2.5. Настройка параметров моделирования

Действие библиотеки SIMULINK заключается в формировании текстового файла с расширением (.mdl), обработка которого приводит к выполнению последовательностей команд самого пакета MATLAB.

Задание и порядок выполнения лабораторной работы

1. Запустить Matlab Simulink. Открыть Library и untitled.mdl.
2. Используя данную библиотеку в своём пользовательском окне скопировать блоки, показанные на рис.2.6 и вставить их в untitled.mdl.

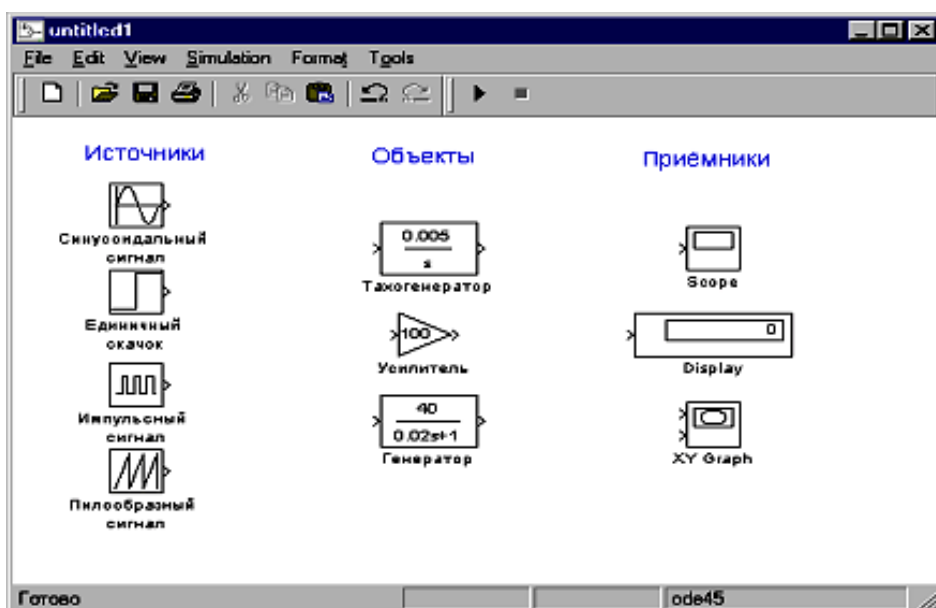


Рис.2.6. Окно untitled.mdl

3. Подать на вход каждого объекта управления типовые воздействия: импульсный сигнал, единичный скачок и пилообразный сигнал.
4. Исследовать Выходные характеристики на приёмнике.
5. При использовании сигнала синусоидальной формы $x(t) = A \sin wt$, нужно установить значение амплитуды (A) и частоты (w) по вариантам ниже приведенной табл. 2.1.

Таблица 2. 1

№	A	w	№	A	w
1	0.1	0.01	11	0.79	0.11
2	0.3	2.1	12	43	100
3	15	0.08	13	1.3	13
4	1	31	14	3.6	66
5	3	800	15	0.54	9
6	2.3	3.2	16	38	30
7	53	4	17	22	200
8	0.5	21	18	0.57	99
9	19	0.05	19	48	1
10	14	100	20	1.8	0.2

Изменение частоты и амплитуды производится следующим образом: перетаскив генератор синусоидального напряжения в пользовательское окно и щелкнув по нему два раза левой кнопкой мыши, появляется окно изменения параметров (рис.2.7). В котором, в графе Amplitude изменяется значение амплитуды, а в графе Frequency изменяется значение частоты.

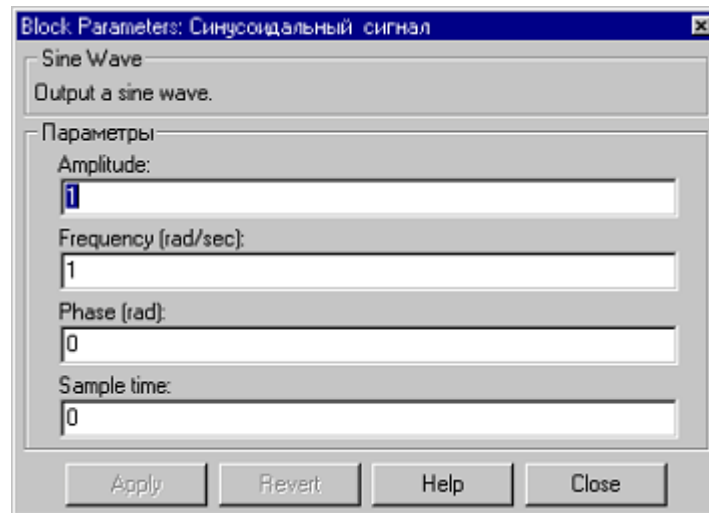


Рис.2.7. Окно изменения параметров синусоидального сигнала

6. Оформить отчет по лабораторной работе с приведением распечаток моделирования.

Контрольные вопросы

- 1.Что представляет собой MATLAB?
- 2.Цели и задачи моделирования.
- 3.Основные способы численного моделирования.
- 4.Какие основные блоки библиотеки MATLAB SIMULINK вы знаете?
- 5.Основные принципы работы графической библиотеки MATLAB SIMULINK.

Лабораторная работа № 3

ТИПОВЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: Исследование переходных характеристик и динамических свойств типовых звеньев систем автоматического управления.

Указания к самостоятельной работе

При подготовке к лабораторной работе необходимо изучить тему: «Типовые динамические звенья» по литературе [1], [2]. Составить схемы моделей динамических звеньев в соответствии с вариантом задания.

Краткие теоретические сведения

Типовыми динамическими звеньями называются простейшие составные части систем автоматического управления, поведение которых описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями не выше 2-ого порядка:

$$a_2 y^{(2)} + a_1 y^{(1)} + a_0 y = b_1 u^{(1)} + b_0 u, \quad (3.1)$$

где y и u – соответственно выходная переменная и управляющее воздействие звена; a_i и b_i – постоянные коэффициенты.

С использованием оператора дифференцирования $p = d/dt$ уравнение (3.1) имеет вид:

$$a_2 p^2 y + a_1 p y + a_0 y = b_1 p u + b_0 u, \quad (3.2)$$

Определяем передаточную функцию $W(p)$ звена, учитывая при этом, что начальные условия для уравнения (3.2) нулевые

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{b_1 p + b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \quad (3.3)$$

Динамические свойства звеньев определяются по их реакции на типовое входное воздействие. Наиболее простым типовым воздействием является единичная ступенчатая функция $1(t)$, удовлетворяющая условиям

$$1(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } t < 0 \\ 1, & \text{если } t \geq 0 \end{cases}. \quad (3.4)$$

Одной из реакций звена является переходная функция $h(t)$ – изменение выходной переменной во времени при подаче на вход звена единичной ступенчатой функции $1(t)$. Переходная функция характеризует переход звена (системы) от одного равновесного состояния или установившегося режима к другому.

По графику $h(t)$ можно определить математическую модель исследуемого динамического звена и его параметры.

Интегрирующее звено

Описывается уравнениями:

$$y^{(1)} = k u \quad \text{или} \quad y = \frac{k}{p} u, \quad (3.5)$$

где k – постоянный коэффициент.

Переходная функция звена

$$h(t) = kt \cdot 1(t) \quad (3.6)$$

Интегрирующее звено с замедлением

Описывается уравнениями

$$Ty^{(2)} + y^{(1)} = ku \quad \text{или} \quad y = \frac{k}{p(Tp+1)} u, \quad (3.7)$$

где T – постоянная времени.

Переходная функция звена

$$h(t) = k[t - T(1 - e^{-\frac{t}{T}})] \cdot 1(t) \quad (2.8)$$

Графики переходных функций интегрирующих звеньев показаны на рис. 3.1.

Изодромное звено

Описывается уравнениями

$$y^{(1)} = k(Tu^{(1)} + u) \quad \text{или} \quad y = \frac{k(Tp+1)}{p} \cdot u, \quad (3.9)$$

его переходная функция

$$h(t) = k(t + T) \cdot 1(t).$$

Реальное дифференцирующее звено

Описывается уравнениями

$$Ty^{(1)} + y = ku^{(1)} \quad \text{или} \quad y = \frac{kp}{Tp+1} \cdot u, \quad (3.10)$$

его переходная функция

$$h(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}} \cdot 1(t). \quad (3.11)$$

Графики переходных функций изодромного и реального дифференцирующего звеньев изображены на рис. 3.2.

Апериодическое звено первого порядка

Описывается уравнениями

$$Ty^{(1)} + y = ku \quad \text{или} \quad y = \frac{k}{Tp+1} \cdot u, \quad (3.12)$$

его переходная функция

$$h(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \cdot 1(t) \quad (3.13)$$

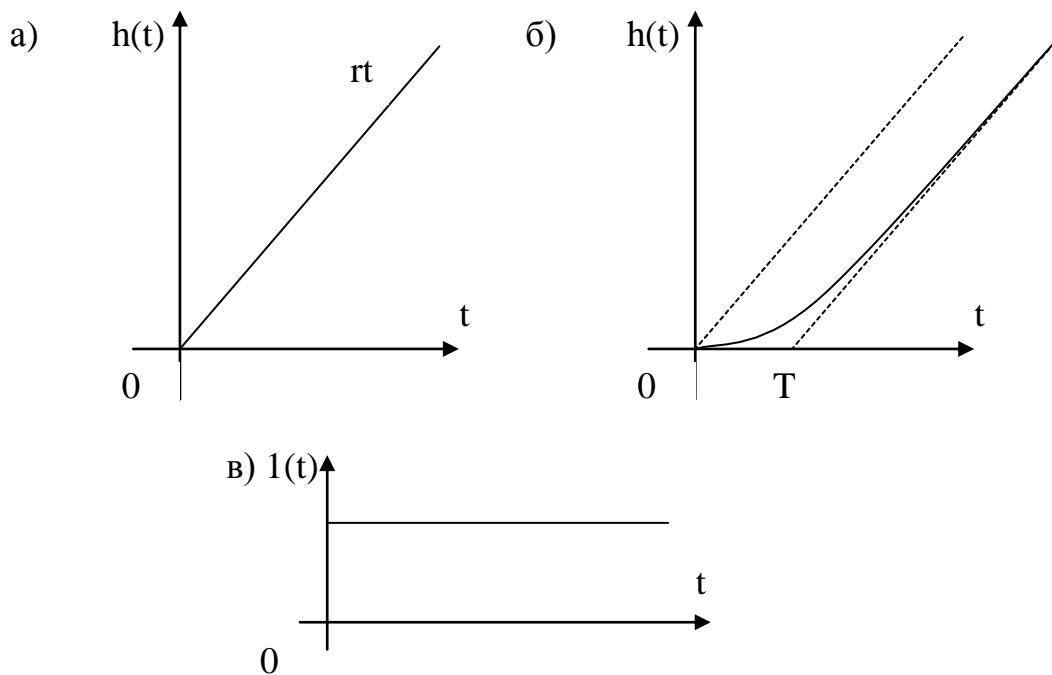


Рис.3.1. Графики переходных функций интегрирующего звена (а) и интегрирующего звена с замедлением (б). Единичная ступенчатая функция $I(t)$ - (в)

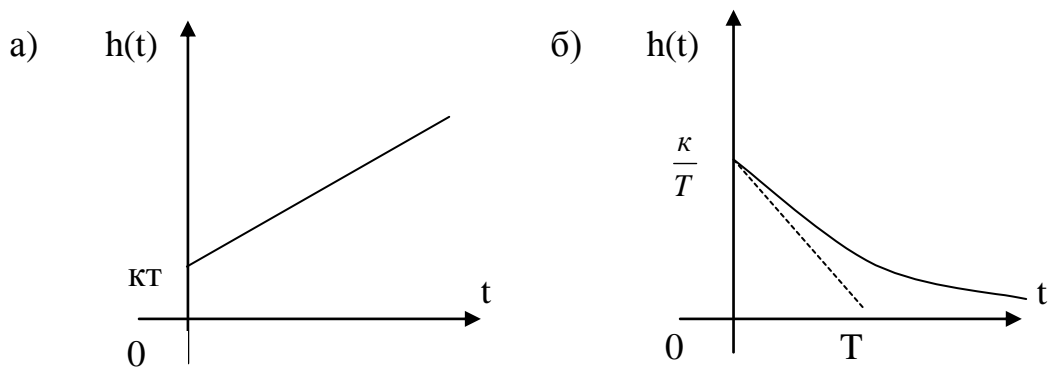


Рис.3.2. Графики переходных функций издромного (а) и реального дифференцирующего (б) звеньев.

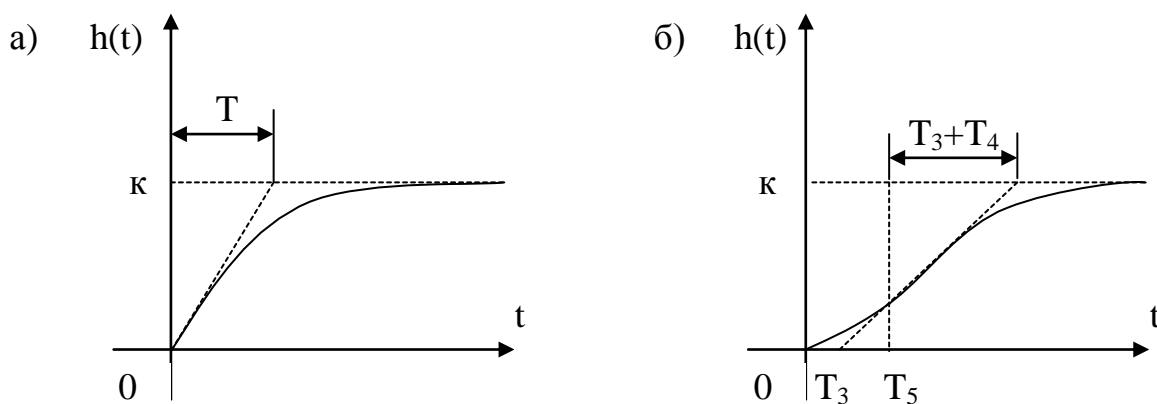


Рис. 3.3. Графики переходных функций аperiodических звеньев первого порядка (а) и второго порядка (б)

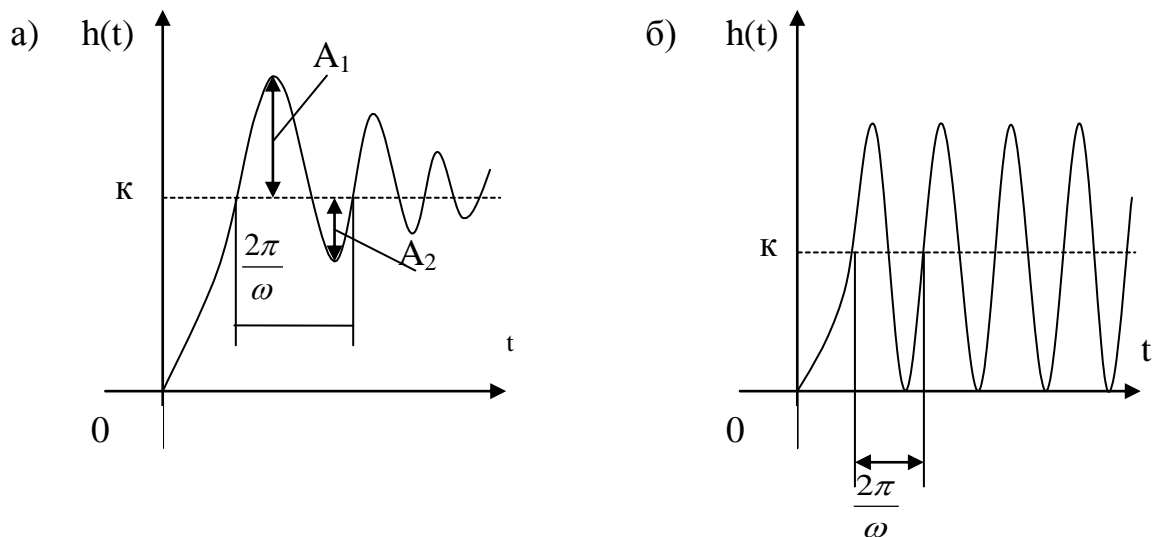


Рис. 3.4. Графики переходных функций колебательного (а) и консервативного (б) звеньев

Апериодическое звено 2-ого порядка

Описывается уравнениями

$$T_2^2 y^{(2)} + T_1 y^{(1)} + y = k u \quad \text{или} \quad y = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1} u, \quad (3.14)$$

где T_1, T_2 – постоянные времени ($T_1 > 2T_2$). При этом корни характеристического уравнения $T_2^2 p^2 + T_1 p + 1 = 0$ являются вещественными и отрицательными. Знаменатель передаточной функции апериодического звена 2-ого порядка может быть разложен на множители

$$y = \frac{k}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)} u, \quad (3.15)$$

$$\text{где } T_3 = \frac{T_1}{2} + \sqrt{\frac{T_1^2}{4} - T_2^2}; \quad T_4 = \frac{T_1}{2} - \sqrt{\frac{T_1^2}{4} - T_2^2}.$$

В связи с этим, апериодическое звено второго порядка эквивалентно двум апериодическим звеньям первого порядка, соединенным последовательно между собой и имеющим коэффициент усиления k и постоянные времени T_3 и T_4 .

Переходная функция апериодического звена второго порядка имеет вид

$$h(t) = k \left(1 - \frac{T_3}{T_3 - T_4} e^{-\frac{t}{T_3}} + \frac{T_4}{T_3 - T_4} e^{-\frac{t}{T_4}} \right) \cdot 1(t) \quad (3.16)$$

Графики переходных функций апериодических звеньев показаны на рис. 3.3., а

$$T_5 = \frac{T_3 T_4}{T_3 + T_4} \ln \left(\frac{T_3}{T_4} \right).$$

Колебательное звено

Описывается дифференциальным уравнением, что и апериодическое звено второго порядка. Однако корни характеристического уравнения являются комплексными. Уравнение и передаточная функция колебательного звена представляются в виде

$$T^2 y^{(2)} + 2\xi T y^{(1)} + y = k u, \quad (3.17)$$

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} = \frac{k\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}, \quad (3.18)$$

где $\omega_0 = \frac{1}{T}$ – частота свободных колебаний при отсутствии затухания; ξ – коэффициент затухания ($0 < \xi < 1$)

Переходная функция колебательного звена:

$$h(t) = k \left[1 - e^{-\gamma t} \left(\cos \omega t + \frac{\gamma}{\omega} \sin \omega t \right) \right] \cdot 1(t) \quad (3.19)$$

$$\gamma = \frac{\omega}{\pi} \ln \frac{A_1}{A_2};$$

$$\gamma = \xi \omega_0;$$

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}.$$

Параметры выражения (3.19) можно легко определить по графику переходной функции (см. рис. 3.4а).

Консервативное звено

Может быть получено из колебательного звена, если $\xi=0$. В этом случае корни характеристического уравнения $T^2 p^2 + 1 = 0$ будут чисто мнимые.

Передаточная функция консервативного звена имеет вид:

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 1}, \quad (3.20)$$

а его переходная функция

$$h(t) = k(1 - \cos \omega_0 t) \cdot 1(t) \quad (3.21)$$

Графики переходных функций колебательного и консервативного звеньев показаны на рис. 3.4.

Ввод моделей в виде вход-выход (передаточных функций)

Ввод модели системы в виде передаточной функции рассматривается на примере апериодического звена.

Пусть требуется ввести модель с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{k}{T_1 \cdot s + 1}$$

Для этого нужно воспользоваться функцией **tf** и в рабочем окне системы ввести данную передаточную функцию при помощи набора следующей команды:

$$waz = \mathbf{tf} ([k],[T \ 1])$$

где *waz* - произвольное имя функции, в первой квадратной скобке вводятся коэффициенты полинома числителя (*k*), а во второй коэффициенты полинома знаменателя (*T,1*).

Рассмотрим пример со следующими коэффициентами:

$$k = 10; \quad T_1 = 0.1;$$

$$\gg waz=tf([10],[0.1 \ 1])$$

Порядок выполнения работы

1. Построить схемы моделирования динамических звеньев:

- интегрирующего;
- интегрирующего с запаздыванием;
- изотропного;
- реального дифференцирующего
- апериодического первого порядка;
- апериодического второго порядка;
- колебательного;
- консервативного.

Параметры звеньев установить в соответствии с вариантом задания (см. табл. 3.1.)

2. Осуществить моделирование и снять переходные характеристики типовых динамических звеньев.

3. Для колебательного звена определить значение коэффициента затухания ζ , при котором время переходного процесса будет минимальным.

4. Сделать сравнительный анализ результатов моделирования.

Таблица 3.1

Параметры динамических звеньев

Варианты	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<i>k</i>	5	1	10	4	1,5	3	10	14	5	4	1	2
<i>T</i>	2	0,1	5	1	0,2	3	5	5	1	0,4	0,2	0,2
<i>T₁</i>	3	0,2	4	2	0,4	6	3	6	2	0,2	0,3	0,25
<i>T₂</i>	1,3	0,8	1	0,8	0,45	1	1,1	1,41	1	0,3	0,35	0,3
ζ	0,2	0,3	0,4	0,5	0,25	0,2	0,25	0,3	0,4	0,6	0,5	0,55

Указания и пояснения по выполнению работы

Моделирование (сборку схем и снятие переходных характеристик) проводите в последовательности, рассмотренной в лабораторной работе №1 «Моделирование линейных систем автоматического управления».

Содержание отчета

Отчет должен содержать следующие разделы:

1. Цель работы.
2. Порядок выполнения работы.
3. Математические модели динамических звеньев
4. Кривые переходных характеристик (8 графиков переходных процессов).
5. Выводы. Сравнительный анализ результатов моделирования.

Вопросы для самоконтроля

1. Назовите типовое динамическое звено, у которого корни знаменателя передаточной функции чисто мнимые, а числитель передаточной функции вещественная постоянная величина?

2. Какому динамическому звену соответствует переходная функция $h(t) = (1 - 2e^{-0.5t} + e^{-t}) \cdot 1(t)$.

Определить параметры этого звена.

3. Динамическое звено описывается дифференциальным уравнением $4y^{(2)} + ay^{(1)} + y = 3u$.

Найти значение параметра a , при котором звено будет колебательным.

4. Нарисовать электрическую схему дифференцирующего звена.

5. Определить переходную функцию $h(t)$ динамического звена, заданного уравнением: $y^{(1)} + 2y = 1.5u$.

Лабораторная работа № 4

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И ТОЧНОСТИ ЛИНЕЙНЫХ САУ

Цель работы: Изучение особенностей практического использования алгебраических и частотных критериев устойчивости для анализа динамики линейных САУ 2-го и 3-го порядков; исследование факторов, влияющих на точность линейных САУ.

Краткие теоретические сведения

1. Устойчивость линейных САУ.

При исследовании устойчивости линейной САУ внешние воздействия на систему можно положить равными нулю. Движение системы в этом случае называется свободным и может быть найдено как решение уравнения

$$b_0 \frac{d^n x}{dt^n} + b_1 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + b_n x = 0 \quad (4.1)$$

при заданных нулевых начальных условиях ($x(t)$ - отклонение управляемой координаты САУ от установившегося значения).

Устойчивость САУ в конечном счете определяется характером ее свободного движения.

Необходимым и достаточным условием устойчивости линейной САУ в общем случае является нахождение всех корней ее характеристического уравнения

$$b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_n = 0 \quad (4.2)$$

в левой половине комплексной плоскости.

Для проверки данного факта используются алгебраические и частотные критерии устойчивости.

Алгебраический критерий устойчивости Гурвица

При использовании этого критерия необходимо составить из коэффициентов характеристического уравнения определители вида

$$\Delta_k = \begin{vmatrix} b_1 & b_3 & b_5 & \dots & \dots \\ b_0 & b_2 & b_4 & \dots & \dots \\ 0 & b_1 & b_3 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & b_k \end{vmatrix}, \quad (4.3)$$

где $k=1, 2, \dots, n$ (n - порядок системы).

Тогда для устойчивости САУ необходимо и достаточно, чтобы все определители Δ_k имели тот же знак, что и коэффициент b_0 .

Частотный критерий устойчивости Найквиста

Данный критерий применяется при анализе устойчивости систем, структурная схема которых показана на рис. 4.1.

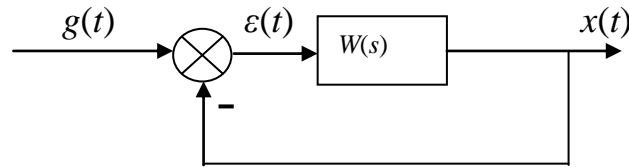


Рис. 4.1

Здесь $W(s)$ - передаточная функция разомкнутой САУ.

Предположим, что разомкнутая система устойчива. Тогда для устойчивости замкнутой САУ необходимо и достаточно, чтобы годограф амплитудно-фазовой характеристики $W(j\omega)$ разомкнутой системы (указанная характеристика получается из $W(s)$ заменой $s = j\omega$) не охватывал точку с координатами $(-1, j 0)$. Частота, на которой $|W(j\omega)| = 1$, называется *частотой среза* (ω_{cp}). Величина $\Delta\Theta = \pi + \arg W(j\omega)$ называется *запасом устойчивости по фазе*. Иногда вводят в рассмотрение *запас устойчивости по модулю* ΔH :

$$\Delta H = 1 - |W(j\omega_\pi)|, \quad (4.4)$$

где частота ω_π определяется из соотношения:

$$\arg W(j\omega_\pi) = -\pi. \quad (4.5)$$

Из критерия Найквиста следует, что устойчивая в разомкнутом состоянии система будет устойчивой и в замкнутом состоянии, если сдвиг по фазе на частоте среза не достигает $-\pi$ (-180°). Выполнение этого условия можно проверить, построив логарифмические частотные характеристики разомкнутой САУ. При этом, достаточно просто определяются также запасы устойчивости (см. рис. 4.2).

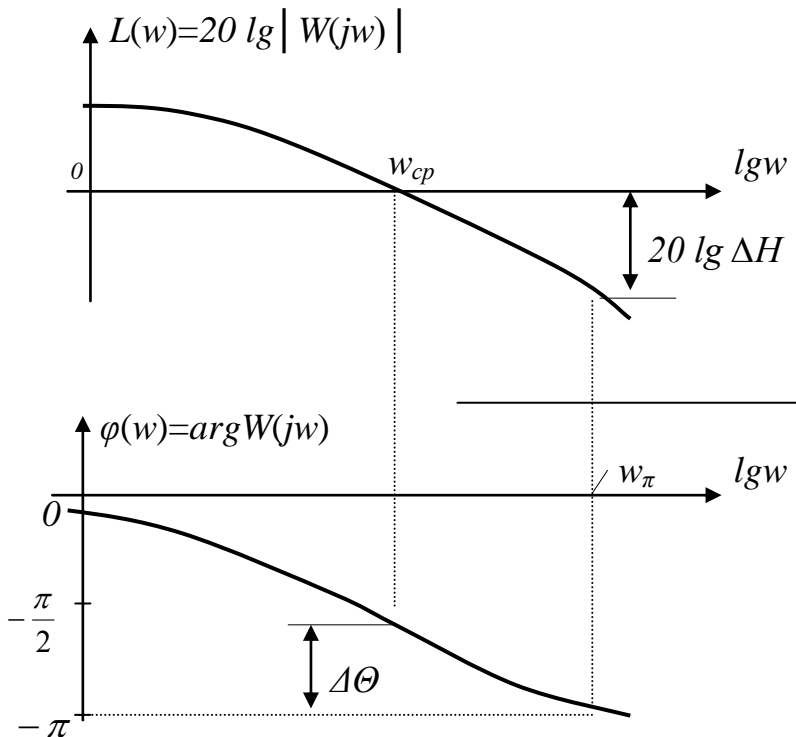


Рис. 4.2

2. Точность линейных САУ

Для САУ, структурная схема, которой показана на рис. 4.3, точность по отношению к задающему воздействию характеризуется величиной ошибки управления

$$\varepsilon(t) = g(t) - x(t).$$

Если $\varepsilon(\infty) = 0$, система называется *астатической* по отношению к задающему воздействию, в противном случае САУ - *статическая*.

Величину $\varepsilon(t)$ можно оценить, зная передаточную функцию САУ по отношению к ошибке:

$$\Phi_{\varepsilon}(s) = \frac{1}{1 + W(s)}, \quad (4.6)$$

где

$$W(s) = W_1(s)W_2(s).$$

Для астатической САУ

$$W(s) = \frac{a(s)}{s^{\nu} b(s)}, \quad (4.7)$$

где $a(s)$, $b(s)$ - полиномы, а ν - порядок астатизма.

Для статической САУ $\nu = 0$ и величина статической ошибки $\varepsilon_{cm} = |\varepsilon(\infty)|$ определяется равенством

$$\varepsilon_{cm} = \frac{1}{1 + K} 100\%,$$

где K - коэффициент усиления разомкнутой системы.

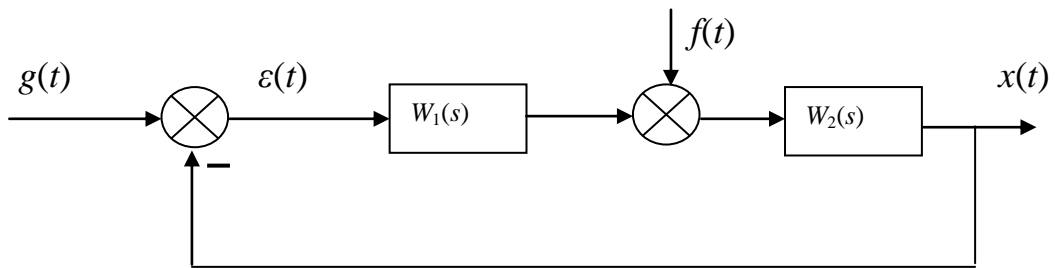


Рис. 4.3

Точность САУ по отношению к возмущающему воздействию $f(t)$ можно оценить, используя соответствующую передаточную функцию

$$\Phi_{xf}(s) = \frac{W_2(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)}. \quad (4.7)$$

Порядок астатизма системы по отношению к возмущению определяется числом интегрирующих звеньев, расположенных структурной схеме до точки приложения возмущения и не охваченных местными обратными связями.

Задание и порядок выполнения работы

1. В соответствии с вариантом задания (см. таблицу 4.1) собрать структурную схему САУ 2-го порядка (рис. 4.4).

2. Получить переходную характеристику САУ $h(t)$ (реакцию системы на единичное ступенчатое входное воздействие) при значении коэффициента K_2 , указанном преподавателем и $K_1=1$.

3. Собрать структурную схему САУ 3-го порядка (рис. 4.5).

4. Изменяя величину коэффициента K_2 и наблюдая за видом $h(t)$, определить граничное значение $K_2 = K_{2cp}$, при котором САУ будет находиться на границе устойчивости (при этом $K_1=K_5=1$; $K_3=1/K_5=1$; $T_3=1/K_4K_5$).

5. Снять графики переходных функций САУ для двух значений K_2 , равных K_2' и K_2'' , причём,

$$K_2'' < K_{2cp} < K_2'.$$

6. Снять ЛАХ и ЛФХ разомкнутой системы (рис. 4.5) при

а) $K_2 = K_{2cp}$; б) $K_2 = K_2'$; в) $K_2 = K_2''$.

7. Выяснить влияние введения *форсирующего звена*

$$W_{\phi}(s) = T_1s + 1$$

на устойчивость САУ, для чего собрать структурную схему рис. 4.6 и снять график переходной функции $h(t)$ при $K_2 = K_{2cp}$, $T_1=2T_2$.

8. Снять ЛАХ и ЛФХ разомкнутой системы (рис. 4.6) при $K_2 = K_{2cp}$, $T_1=2T_2$.

9. Снять график переходной функции замкнутой САУ (рис. 4.6) при $g(t)=0$ и $f(t)=1$ (единичное ступенчатое возмущающее воздействие).

10. Охватить интегратор ($W(s) = K_1/s$), входящий в структурную схему САУ, местной единичной отрицательной обратной связью. Снять переходные функции САУ для случаев: 1) $g(t)=1$; $f(t)=0$ (реакция на ступенчатое задающее воздействие); 2) $g(t)=0$; $f(t)=1$ (реакция на ступенчатое возмущающее воздействие).

Расчётная часть

1. Записать передаточную функцию $\Phi(s)$ замкнутой САУ 3-го порядка (рис. 4.5). Используя критерий устойчивости Гурвица, исследовать систему на устойчивость при: а) $K_2 = K_2'$; б) $K_2 = K_2''$.

2. На основании экспериментально снятых ЛАХ и ЛФХ разомкнутой САУ 3-го порядка для случаев $K_2 = K_2'$ и $K_2 = K_2''$ определить запасы устойчивости по модулю $20lg \Delta N$ и по фазе $\Delta \Theta$ (см. рис. 4.2).

3. Содержание п.2 повторить для САУ рис. 4.6 при $K_2 = K_{2cp}$.

4. Найти передаточные функции САУ рис. 4.6 по ошибке управления $\Phi_e(s)$ (см. выражение (4.6)) и по отношению к возмущающему воздействию $\Phi_{xf}(s)$ (см. выражение (4.7)). На основании этих выражений сделать вывод о порядке астатизма данной системы.

Содержание отчёта:

1. Цель работы.
2. Структурные схемы исследуемых систем.
3. Полученные графики и характеристики.
4. Расчётная часть.
5. Основные выводы.

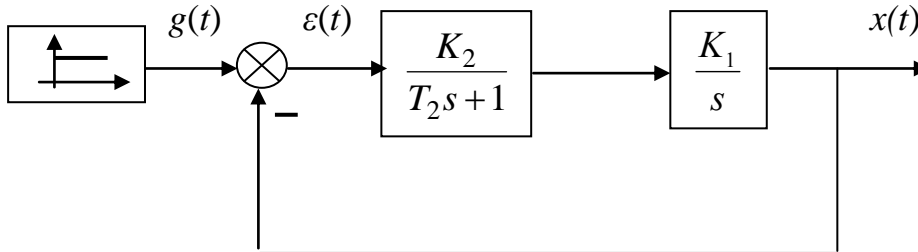


Рис. 4.4

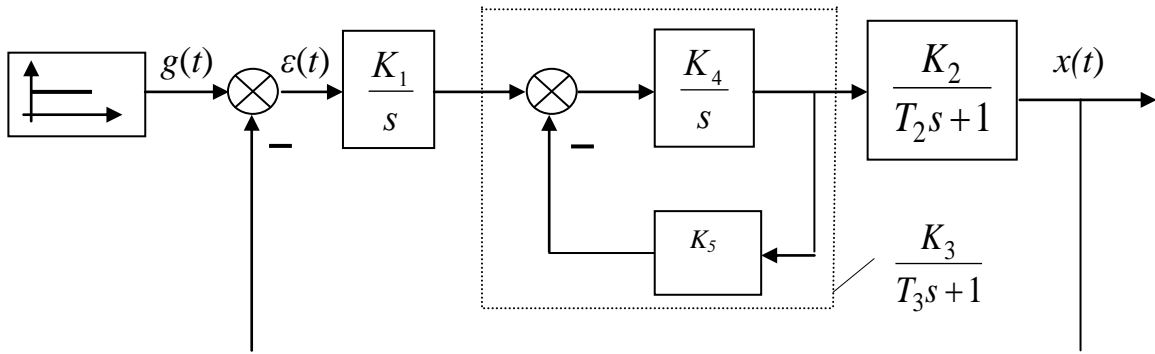


Рис. 4.5

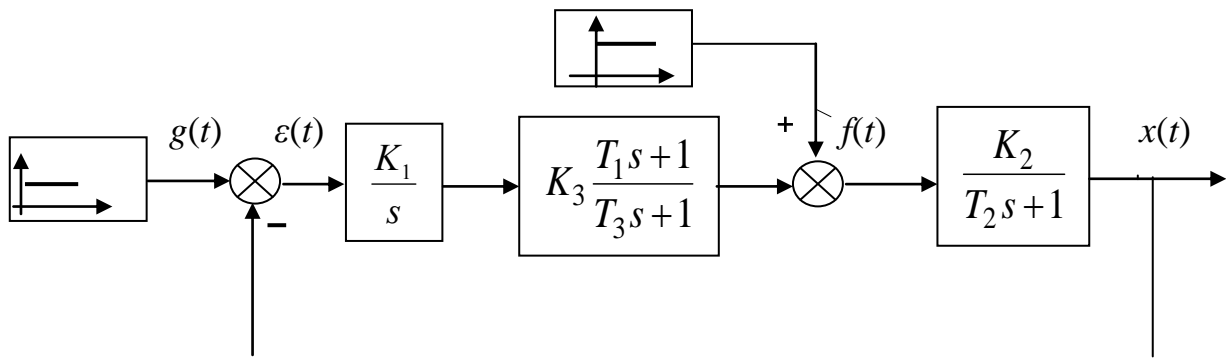


Рис. 4.6

Таблица 4.1

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T_2, c	0,4	0,6	0,8	1,0	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	1,4	1,6	1,2
K_4	4,0	3,5	3,0	2,5	2,0	1,5	1,3	1,2	1,0	1,8	1,7	2,3

Контрольные вопросы

1. Как связана устойчивость линейной САУ с видом составляющих ее свободного движения?

2. Зависит ли устойчивость линейных САУ от амплитуды задающих воздействий или возмущений?

3. Сформулируйте критерии устойчивости Рауса и Гурвица, укажите на необходимое условие устойчивости линейных САУ, вытекающее из этих критериев?

4. Сформулируйте критерий Найквиста для случая САУ, устойчивых в разомкнутом состоянии, а также для астатических САУ. Что такое «запасы устойчивости по фазе и по амплитуде».

5. Что называется структурной устойчивостью?

6. Чем определяется астатизм по отношению к задающему воздействию или возмущению?

Лабораторная работа № 5

КОРРЕКЦИЯ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ САУ

Цель работы: Эта работа нацелена на приобретение студентами навыков анализа и синтеза САУ:

- 1) определение характеристик САУ, которые необходимо скорректировать;
- 2) обеспечение точности (уменьшение статической ошибки) САУ;
- 3) выбор значений параметров регулятора, обеспечивающих желаемые динамические свойства САУ;
- 4) подтверждение (путем моделирования) того, что в результате введения корректирующего устройства (регулятора) САУ приобрела желаемые свойства.

Краткие теоретические сведения

Коррекция статических и динамических свойств САУ имеет своей целью повышение статической и динамической точности отработки системой задающего воздействия (или парирование возмущающего воздействия), повышение запасов ее устойчивости. Наиболее распространенными способами коррекции свойств САУ является изменение коэффициента усиления ее разомкнутой части, введение в САУ новых звеньев (как правило, интегрирующего или дифференцирующего типа), охват объекта управления местной обратной связью.

1. Коррекция статических свойств САУ

Статические свойства системы определяется величиной установившейся ошибки $\varepsilon_{уст}(t)$, вызванной действием задающего воздействия и определяемой по формуле

$$\varepsilon_{уст}(t) = c_0 g(t) + c_1 (dg(t)/dt) + c_2 / 2! (d^2 g(t)/dt^2) + \dots \quad (5.1)$$

Величины $c_0, c_1, c_2 \dots$ называются *коэффициентами ошибок* и определяются по формулам:

$$c_0 = [\Phi_\varepsilon(s)]_{s=0}, c_1 = [d\Phi_\varepsilon(s)/ds]_{s=0}, \dots, c_m = [d^m \Phi_\varepsilon(s)/ds^m]_{s=0}, \quad (5.2)$$

где $\Phi_\varepsilon(s)$ - передаточная функция САУ по ошибке управления, равная

$$\Phi_\varepsilon(s) = \frac{1}{(1 + W_{раз}(s))}, \quad (5.3)$$

$W_{раз}(s)$ - передаточная функция разомкнутой САУ.

Основными способами уменьшения статической ошибки системы являются:

- 1) увеличение коэффициента усиления прямого тракта системы;
- 2) введение в прямой тракт система интегрирующих звеньев;
- 3) охват объекта управления местной неединичной положительной обратной связью.

Представим структурную схему системы в виде, изображенном на рис. 5.1 где через $W(s)$ обозначена передаточная функция неизменяемой части системы

$$W(s) = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0}. \quad (5.4)$$

Здесь и далее полагается, что $[W(s)]_{s=0} = K_0$, $0 < K_0 < \infty$, K - изменяемый коэффициент усиления регулятора системы.

Первые два коэффициента ошибок c_0 и c_1 определяется выражениями:

$$c_0 = \frac{1}{1 + KK_0}, \quad (3.5)$$

$$c_1 = -\frac{K[dW(s)/ds]_{s=0}}{(1 + KK_0)^2}. \quad (3.6)$$

Из (5.5) и (5.6) с учетом (5.1) вытекает, что с увеличением K статическая ошибка в системе уменьшается и, наоборот, с уменьшением K статическая ошибка в системе увеличивается.

Введем в прямой тракт системы одно интегрирующее звено (рис. 5.2). В этом случае $c_0 = 0$, $c_1 = 1/KK_0$.

Так как $c_0 = 0$, то система на рис. 5.2 является астатической (с астатизмом первого порядка). Система имеет нулевую статическую ошибку при отработке постоянного задающего воздействия $g(t) = const$ и постоянную, обратно пропорциональную K , ошибку $\varepsilon_{уст} = const$ при отработке линейно изменяющегося воздействия $g(t) = at$.

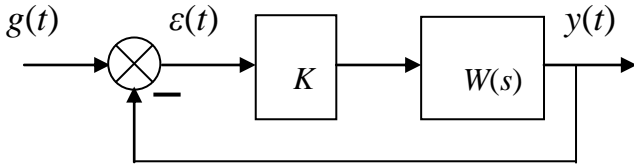


Рис. 5.1

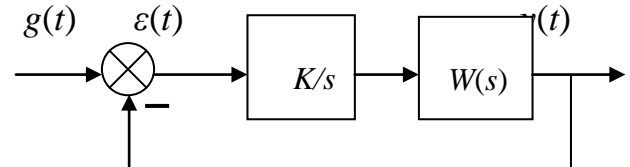


Рис. 5.2

Охватим неизменяемую часть системы $W(s)$ местной неединичной положительной обратной связью с коэффициентом усиления K_{oc} (рис.5.3). Тогда эквивалентная передаточная функция $W_{экр}(s)$ неизменяемой части системы равна

$$W_{экр}(s) = \frac{W(s)}{1 - K_{oc}W(s)} = \frac{(a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_0)}{(b_n s^n + \dots + (b_m - K_{oc} a_m) s^m + \dots + (b_1 - K_{oc} a_1) s + (b_0 - K_{oc} a_0))} \quad (5.7)$$

Если коэффициент усиления K выбрать из условия

$$K_{oc} = \frac{b_0}{a_0}, \quad (5.8)$$

то свободный коэффициент $(b_0 - K_{oc} a_0)$ полинома знаменателя $W_{экр}(s)$ обратится в нуль и $W_{экр}(s)$ приобретает интегрирующие свойства:

$$W_{экр}(s) = \frac{(a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_0)}{s(b_n s^{n-1} + \dots + (b_m - K_{oc} a_m) s^{m-1} + \dots + (b_1 - K_{oc} a_1))}. \quad (5.9)$$

Следовательно, замкнутая система становится астатической (с астатизмом 1-го порядка). Отсюда $c_0=0$, а коэффициент c_1 будет равен

$$c_1 = \frac{b_0}{(b_1 - K_{oc}a_1)}. \quad (5.10)$$

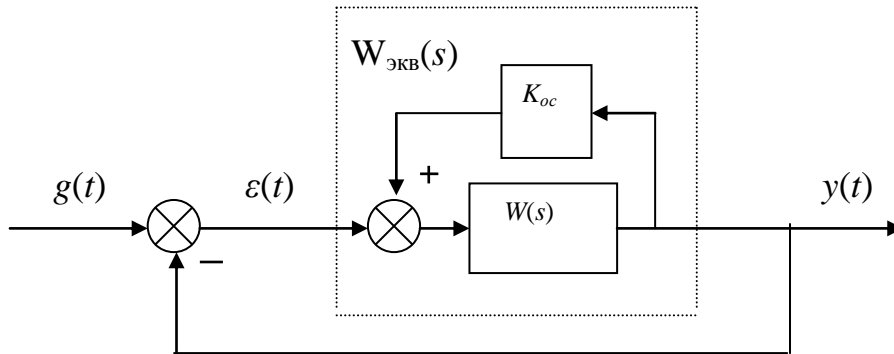


Рис. 5.3

2. Коррекция динамических свойств САУ

Улучшение динамических свойств САУ заключается в увеличении быстродействия САУ (уменьшении времени регулирования $t_{рег}$), уменьшении перерегулирования σ (см. рис. 5.4), а также увеличении запасов устойчивости по фазе $\Delta\Theta$ и по модулю ΔH (см. лабораторную работу УТС-2). При этом

$$\sigma = \frac{h_{max} - h_{уст}}{h_{уст}} 100\%,$$

где h_{max} - максимальное значение переходной характеристики замкнутой САУ $h(t)$;

$h_{уст}$ - установившееся значение $h(t)$.

Время регулирования $t_{рег}$ - минимальная величина, при которой удовлетворяется условие:

$$|h(t_{рег}) - h_{уст}| \leq \delta,$$

где δ - заданная величина ошибки (обычно $\delta = 0,05 h_{уст}$).

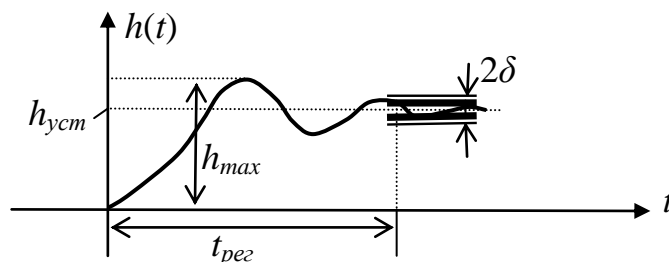


Рис. 5.4

Одним из эффективных средств достижения этой цели является уменьшение отрицательных фазовых сдвигов в прямом тракте системы путем охвата неизменяемой части системы местными отрицательными обратными связями.

На рис. 5.5 $R(s)$ представляет собой передаточную функцию регулятора САУ, которая считается заданной.

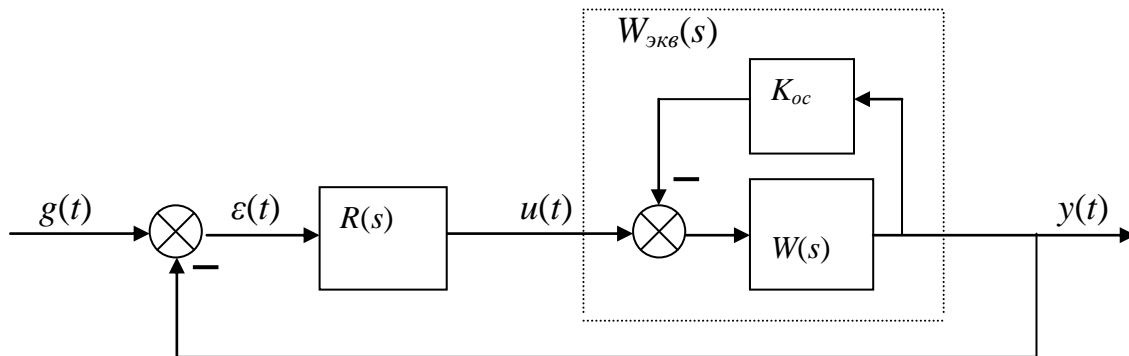


Рис. 5.5

Пусть неизменяемая часть системы представляет собой апериодическое звено первого порядка, т.е.

$$W(s) = \frac{K_0}{(T_0s + 1)}. \quad (5.11)$$

Тогда передаточная функция $W_{\text{экв}}(s)$ эквивалентного объекта управления равна

$$W_{\text{экв}}(s) = \frac{W(s)}{1 + K_{oc}W(s)} = \frac{K_{\text{экв}}}{T_{\text{экв}}s + 1}, \quad (5.12)$$

где $K_{\text{экв}}$ и $T_{\text{экв}}$ - коэффициент усиления и постоянная времени эквивалентного объекта, равные:

$$K_{\text{экв}} = \frac{K_0}{(1 + K_{oc}K_0)}, \quad (5.13)$$

$$T_{\text{экв}} = \frac{T_0}{(1 + K_{oc}K_0)}. \quad (5.14)$$

Из (5.14) следует, что соответствующим выбором K_{oc} постоянную времени $T_{\text{экв}}$ эквивалентного объекта можно уменьшить в $(1 + K_{oc}K_0)$ раз по сравнению с постоянной времени T_0 объекта без местной обратной связи. Тем самым уменьшаются отрицательные фазовые сдвиги, вносимые прямым трактом системы, что приводит к увеличению запасов устойчивости системы. При этом, однако, уменьшается в $(1 + K_{oc}K_0)$ раз коэффициент усиления $K_{\text{экв}}$ эквивалентного объекта по сравнению с коэффициентом усиления K_0 объекта без местной обратной связи. Это нежелательно, так как приводит к уменьшению быстродействия системы вследствие уменьшения общего коэффициента усиления прямого тракта системы. В этом случае с целью обеспечения необходимого быстродействия системы увеличивают коэффициент усиления регулятора.

Содержание работы:

1. При исследовании способов коррекции статических свойств САУ в качестве исходных данных выступают передаточная функция $W(s)$ неизменяемой части системы вида

$$W(s) = \frac{K_0}{(T^2 s^2 + 2T\xi s + 1)} \quad (5.15)$$

и задающие воздействия вида

$$\text{а) } g(t) = 1(t); \quad \text{б) } g(t) = at$$

в соответствии с задаваемым преподавателем вариантом работы (см. табл. 5.1).

В процессе выполнения этой части работы студенты должны:

1) путем моделирования на РС исходной САУ (рис. 5.6) получить графики $g(t)$, $y(t)$, $\varepsilon(t)$;

2) сравнить полученную таким образом экспериментальную величину $\varepsilon(t)$ с теоретической, вычисленной по формула (5.1);

3) применяя описанные в теоретической части методических указаний способы коррекции статических свойств (см. п.1), обеспечить требуемую статическую ошибку $\varepsilon_{уст}$ системы при отработке задающего воздействия $g(t) = 1(t)$;

4) получить графики $y(t)$ и $\varepsilon(t)$ в скорректированной системе для
а) $g(t) = 1(t)$; б) $g(t) = at$.

5) сравнить время регулирования $t_{рег}$ и перерегулирование σ в исходной и скорректированной системах при $g(t) = 1(t)$;

2. При исследовании рассмотренного способа коррекции динамических свойств САУ (см. п. 2) в качестве исходных данных выступают передаточная функция $W(s)$ неизменяемой части системы вида (5.15) и передаточная функция регулятора вида

$$R(s) = \frac{K_{рег}}{s}. \quad (5.16)$$

Задающее воздействие $g(t) = 1(t)$.

В процессе выполнения данной части работы студенты должны:

1) получить путем моделирования на РС графики $y(t)$, $\varepsilon(t)$ в системе (рис. 5.7);

2) определить время регулирования $t_{рег}$ и перерегулирование σ , а также запасы устойчивости в исходной системе;

3) применяя описанный выше способ коррекции динамических свойств САУ, найти экспериментально (путем последовательного перебора) значение $K_{ос}$, обеспечивающее в системе заданные преподавателем показатели качества ($t_{рег}$, σ) и запасы устойчивости (при необходимости увеличить коэффициент $K_{рег}$);

4) получить графики $y(t)$, $\varepsilon(t)$, а также ЛАХ и ЛФХ разомкнутой системы в скорректированной САУ.

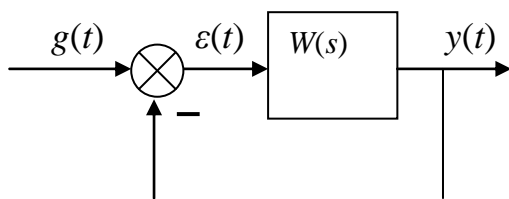


Рис. 5.6

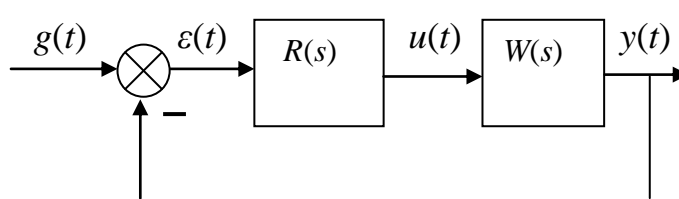


Рис. 5.7

Таблица 5.1

№ вариан- та Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5
K_0	1	2	3	4	5	6	7	8	7	8
T, c	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	0,8	1,0
ξ	0,6	0,7	0,8	0,8	0,7	0,9	0,5	0,4	0,6	0,9
$\varepsilon_{уст}$	0	0	0,05	0	0,10	0,07	0	0	0,07	0,1
$t_{рег}, c \leq$	1,3	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,0	3,8	2,8
$\sigma, \% \leq$	0	10	10	5	5	5	0	0	5	10

Содержание отчёта:

1. Цель работы.
2. Структурные схемы исследуемых систем.
3. Полученные графики и характеристики.
4. Расчётная часть.
5. Основные выводы.

Контрольные вопросы

1. Дать определение статической и астатической САУ.
2. Какими структурными свойствами системы определяется порядок ее астатизма?
3. Какой из двух приведенных выше способов придания системе свойств астатизма 1-го порядка наиболее предпочтителен на практике?
4. Назовите основные показатели качества САУ. Поясните их смысл.
5. В чём суть исследуемого способа коррекции динамических свойств САУ? Назвать другие способы коррекции динамических свойств САУ.
6. Чем вызваны отрицательные фазовые сдвиги в неизменяемой части САУ?

Лабораторная работа № 6

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗВЕНЬЕВ

Цель работы: исследование базовых нелинейных блоков и их выходных характеристик.

Краткие теоретические сведения

Нелинейной системой называется такая система, в состав которой входит хотя бы одно звено, описываемое нелинейным уравнением. Такое звено называется нелинейным звеном или нелинейным элементом.

Путем эквивалентного преобразования структурных схем и нелинейных звеньев большое число нелинейных систем можно представить в виде замкнутого контура с последовательным включением нелинейного элемента (НЭ) и линейной части (ЛЧ), как показано на рис.6.1.

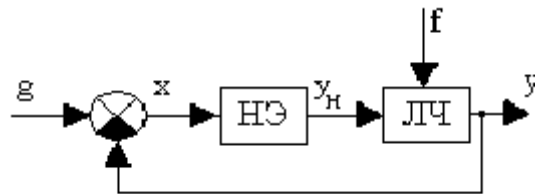


Рис.6.1. Функциональная схема нелинейной системы:
НЭ - нелинейный элемент; ЛЧ - линейная часть

Классификация нелинейных элементов и систем. Нелинейные звенья классифицируются по различным признакам. Наибольшее распространение получила классификация по статическим и динамическим характеристикам, так как в системах чаще всего нелинейности приходится учитывать в виде характеристик. Эти характеристики могут быть как однозначными, так и двузначными (петлевыми), симметричными и несимметричными относительно начала координат.

Различают следующие основные типы нелинейных звеньев.

Нелинейные звенья с гладкими криволинейными характеристиками.

Примеры таких характеристик приведены на рис.6.2.

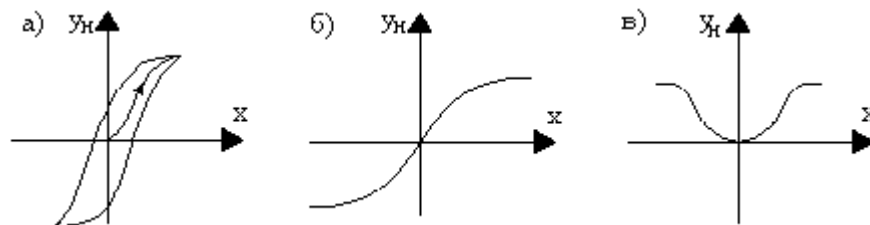


Рис.6.2. Гладкие криволинейные характеристики:
а - гистерезисная; б, в - усилительные

На рис.6.2,а изображена двузначная гистерезисная (запаздывающая) характеристика. Характеристика (рис. 6.2,б) отображает насыщение или ограничение и соответствует реальному амплитудному усилителю, а характеристика (рис. 6.2,в) - реальному усилителю мощности. Характеристики (рис. 6.2,а и б) - нечетно-симметричные, а характеристика (рис. 6.2,в) - четно-симметричная.

Нелинейные звенья с кусочно-линейными характеристиками. Некоторые из таких характеристик представлены на рис.6.3.

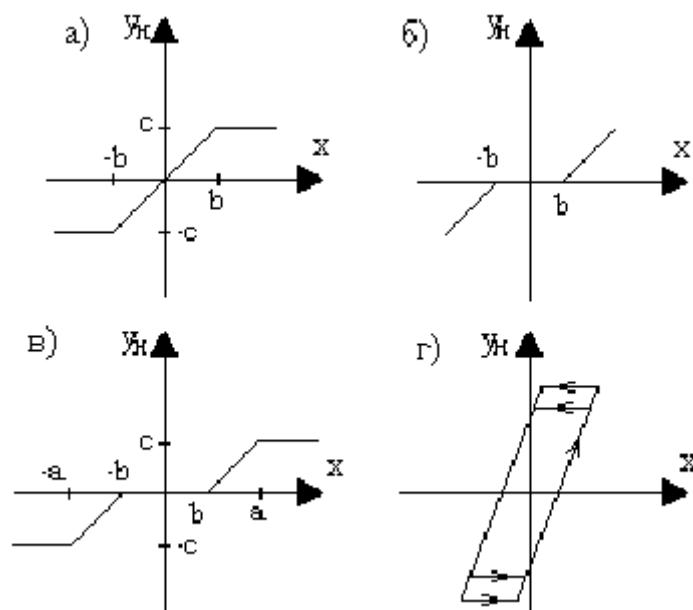


Рис.6.3. Кусочно-линейные характеристики: а - с насыщением; б - с зоной нечувствительности; в - с насыщением и зоной нечувствительности; г - люфт

Характеристика (рис.6.3,а) отображает насыщение, характеристика (рис. 6.3,б) - зону нечувствительности, а характеристика (рис. 6.3,в) соответствует звену, обладающему одновременно зоной нечувствительности и насыщением. Характеристика (рис. 6.3,г) позволяет учесть люфт или зазор кинематической передачи.

Релейные звенья - это элементы, которые на своем выходе выдают конечное число фиксированных значений. Три наиболее типовые релейные характеристики изображены на рис.6.4.

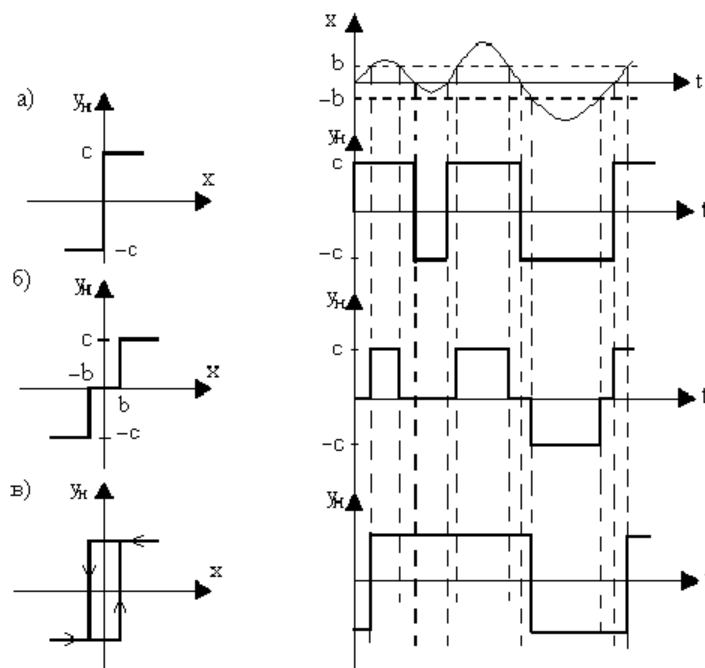


Рис.6.4. Релейные характеристики: а - идеальная; б - с зоной нечувствительности; в - гистерезисная

Характеристика (рис. 6.4,а) соответствует идеальному двухпозиционному реле, характеристика (рис. 6.4,б) - трехпозиционному реле с зоной нечувствительности, а характеристика (рис. 6.4,в) - двухпозиционному поляризованному реле.

Кроме того, на рис. 6.4 показано прохождение непрерывного сигнала через соответствующие типы реле. Откуда следует, что коэффициент передачи реле зависит от величины входного воздействия.

Для улучшения динамических свойств систем специально созданы нелинейные звенья с опережающими двузначными статическими характеристиками.

Часто встречаются элементы с несимметричными относительно начала координат статическими характеристиками.

Задание и порядок проведения работы

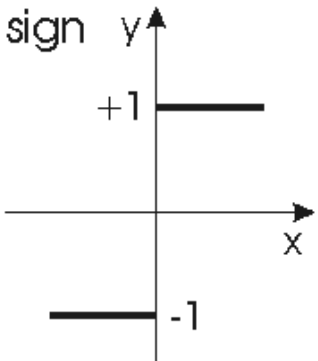
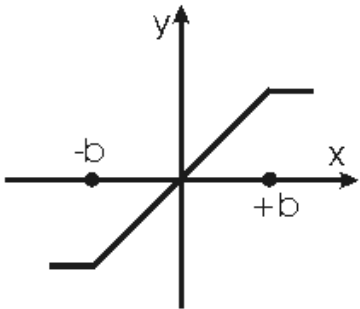
1. Открыть библиотеку Nonlinear. Исследовать типовые нелинейности, указанные в табл.6.1.

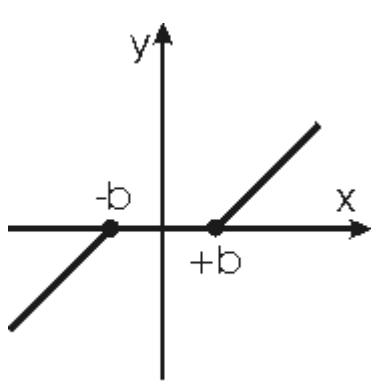
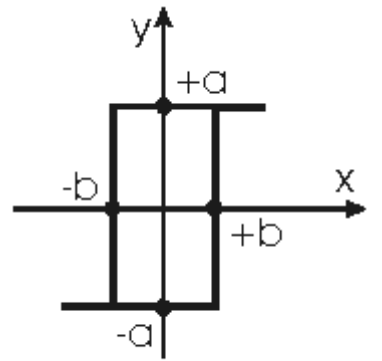
2. В соответствии с вариантом настройте их параметры. Изучите статические характеристики типовых нелинейностей, подавая на вход гармонический сигнал.

3. Статические характеристики нелинейностей фиксируются с помощью блока "ХУ Graph". Для правильного отображения сигналов следует брать амплитуду синусоидального колебания чуть больше заданного "верхнего уровня".

4. По полученным результатам сделайте выводы о физическом смысле этих типовых нелинейных характеристик.

Таблица 6.1

 <p>Релейная характеристика</p>																		
 <p>saturation</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>№</th> <th>b</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0,7</td></tr> <tr><td>2</td><td>1,3</td></tr> <tr><td>3</td><td>2,8</td></tr> <tr><td>4</td><td>3,5</td></tr> <tr><td>5</td><td>4,2</td></tr> <tr><td>6</td><td>5,6</td></tr> <tr><td>7</td><td>6,9</td></tr> </tbody> </table>	№	b	1	0,7	2	1,3	3	2,8	4	3,5	5	4,2	6	5,6	7	6,9	
№	b																	
1	0,7																	
2	1,3																	
3	2,8																	
4	3,5																	
5	4,2																	
6	5,6																	
7	6,9																	

Характеристика с зоной насыщения	8	1,7	
	9	2,3	
	10	0,9	
	11	3,7	
	12	5,2	
 <p>dead zone Характеристика с зоной нечувствительности</p>	№	b	
	1	2,3	
	2	1,7	
	3	0,3	
	4	4,8	
	5	3,4	
	6	5,6	
	7	2,1	
	8	6,9	
	9	3,5	
	10	5,4	
	11	2,8	
12	6,9		
 <p>relay Характеристика с гистерезисом</p>	№	a	b
	1	2	0,7
	2	1,1	1,4
	3	2	2,8
	4	0,5	0,9
	5	3,3	3,7
	6	0,9	1,5
	7	3,7	4,3
	8	2,2	2,6
	9	1,5	3,1
	10	4,8	3,7
	11	8,9	2,5
12	5,3	1,3	

Контрольные вопросы

1. Какие Вам известны типовые нелинейности?
2. Приведите примеры и поясните физическую природу нелинейных эффектов в САУ.
3. Что называется статической характеристикой и с какой целью ее определяют?
4. В каких случаях можно и когда нельзя осуществлять линеаризацию нелинейных статических характеристик?
5. Как построить графически статическую характеристику соединения: линейных и нелинейных звеньев, которые включены:

- последовательно;
- параллельно;
- с помощью обратной связи?

6. По каким признакам различаются нелинейные системы от линейных систем? Приведите несколько примеров.

Приложение

Нахождение корней полиномов

Система Matlab имеет функцию **roots(P)**, которая вычисляет вектор, элементы которого являются корнями заданного полинома P.

Рассмотрим пример. Пусть задан полином:

$$P(x) = x^5 + 8 \cdot x^4 + 31 \cdot x^3 + 80 \cdot x^2 + 94 \cdot x + 20$$

В системе Matlab полином задается вектором его коэффициентов:

» p=[1,8,31,80,94,20]

При вводе функции roots(p) вычисляются корни полинома p:

» roots(p)

Ввод дискретных моделей

Указанные процедуры позволяют создавать как непрерывные модели, так и дискретные. В случае ввода дискретных систем к числу входных параметров процедуры следует добавить в конце значение шага дискретизации Ts, а вводимые значения коэффициентов уже должны задавать параметры дискретных передаточных функций (для функции tf) или матрицы разностных уравнений пространства состояния (для функции ss).

Пример ввода дискретной передаточной функции:

» dsys=tf([1 4],[1 2 3],0.01)

Sampling time: 0.01.

Модель, заданную как непрерывная, можно преобразовать в дискретную, воспользовавшись процедурой **c2d**:

sysd = c2d(sys, Ts, method),

где sysd – получаемая дискретная модель, sys – заданная непрерывная модель, Ts – задаваемое значение шага дискретизации системы, method – параметр, определяющий метод дискретизации [1].

Получение характеристик систем

Расчет полюсов системы производится при помощи команды pole(sys).

Для нахождения временных откликов системы используются функции:

Импульсная переходная функция ИПФ

impulse(sys) – нахождение реакции системы sys на единичное импульсное входное воздействие;

Переходной процесс системы

Step(sys) – нахождение реакции системы sys на единичное ступенчатое воздействие .

Амплитудно-фазовую характеристику системы в полярных координатах можно получить воспользовавшись командой nyquist(sys).

Логарифмическую амплитудно-фазовую характеристику системы в полярных координатах можно получить воспользовавшись командой bode(sys).

Для того чтобы построить переходной процесс системы, т.е. ее реакцию на единичное ступенчатое воздействие, а также ее частотные характеристики в одном окне используется так называемый интерактивный наблюдатель **Itiview** (для этого нужно набрать в рабочем окне команду Itiview и на экране появится окно интерактивного обозревателя). При первом обращении к обозревателю окно пусто, т.к. нужно импортировать в него модель системы.

Для этого из верхнем меню File необходимо выбрать команду import – на экране появится меню выбора импортируемой модели системы (например, sys).

Обозреватель позволяет получить на одном экране несколько графиков, в том числе и частотные характеристики системы. Для выбора необходимых характеристик требуется выбрать из меню Tools команду Viewer Configuration.

На экране появятся различные конфигурации количества отображаемых графиков. Если выбрать нажатием радио-кнопки конфигурацию, содержащую 4 графика, тогда на экране появятся следующие графики:

- переходной процесс;
- импульсная переходная функция (реакция системы на дельта-функцию);
- логарифмическая амплитудно-фазовая частотная характеристика;
- амплитудно-фазовая частотная характеристика в полярных координатах.

Моделирование систем при помощи пакета Simulink

Моделирование линейных систем

$$W_3(s) = \frac{1}{T^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot s + 1}, \quad T = 0,5, \quad \xi = 0.4$$

Рассмотрим структурную схему, представленную на схема п.1, где $W_1 = k, k=10$,

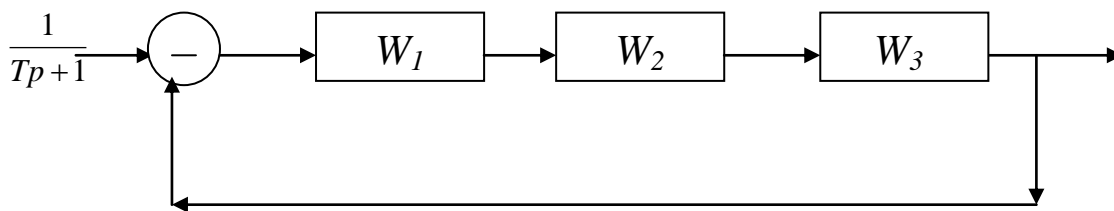


схема п.1. Структурная схема линейной системы

Промоделируем эту систему в Simulink. Для этого надо ввести команду в рабочую строку

» simulink.

На экране появится меню выбора блоков (Simulink Library Browser). Чтобы создать новый файл для ввода системы нажмите на иконку в верхнем левом углу (белый лист).

Далее нужно набрать схему системы, при этом на вход подать единичное ступенчатое воздействие. Для этого нужно из главного меню последовательно выбрать – Simulink – Sources – Constant и перенести этот блок на окно файла системы. Далее нужно поставить сумматор – Simulink – Math – Sum. Чтобы поменять параметры блока надо дважды нажать на левую клавишу мыши в области его изображения. В появившемся окне поставьте +-, т.е. введите отрицательную обратную связь.

Блок, реализующий W_1 , т.е. коэффициент усиления, находится в Simulink – Math – Gain. Коэффициент усиления введите 10. Если коэффициент усиления необходимо менять в процессе исследования системы его удобно поставить отдельно в виде ползунка – Simulink – Math – Slider Gain, при этом необходимо поставить пределы изменения коэффициента усиления.

Блок, реализующий интегрирующее звено (W_2) находится в Simulink – Continuous – Integrator.

Блок, реализующий произвольные передаточные функции (W_3) – Simulink – Continuous – Transfer Fnc. Передаточные функции вводятся при помощи набора коэффициентов числителя и знаменателя (в верхней строке числителя, в нижней знаменателя). В данном случае необходимо ввести:

Numerator:

[1]

Denominator:

[0.25 0.4 1]

Теперь мы можем вывести на экран график переходного процесса, т.е. реакцию системы на единичное воздействие. Для этого на выход системы надо установить блок для вывода графика выходного сигнала – Simulink – Sinks – Scope. Для моделирования системы надо выбрать Simulation – Start.

Для просмотра характеристик системы, набранной в simulink можно также воспользоваться Ltiviewer.

В данном случае надо обозначить вход и выход системы, а входное воздействие (const=1) следует убрать.

Из верхнего меню окна набранной системы выберите Tools – Linear Analysis.

На экране появятся два окна: окно для выбора моделей входа и выхода и окно самого Ltiview.

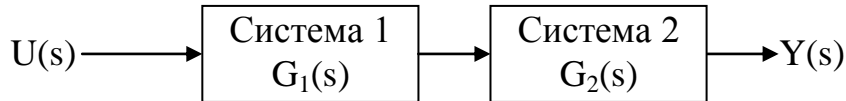
Перенесите на окно набранной системы input point (на вход) и output point (на выход).

Затем в окне Ltiview выберите Simulink – Get Linearized Model.

Далее при помощи настройки конфигурации просматриваемых графиков можно вывести на экран и логарифмические частотные характеристики.

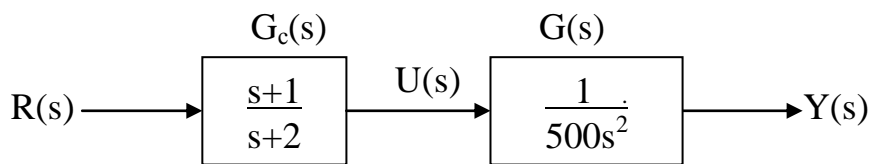
Пример 1. Последовательное соединение.

Пусть объект управления задан передаточной функцией $G(s)=1/500s^2$, а регулятор имеет передаточную функцию $G_c(s)=(s+1)(s+2)$. На рисунке изображено последовательное соединение двух систем с передаточными функциями $G_1(s)$ и $G_2(s)$. Проиллюстрируем смысл функции `series` и покажем, как с её помощью определяется произведение $G_c(s)*G(s)$

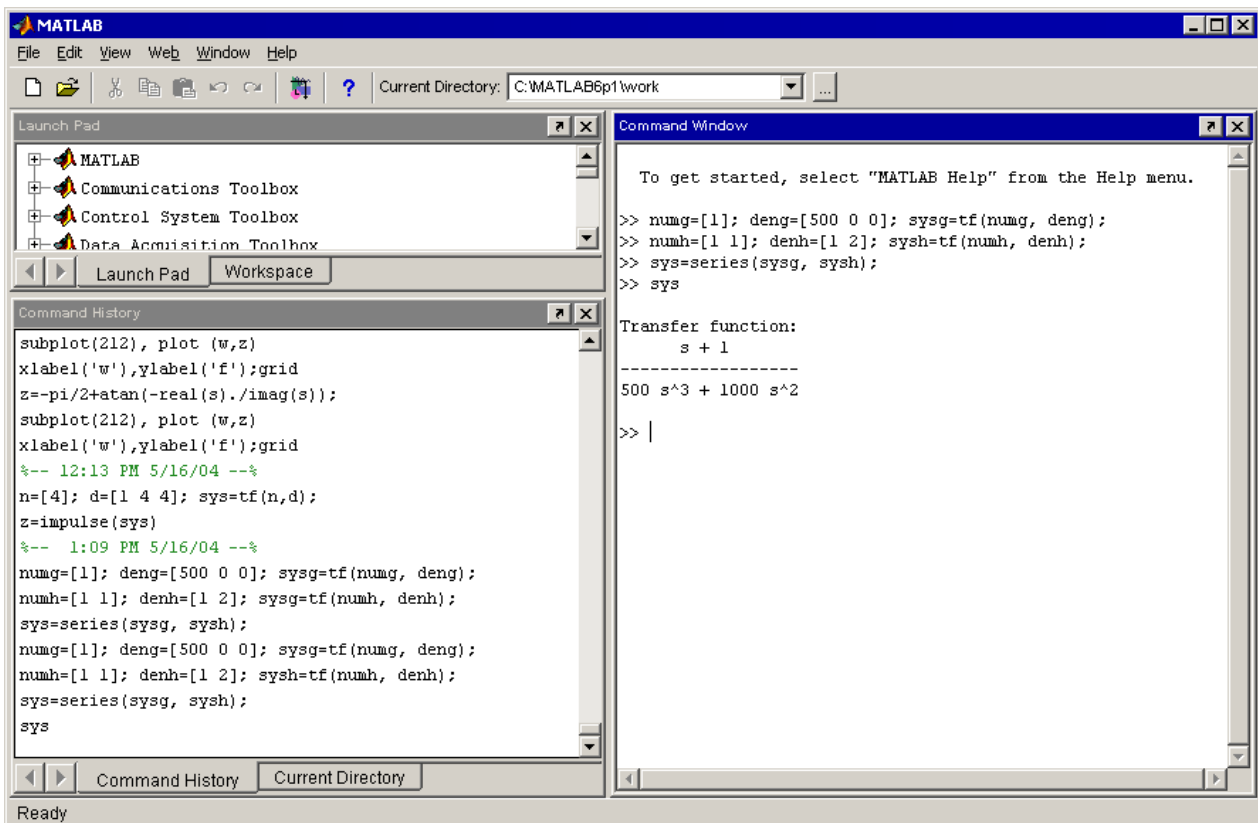


В структурных схемах часто встречается последовательное соединение элементов.

В условиях примера также задано последовательное соединение двух систем: передаточной функции и регулятора. Изобразим это структурно:



Наберём в MATLABе скрипт, описывающий функцию `series`:



Мы набираем текст:

```
>> numg=[1]; deng=[500 0 0]; sysg=tf(numg, deng);
>> numh=[1 1]; denh=[1 2]; sysh=tf(numh, denh);
>> sys=series(sysg, sysh);
>> sys
```

В результате появляется результирующая функция:

Transfer function:

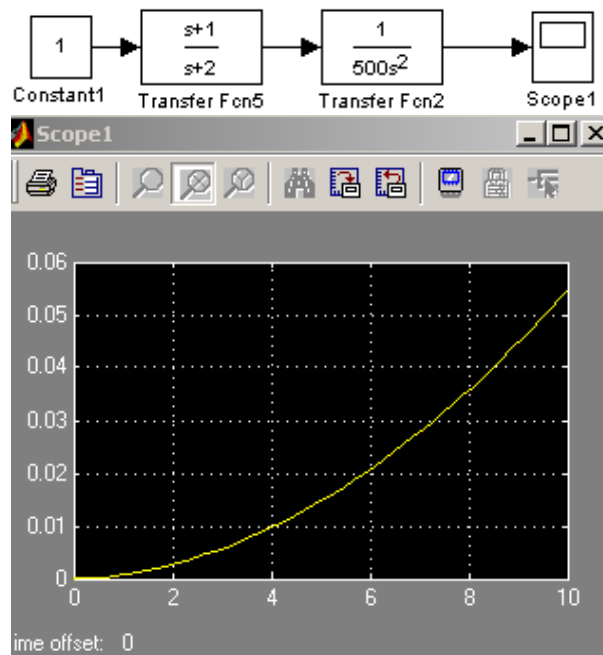
$$s + 1$$

$$500 s^3 + 1000 s^2$$

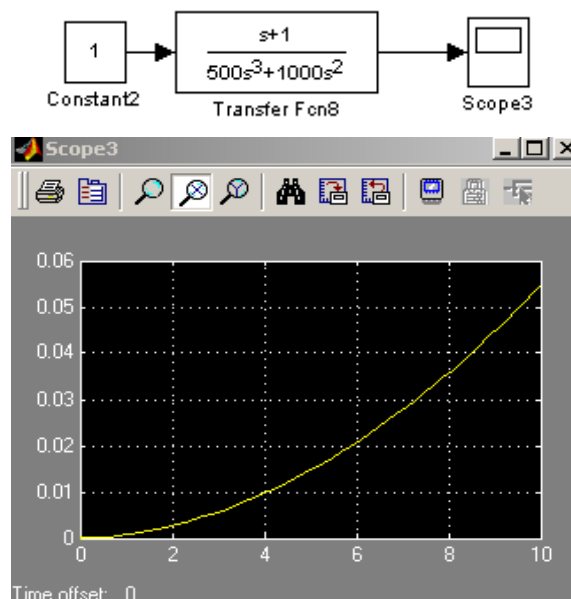
Таким образом, результатом последовательного соединения двух систем является произведение их функций.

Проверим это с помощью SIMULINK.

Для этого изобразим последовательное соединения двух блоков с соответствующими функциями и входное воздействие в виде единичной функции:



А теперь составим систему, содержащую один блок с результирующей функцией (равной произведению двух функций):



Как видно, эта характеристика идентична ранее полученной, значит действительно, переходная характеристика двух систем, соединённых последовательно, равна их произведению.

Задание 1. Замкнутая система имеет передаточную функцию $T(s)=4/(s^2+4s+4)$.

Получите импульсную переходную характеристику аналитически и сравните её с результатом вычислений с помощью MATLAB.

Вычислим сперва аналитически:

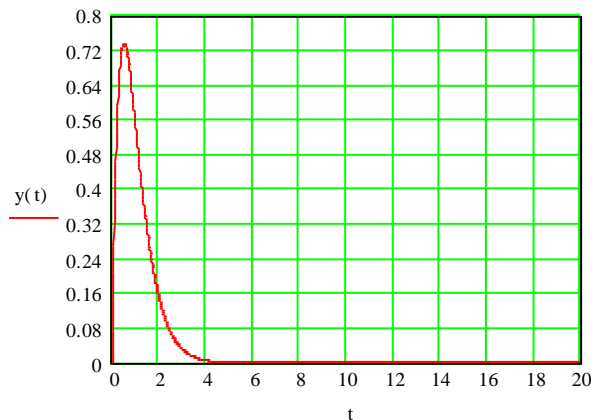
$$T(s)=4/(s^2+4s+4)=4/(s+2)^2;$$

Найдём оригинал (по таблице обратного преобразования Лапласа):

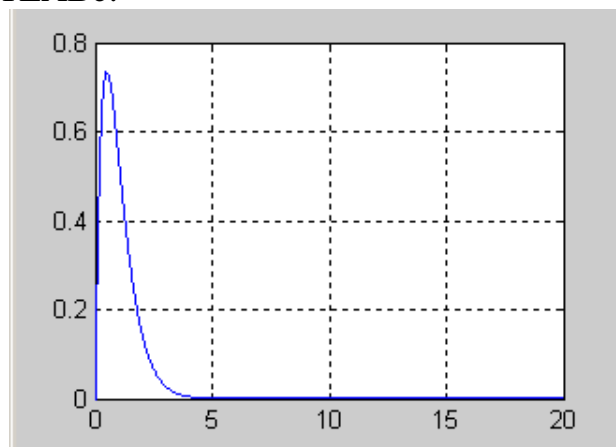
$$f(t)=L^{-1}\{T(s)\}.$$

Т.к. $t \doteq 1/s^2$, то по теореме смещения получаем оригинал: $F(t)=4*t*e^{-2t}$;

Изобразим эту функцию в Matcade:

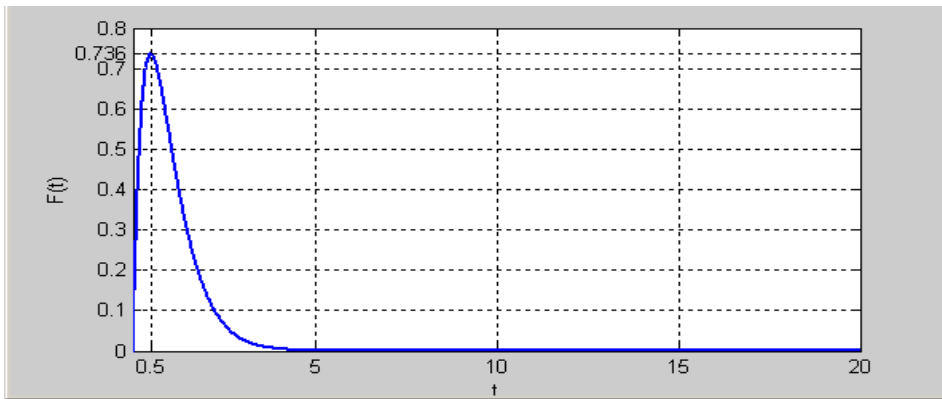


А также в MATLABе:



Найдём максимум функции. Для этого найдём производную функции:

$F'(t)=(4*t*e^{-2t})' = 4 e^{-2t} - 8*t* e^{-2t} = 4e^{-2t}(1-2t)$. Таким образом, находим, что максимум будет в точке $t=0,5$. $F(0,5)=0,736$, то есть точка максимума $(0,5; 0,736)$:



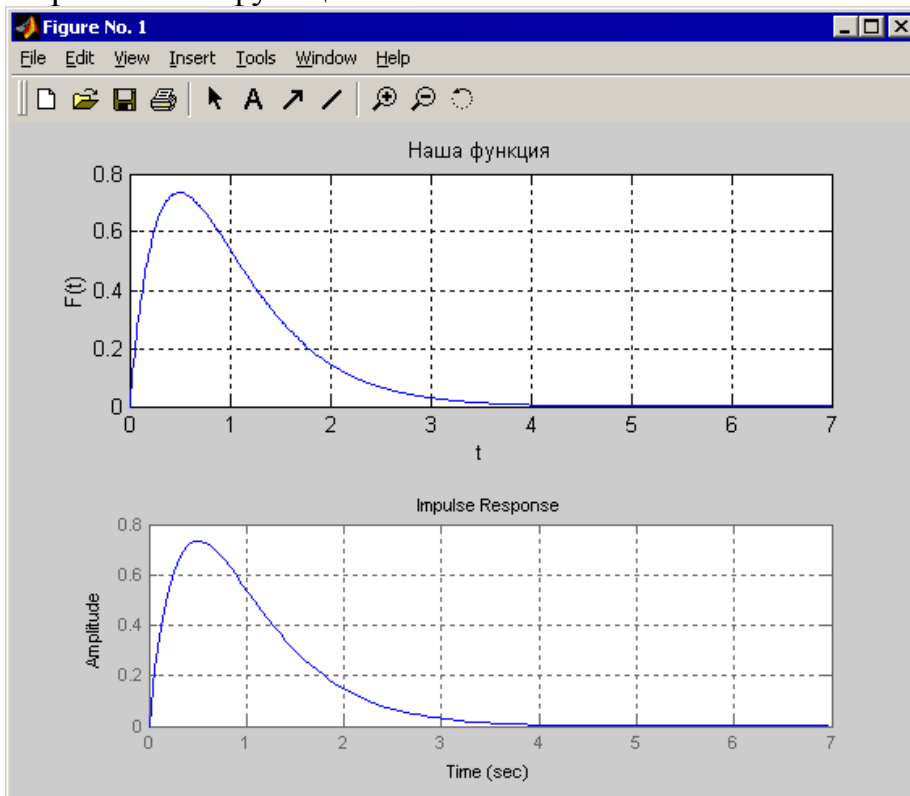
Теперь проверим с помощью функции MATLAB – `impulse`.

Для этого нарисуем графики по полученной функции $F(t)$ и с помощью `impulse`.

Набираем скрипт:

```
>> n=4; d=[1 4 4]; sys=tf(n, d);
>> t=[0:0.01:7.0];
>> k=4.*t.*exp(-2.*t);
>> subplot(211), plot(t,k)
>> xlabel('t'),ylabel('F(t)'); grid
>> subplot(212), impulse(sys), grid
```

и сравниваем функции в появившемся окне:



Они абсолютно идентичны, значит, мы решили верно.

Моделирование нелинейных систем

Рассмотрим также пример нелинейной системы, которая исследуется при помощи фазового портрета (схема п.2).

Релейная характеристика находится в Simulink – Nonlinear – Relay. Исходно данная характеристика является гистерезисной, поэтому для преобразования ее в идеальную релейную характеристику необходимо установить следующие параметры:

Switch on point:0

Switch off point:0

Output when on (c):1

Output when off (-c): -1

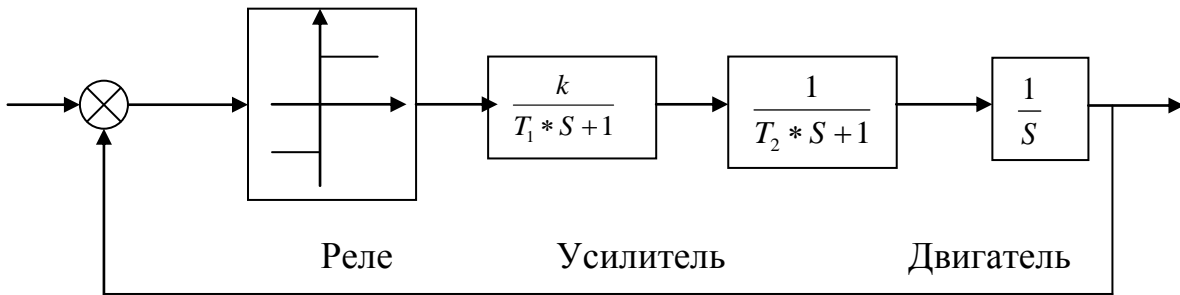


схема п.2. Структурная схема нелинейной системы

Для построения фазового портрета используется следующая процедура – Simulink – Sinks – XY Graph (в данном случае $y=dx/dt$). Блок XY Graph имеет два входа – один с переменной x , а другой с ее производной.

Структурная схема представлена на рис п.3.

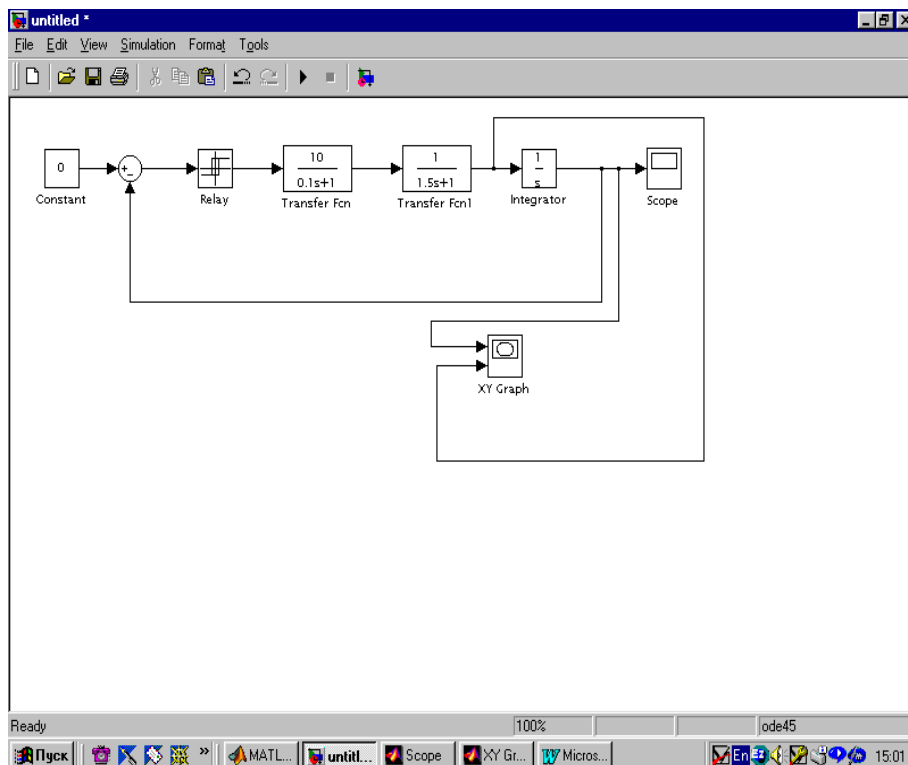


Рис. п.3. Структурная схема нелинейной системы в MatLAB

Литература

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 3-х т. / Под ред. Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2000.

Т. 1. *Анализ и статистическая динамика систем автоматического управления.*

Т. 2. *Синтез регуляторов и теория оптимизации систем автоматического управления.*

Т. 3. *Методы современной теории автоматического управления.*

2. Солодовников В.В., Плотников В.Н., Яковлев А.В. Управление техническими системами. – М.: Высшая школа, 1991.

3. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1978.

