References

1. Feldman G. M. Forecast soil temperature regime and development of cryogenic processes. The Science. 1977. page171.
2. Goy L., Fabre D., Menard G. Modeling of Rock Temperatures for Deep Alpine Tunnel Projects // Rock Mechanics and Rock Engineering. 1996. V. 29. N 1. 1-18.
3. Zhan R.B. Design, construction and operation of hydraulic construction of low pressure in the permafrost zone. Yakutsk: Publishing House of SB RAS IMZ. 2000. 160.
4. Tsybin A.M. Some Questions of temperature fields associated with construction and operation of hydraulic structures, working in the areas of Far North and permafrost. St. Petersburg: VNIIG. Vedeneev, 1995. 344 .
5. Bense VF, Kooi H., Ferguson G. Read T. Permafrost degradation as a control on hydrogeological regime shifts in a warming climate // J. Geophys. Res. 2012. 117, F03036, doi: 10.1029 / 2011JF002143.
6. Velicogna I., Tong J., Zhang T. Kimball J.S. Increasing subsurface water storage in discontinuous permafrost areas of the Lena River basin, Eurasia, detected from GRACE //Geophys. Res. Let. 2012. 39, L09403, doi: 10.1029 / 2012GL051623.
7. Rawlins MA, Ye H., Yang D., Shiklomanov A., McDonald KC Divergence in seasonal hydrology across northern Eurasia: Emerging trends and water cycle linkages // J. Geophys.Res. 2009.114, D18119, doi: 10.1029 / 2009JD011747.
8. Nazarov L. A, Nazarova L.A., Panov O.A, Kalmetieva Z.A., Jamanbaev M.Dj., Assessment of the status and geomechanical properties of underground objects based on solving inverse problems for geodetic and seismological data Proceedings of KSTU. I.Razzakova, № 32, p.107-112. Bishkek 2014.

УДК 517.9

СИСТЕМА РЕШЕНИЯ РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ

$$x_{n+1} = \max\left\{\frac{1}{x_{n-4}}, \frac{y_{n-4}}{x_{n-4}}\right\}; y_{n+1} = \max\left\{\frac{1}{y_{n-4}}, \frac{x_{n-4}}{y_{n-4}}\right\}$$

Огул Б.М., отдел математики факультета естественных наук, Кыргызско-Турецкий университет «Манас»; младший научный сотрудник, Бишкек, Кыргызстан, burak_1745@hotmail.com

Шимшек Д., отдел прикладной математики и информатики, факультет естественных наук, Кыргызско-Турецкий университет «Манас», и.о. доцента, Бишкек, Кыргызстан, dagistan.simsek@manas.edu.kg

В данной работе,

$$x_{n+1} = \max\left\{\frac{1}{x_{n-4}}, \frac{y_{n-4}}{x_{n-4}}\right\}; y_{n+1} = \max\left\{\frac{1}{y_{n-4}}, \frac{x_{n-4}}{y_{n-4}}\right\} \quad (1)$$

начальные условия - положительный максимум и исследуется поведение решений разностных уравнений.

Ключевые слова: разностное уравнение, точка равновесия, полуоборот.

SYSTEM SOLUTİONS OF DİFFERENCE EQUATİONS

$$x_{n+1} = \max\left\{\frac{1}{x_{n-4}}, \frac{y_{n-4}}{x_{n-4}}\right\}; y_{n+1} = \max\left\{\frac{1}{y_{n-4}}, \frac{x_{n-4}}{y_{n-4}}\right\}$$

Ogul Burak, Mathematics Department, Assistant, Kyrgyzstan, 720044, c.Bishkek, KSTU named after I.Razzakov e-mail: burak_1745@hotmail.com

Shimshek Dagistan., Applied Mathematics and Informatics Department, Associate Professor, Kyrgyzstan, c.Bishkek, KTMU dagistan.simsek@manas.edu.kg

This work,

$$x_{n+1} = \max\left\{\frac{1}{x_{n-4}}, \frac{y_{n-4}}{x_{n-4}}\right\}; y_{n+1} = \max\left\{\frac{1}{y_{n-4}}, \frac{x_{n-4}}{y_{n-4}}\right\} \quad (1)$$

the initial conditions are chosen - a positive maximum and study the behavior of solutions of difference equations.

Keywords: Maxima of Difference Equation System, Behavior of Solutions

Введение

В последние годы в литературе проведен целый ряд исследований в новых областях разностных уравнений с максимумами ([1]- [11]).

Определение 1:

$$x_{n+1} = f(x_n,..., x_{n-k}) \quad n = 0,1,2, \ldots \qquad (2)$$

для разностных уравнений, когда $\bar{x} = f(\bar{x},..., \bar{x})$, то $\bar{x}$ является точкой равновесия.

Определение 2: Пусть $\bar{x}$ является положительной точкой равновесия уравнения (2). Одно из решений уравнения (2) $\{x_n\}$ является положительным полуоборотным решением ряда элементов $\{x_l, x_{l+1},..., x_m\}$, состоящих из серии точек, и все они равны или больше значения точки равновесия $\bar{x}$. Отсюда следует, что $l \geq 0$ и $m \leq \infty$, или $l = 0$, или $l > 0$ и $x_{l□} < \bar{x}$, или $m = \infty$ и $x_{m+1} < \bar{x}$

Определение 3: $\bar{x}$ отрицательная точка равновесия уравнения (2). $\{x_n\}$ является решением уравнения (2), отрицательное полувращение состоит из последовательности $\{x_l, x_{l+1},..., x_m\}$, и все эти термины меньше, чем точка равновесия $\bar{x}$.

Отсюда следует, что $l \geq 0$ и $m \leq \infty$, или $l = 0$, или $l > 0$ и $x_{l□} < \bar{x}$, или $m = \infty$ и $x_{m+1} < \bar{x}$.

Определение 4: Если $f_1 = 1, f_2 = 1, \mathrm{n} \geq 3$, тогда $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$. Полученное число называются числом Фибоначчи.

Теперь находим положительную точку равновесия уравнения (1).

$$\bar{x} = \max\left\{\frac{1}{\bar{x}}, \frac{\bar{y}}{\bar{x}}\right\}; \bar{y} = \max\left\{\frac{1}{\bar{y}}, \frac{\bar{x}}{\bar{y}}\right\}.$$ Отсюда получим

$\bar{x} = \frac{1}{\bar{x}}$ или $\bar{x} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$; $\bar{y} = \frac{1}{\bar{y}}$ или $\bar{y} = \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$. Найдем $(\bar{x})^2 = 1$ ve $(\bar{y})^2 = 1$. Также получим $\bar{x} = 1$ и $\bar{y} = 1$.

Лемма 1: $1 < x_{-4} < y_{-4}$, $1 < x_{-3} < y_{-3}$, $1 < x_{-2} < y_{-2}$, $1 < x_{-1} < y_{-1}$ и $1 < x_0 < y_0$

По начальным условиям для уравнения (1) верно следующее:

a) каждый положительный полуоборот состоит из пяти элементов.

b) каждый отрицательный полуоборот состоит из пяти элементов.

c) каждому положительному пятимерному полуобороту соответствует отрицательный пятимерный полуоборот.

d) каждому отрицательному пятимерному полуобороту соответствует положительный пятимерный полуоборот.

Доказательство :

a), b), c), и **d)**

$1 < x_{-4} < y_{-4}$, $1 < x_{-3} < y_{-3}$, $1 < x_{-2} < y_{-2}$, $1 < x_{-1} < y_{-1}$, $1 < x_0 < y_0$ по начальным условиям,

$$x_1 = \max\left\{\frac{1}{x_{-4}}, \frac{y_{-4}}{x_{-4}}\right\} = \frac{y_{-4}}{x_{-4}} > \bar{x}$$

$$y_1 = \max\left\{\frac{1}{y_{-4}}, \frac{x_{-4}}{y_{-4}}\right\} = \frac{x_{-4}}{y_{-4}} < \bar{y}$$

$$x_2 = \max\left\{\frac{1}{x_{-3}}, \frac{y_{-3}}{x_{-3}}\right\} = \frac{y_{-3}}{x_{-3}} > \bar{x}$$

$$y_2 = \max\left\{\frac{1}{y_{-3}}, \frac{x_{-3}}{y_{-3}}\right\} = \frac{x_{-3}}{y_{-3}} < \bar{y}$$

$$x_3 = \max\left\{\frac{1}{x_{-2}}, \frac{y_{-2}}{x_{-2}}\right\} = \frac{y_{-2}}{x_{-2}} > \bar{x}$$

$$y_3 = \max\left\{\frac{1}{y_{-2}}, \frac{x_{-2}}{y_{-2}}\right\} = \frac{x_{-2}}{y_{-2}} < \bar{y}$$

$$x_4 = \max\left\{\frac{1}{x_{-1}}, \frac{y_{-1}}{x_{-1}}\right\} = \frac{y_{-1}}{x_{-1}} > \bar{x}$$

$$y_4 = \max\left\{\frac{1}{y_{-1}}, \frac{x_{-1}}{y_{-1}}\right\} = \frac{x_{-1}}{y_{-1}} < \bar{y}$$

$$x_5 = \max\left\{\frac{1}{x_0}, \frac{y_0}{x_0}\right\} = \frac{y_0}{x_0} > \bar{x}$$

$$y_5 = \max\left\{\frac{1}{y_0}, \frac{x_0}{y_0}\right\} = \frac{x_0}{y_0} < \bar{y}$$

$$x_1 > \bar{x},\ x_2 > \bar{x},\ x_3 > \bar{x},\ x_4 > \bar{x},\ x_5 > \bar{x},\ x_6 < \bar{x},\ x_7 < \bar{x},\ x_8 < \bar{x},\ x_9 < \bar{x},\ x_{10} < \bar{x},\quad \ldots$$

отсюда видно, что решение x_n следует PPPPPNNNNNPPPPPNNNNN …

$$y_1 < \bar{y},\ y_2 < \bar{y},\ y_3 < \bar{y},\ y_4 < \bar{y},\ y_5 < \bar{y},\ y_6 > \bar{y},\ y_7 > \bar{y},\ y_8 > \bar{y},\ y_9 > \bar{y},\ y_{10} > \bar{y},$$

отсюда видно, что решение y_n следует NNNNNPPPPPNNNNNPPPPP …

Наблюдается, что каждая положительная половина состоит из пяти элементов. Наблюдается, что каждая отрицательная половина состоит из пяти элементов. Из решений видно, что положительный возврат каждой половине половины в пять длин отрицательной доходности следуют пять длин. Из решения видно, что отрицательной возврат каждой половине половины в пять длин положительной доходности следует пять длин.

Теорема 1: Пусть $(x_n; y_n)$ является решением уравнения (1) $1 < x_{-4} < y_{-4}$, $1 < x_{-3} < y_{-3}$, $1 < x_{-2} < y_{-2}$, $1 < x_{-1} < y_{-1}$ и $1 < x_0 < y_0$. Тогда для n = 0,1,2 ,… имеем

$$x_{10n+1} = \left(\frac{y_{-4}}{x_{-4}}\right)^{f(2n+2)};\ x_{10n+2} = \left(\frac{y_{-3}}{x_{-3}}\right)^{f(2n+2)};\ x_{10n+3} = \left(\frac{y_{-2}}{x_{-2}}\right)^{f(2n+2)};\ x_{10n+4} = \left(\frac{y_{-1}}{x_{-1}}\right)^{f(2n+2)};$$

$$x_{10n+5} = \left(\frac{y_0}{x_0}\right)^{f(2n+2)};\ x_{10n+6} = \left(\frac{x_{-4}}{y_{-4}}\right)^{f(2n+2)};\ x_{10n+7} = \left(\frac{x_{-3}}{y_{-3}}\right)^{f(2n+2)};\ x_{10n+8} = \left(\frac{x_{-2}}{y_{-2}}\right)^{f(2n+2)};$$

$$x_{10n+9} = \left(\frac{x_{-1}}{y_{-1}}\right)^{f(2n+2)};\ x_{10n+10} = \left(\frac{x_0}{y_0}\right)^{f(2n+2)}$$

$$y_{10n+1} = \left(\frac{x_{-4}}{y_{-4}}\right)^{f(2n+1)};\ y_{10n+2} = \left(\frac{x_{-3}}{y_{-3}}\right)^{f(2n+1)};\ y_{10n+3} = \left(\frac{x_{-2}}{y_{-2}}\right)^{f(2n+1)};\ y_{10n+4} = \left(\frac{x_{-1}}{y_{-1}}\right)^{f(2n+1)};$$

$$y_{10n+5} = \left(\frac{x_0}{y_0}\right)^{f(2n+1)};\ y_{10n+6} = \left(\frac{y_{-4}}{x_{-4}}\right)^{f(2n+3)};\ y_{10n+7} = \left(\frac{y_{-3}}{x_{-3}}\right)^{f(2n+3)};\ y_{10n+8} = \left(\frac{y_{-2}}{x_{-2}}\right)^{f(2n+3)};$$

$$y_{10n+9} = \left(\frac{y_{-1}}{x_{-1}}\right)^{f(2n+3)};\ y_{10n+10} = \left(\frac{y_0}{x_0}\right)^{f(2n+3)}$$

Доказательство: Эта теорема доказывается с помощью индуктивного умозаключения.

Теорема 2: Пусть $(x_n; y_n)$ является решением уравнения (1) $1 < x_{-4} < y_{-4}$, $1 < x_{-3} < y_{-3}$, $1 < x_{-2} < y_{-2}$, $1 < x_{-1} < y_{-1}$ и $1 < x_0 < y_0$. Тогда для n = 0,1,2 ,… имеем

a)

$$\lim_{n\to\infty} x_{10n+1} = \infty;\ \lim_{n\to\infty} x_{10n+2} = \infty;\ \lim_{n\to\infty} x_{10n+3} = \infty;\ \lim_{n\to\infty} x_{10n+4} = \infty;\ \lim_{n\to\infty} x_{10n+5} = \infty;$$

$$\lim_{n\to\infty} x_{10n+6} = 0;\ \lim_{n\to\infty} x_{10n+7} = 0;\ \lim_{n\to\infty} x_{10n+8} = 0;\ \lim_{n\to\infty} x_{10n+9} = 0;\ \lim_{n\to\infty} x_{10n+10} = 0$$

$$\lim_{n\to\infty} y_{10n+1} = 0;\ \lim_{n\to\infty} y_{10n+2} = 0;\ \lim_{n\to\infty} y_{10n+3} = 0;\ \lim_{n\to\infty} y_{10n+4} = 0;\ \lim_{n\to\infty} y_{10n+5} = 0;$$

$$\lim_{n\to\infty} y_{10n+6} = \infty;\ \lim_{n\to\infty} y_{10n+7} = \infty;\ \lim_{n\to\infty} y_{10n+8} = \infty;\ \lim_{n\to\infty} y_{10n+9} = \infty;\ \lim_{n\to\infty} y_{10n+10} = \infty$$

Доказательство: это доказательство видно из теоремы 1 данной статьи.

Выводы: Мы исследовали поведение решений разностных уравнений максимумов только для одного из начальных условий. Исследователи могут решить разностные уравнения в соответствии с другими начальными условиями.

Список литературы

1. Папачинопулус Г. О максимальном разностном уравнении/ Г. Папачинопулус, В. Хатцифилиппидис.- Журнал математического анализа и приложений, 2001.- С.258-268.

2. Мишев Д.П. Взаимно-разностное уравнение с максимумом / Д.П. Мишев, В.Т. Патула, 2002.- С.1021-1026.

3. Вулов Х. Д. О периодическом характере некоторых разностных уравнений/ Х.Д. Вулов.- Журнал разностных уравнений и приложений, 2002.-С. 799-810.

4. Вулов Х. Д. Периодические решения разностного уравнения с максимумом/ Х.Д. Вулов.- Труды Американского математического сообщества, 2002.- С. 2155-2160.

5. Фуэр Ж. Периодические решения максимального уравнения Линесса/ Ж.Фуэр.- Журнал математического анализа и приложений, 2003.-С. 147-160.

6. Патула В. О максимальном виде рекурсивной связи с периодическими коэффициентами/ В.Патула, Х.Д. Вулов.- Журнал разностных уравнений и приложений, 2004.- С. 329-338.

7. Цинар Ц. О положительных решениях взаимно-разностного уравнения с минимумом /Ц.Цинар, С. Стевик, И. Ялчинкая.- Журнал приложений и математических вычислений, 2005.- С.307-314.

8. Шимшек Д. О решении разностного уравнения $x_{n+1} = \max\left\{ 1/x_{n-1}, x_{n-1} \right\}$ / Д.Шимшек, Ц.Цинар, И. Ялчинкая.- Международный журнал математической науки, 2006. – С.481-487.

9. Ян И. О разностном уравнении с максимумом/ И.Ян, И. Лиао, Ц. Ли.- Прикладная математика и вычисления, 2006.- С. 1-5.

10. Шимшек Д. О решении систем уравнений x{n+1}=max{1/(x{n},y{n}/x{n}}; y{n+1}=max{1/y{n},x{n}/y{n}}/ Д. Шимшек, Б. Демир, А. Курбанли / Журнал педагогического факультета Ахмета Келешоглу,2009.- С. 91-104.

11. Шимшек Д. О решениях системы разностных уравнений x{n+1}=max{A/x{n},y{n}/x{n}}, y{n+1}=max{A/y{n},x{n}/y{n}}/ Д.Шимшек, Б.Демир, Ц. Цинар/ Дискретная динамика в природе и обществе, 2009.- 11 с.

References

1. Papaschinopoulos, G. and Hatzifilippidis, V., (2001). On a max difference equation, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 258, 258-268.

2. Mishev D. P. and Patula W. T.,(2002). A Reciprocal Difference Equation With Maximum, Comput. Math. Appl., 43, 1021-1026.

3. Voulov, H. D.,(2002). On the periodic character of some difference equations, Journal of Difference Equations and Applications, 8, 799-810.

4. Voulov, H. D.,(2002). Periodic solutions to a difference equation with maximum, Proceedings of the American Mathematical Society, 131, 2155-2160.

5. Feuer, J.,(2003). Periodic solutions of the Lyness max equation, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 288, 147-160.

6. Patula, W. T. and Voulov, H. D.,(2004). On a max type recursive relation with periodic coefficients, Journal of Difference Equations and Applications, 10, 3, 329-338.

7. Cinar C., Stevic S. and Yalcinkaya I. (2005). On The Positive Solutions Of A Reciprocal Difference Equation With Minumum, J. Appl. Math. Computing, 17, 307-314.

8. Simsek, D., Cinar, C. and Yalcinkaya, I.,(2006). On the solution of the difference equation $x_{n+1} = \max\left\{ 1/x_{n-1}, x_{n-1} \right\}$, Int. J. M. Sci. 1,10, 481-487.

9. Yan, X., Liao, X. and Li, C.,(2006). On a difference equation with maximum, Applied Mathematics and Computation, 181, 1-5.

10. Simsek, D., Demir B. and Kurbanlı A.S.,(2009). x{n+1}=max{1/(x{n},y{n}/x{n}}; y{n+1}=max{1/y{n},x{n}/y{n}} Denklem Sistemlerinin Çözümleri Üzerine, Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi, 28, 91-104.

11. Simsek D., Demir B. and Cinar C.,(2009). On the Solutions of the System of Difference Equations x{n+1}=max{A/x{n},y{n}/x{n}}, y{n+1}=max{A/y{n},x{n}/y{n}}, Discrete Dynamics in Nature and Society, Volume 2009, Article ID 325296, 11 pages