

Отсюда получаем искомый закон управления:

$$u_1 = \frac{\alpha_1^{-1} I_{1\Delta} \Delta_{1-\sum_{i=1}^n \lambda_i z_i}}{\sum_{i=1}^n c_i}, \quad (26)$$

где предполагается, что  $\sum_{i=1}^n c_i \neq 0$ .

**Выводы.** На основе предложенного критериального условия (14) разработана методика синтеза САУ программным движением одномерного объекта, описываемого передаточной функцией. Данная методика естественным образом обобщается на случай многомерных линейных систем.

#### Список литературы

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1976. – 392 с
2. Красовский Н.Н. Теория управления движением. – М.: Наука, 1968. – 473 с.
3. Тимофеев А.В. Построение адаптивных систем управления программным движением. – Л.: Энергия, 1980. – 88с.
4. Фрадков А.Л. Адаптивное управление в сложных системах. – М.: Наука, 1990.
5. Емельянов С.И., Уткин В.И., Таран В.А. и др. Теория систем с переменной структурой. – М.: Наука, 1970. – 592 с.
6. Построение систем программного движения /Под ред. А.С. Галилулина. – М.: Наука, 1971. – 352 с.
7. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: Линейные модели. – М.: Наука, 1987. – 307 с.
8. Porter B., Crossley T.R. Modal Control. – London: Taylor & Francis, 1972.
9. Оморов Т.Т., Кожекова Г.А. Синтез систем управления многомерными объектами по критериальным ограничениям // Известия НАН КР. – 2009.–№1–С.45–51.

#### References

1. L.S. Pontryagin, VG Boltvanskii, RV Gamkrelidze, EF Mishchenko Matematicheskaya teoriya optimal'nykh prosessov. [The mathematical theory of optimal processes.] - M.: Nauka, 1976.- 392 p.
2. N.N. Krasovskii. Teoriya upravleniya dvizheniyem. [Theory of motion control] M.: Nauka 1968. - 473 p.
3. A.V. Timofeev. Postroyeniye adaptivnykh sistem upravleniya programmnyy dvizheniyem. [Building adaptive systems management software movement.] - L.: Energy, 1980. - 88с.
4. A.L. Fradkov Adaptivnoye upravleniye v slozhnykh sistemakh. [Adaptive management in complex systems.] - M.: Nauka, 1990.
5. S.I. Emelyanov, V.I. Utkin, V.A. Taran and others. Teoriya sistem s peremennoy strukturoy [The theory of variable structure systems.] - M.: Nauka, 1970. - 592 p.
6. Postroyeniye sistem programmnoy dvizheniya [Construction of system software movement] / Ed. AS Galitulina. - M.: Nauka, 1971. - 352 p.
7. Krut'ko P.D. Obratnyye zadachi dinamiki upravlyayemykh sistem: Lineynyye modeli. [Inverse problems of the dynamics of controlled systems: Linear models.] - M.: Nauka, 1987, - 307 p.
8. Porter B., Crossley T.R. Modal Control. - London: Taylor & Francis, 1972.
9. Omorov T.T., Kozhekova G.A. Sintez sistem upravleniya mnogomernymi ob'yektami po kriterial'nyy ogranicheniyam. [Synthesis of control systems multidimensional objects by criteria restrictions] // Proceedings of National Academy of Sciences. - 2009.-№1.-p.45-51.

УДК 681.5

#### СИНТЕЗ УПРАВЛЯЮЩИХ ПОДСИСТЕМ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

**Курманалаева Роза Насбековна**, к.т.н., доцент, КГУСТА им. Н Исанова, Кыргызстан, 720020, ул.Малдыбаева, 36б, [nas.roza@mail.ru](mailto:nas.roza@mail.ru)

**Осмонова Рима Чынарбековна**, Национальная академия наук, Кыргызстан, 720071, г.Бишкек, пр. Чуй, 265а, [r.osmonova@mail.ru](mailto:r.osmonova@mail.ru)

**Оморов Туратбек Турсунбекович**, член-корреспондент Национальной академии наук, Кыргызстан, 720071, г.Бишкек, пр. Чуй, 265а, [omorovtt@mail.ru](mailto:omorovtt@mail.ru)

**Цель статьи** - решение задачи автоматического регулирования одного класса объектов, обладающих определенными особенностями. Предлагается алгоритм синтеза законов управления такими объектами, использующими широко - импульсную модуляцию управляющих сигналов.

**Ключевые слова:** объект управления, управляющая подсистема, широтно-импульсная модуляция, качество управления, синтез закона управления

### SYNTHESIS OF CONTROL SUBSYSTEMS FOR A ONE CLASS OF CONTROL OBJECTS

**Kurmanalaieva Roza Nasbekovna**, PhD (Engineering), Associate Professor, KSUCTA named after N. Isanova, 265a Chui str., c.Bishkek, 720071, Kyrgyzstan, e-mail: [nas.roza@mail.ru](mailto:nas.roza@mail.ru)

**Osmonova Rima Chynarbekovna**, National Academy of Science, 265a Chui str., c.Bishkek, 720071, Kyrgyzstan, e-mail: [r.osmonova@mail.ru](mailto:r.osmonova@mail.ru)

**Omorov Turatbek Tursunbekovich**, corresponding member, National Academy of Science, 265a Chui str., c.Bishkek, 720071, Kyrgyzstan, e-mail: [omorovtt@mail.ru](mailto:omorovtt@mail.ru)

The purpose of the article is tasks solution automatic regulator of a class objects with certain characteristics. Propose an algorithm synthesis of control laws such objects using pulse width modulation control signals.

**Keywords:** facility management, control subsystem, pulse width modulation, quality control, the synthesis of the control law

В практике автоматизации технических систем и технологических процессов можно выделить класс объектов управления, имеющих следующие особенности:

1. Технические особенности формирования управляющего сигнала  $u_1(t)$  на объект (рис.1). Они заключаются в том, что закон управления  $u_1(t)$  представляет собой последовательность прямоугольных импульсов с постоянной амплитудой  $u_1^*$  ( $u_1^* = const$ ). Целенаправленное управление выходом объекта  $y_1(t)$  достигается за счет варьирования длительностей управляющих импульсов в соответствии с критериальными условиями, т.е. процесс управления осуществляется на основе широтно-импульсной модуляции управляющего сигнала [5]:

$$u_1(t) = u_1^* \sum_{v=0}^{N-1} [1(t - t_v) - 1(t - t_v - \tau_v)], \quad (1)$$

$$t \in [t_0, t_k],$$

где  $1(t)$  - единичная ступенчатая функция;  $t_v$  - момент начала  $v$ -го импульса;  $\tau_v$  - длительность  $v$ -го импульса ( $t_v + \tau_v < t_{v+1}$ );  $t_0, t_k$  - моменты начала и окончания процесса управления;  $N$  - количество импульсов в интервале управления  $[t_0, t_k]$ .

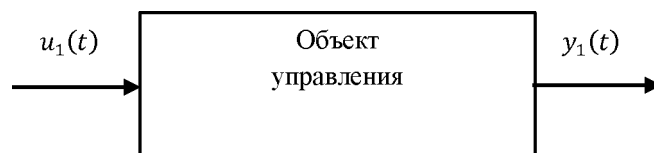


Рис.1. Обобщенная схема одномерного объекта

2. Динамические особенности объекта. Они состоят в том, что при отключении управляющего импульса выходная переменная объекта  $y_1(t)$  за счет накопленной энергии по инерции имеет тенденцию возрастания до максимума, а затем убывает до уровня, при котором качество управления становится недопустимым. Поэтому с целью поддержания управляемой переменной  $y_1(t)$  на заданном (желаемом) уровне  $y_1^*$  необходимо формировать следующий импульс управления, который должен отключаться при достижении выхода объекта  $y_1(t)$  заданной окрестности желаемого уровня  $y_1^*$ .

Примерами таких управляемых систем являются энергетические объекты, в которых протекают тепловые процессы, а также механические системы с моментами инерции движущихся масс.

Управление объектами с указанными выше особенностями целесообразно осуществлять так, чтобы в интервалах, когда  $y_1(t) \geq y_1^*(t)$ , необходимо отключение подачи управляющих воздействий  $u_1(t)$ , а при  $y_1(t) < y_1^*$  - возобновление их подачи.

Диаграммы, показанные на рис.2 (а, в), иллюстрируют один из возможных вариантов процесса управления с широтно-импульсной модуляцией управляющего воздействия  $u_1(t)$ .

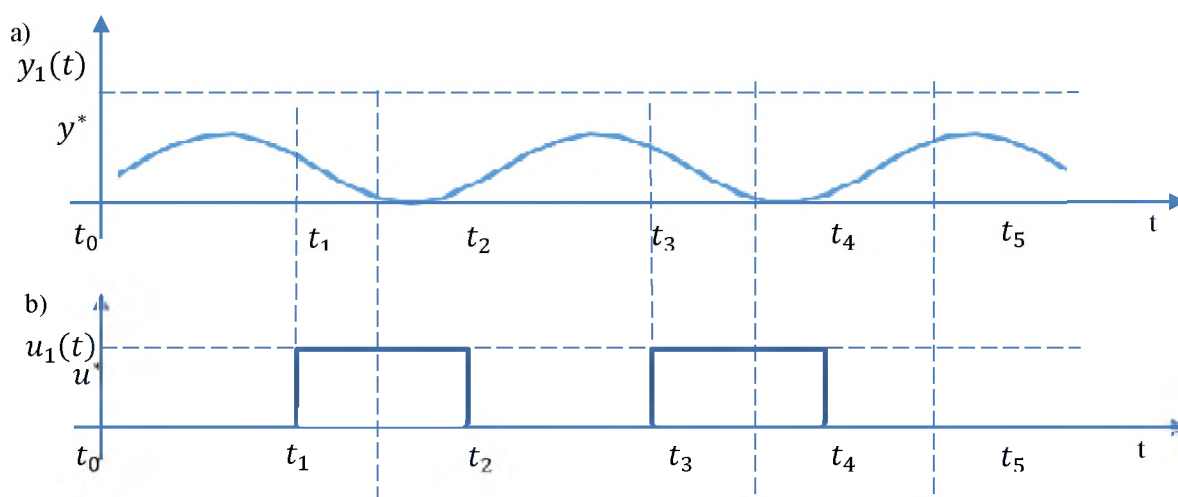


Рис.2. Иллюстрация процесса управления объектом с широтно-импульсной модуляцией  $u_1(t)$

Синтез управляющей подсистемы (регулятора) на основе традиционных методов расчета систем автоматического управления (САУ) [1-4] в таких случаях представляет определенные трудности.

Далее рассмотрим задачу синтеза регулятора САУ одномерным объектом, обладающим вышеперечисленными свойствами.

Предположим, что динамика объекта управления описывается векторным уравнением в отклонениях:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + bu_1(t) + \xi(t), \\ x^0 &= x(t_0), \quad t \in [t_0, t_k], \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$  -  $n$ -мерный вектор состояния;  $u_1(t)$  - скалярное управляющее воздействие;  $x^0$  - начальное состояние объекта;  $\xi(t)$  -  $n$ -мерный вектор возмущения; матрица  $A$  и вектор  $b$  считаются известными:

$$A = \{a_{ij}\}_{n \times n}, \quad b = [b_1, b_2, \dots, b_n]^T.$$

Управляемая переменная  $y_1(t)$  связана с вектором состояния  $x(t)$  следующим соотношением:

$$y_1(t) = cx(t), \quad (3)$$

где  $c = [c_1, c_2, \dots, c_n]$  - заданный  $n$ -мерный вектор.

Формирование закона управления  $u_1(t)$  будет осуществляться регулятором (управляющей подсистемой) на основе обратной связи (рис.3):

$$u_1(t) = F_1[e_1(t)], \quad (4)$$

где ошибка управления

$$e_1(t) = y_1^* - y_1(t). \quad (5)$$

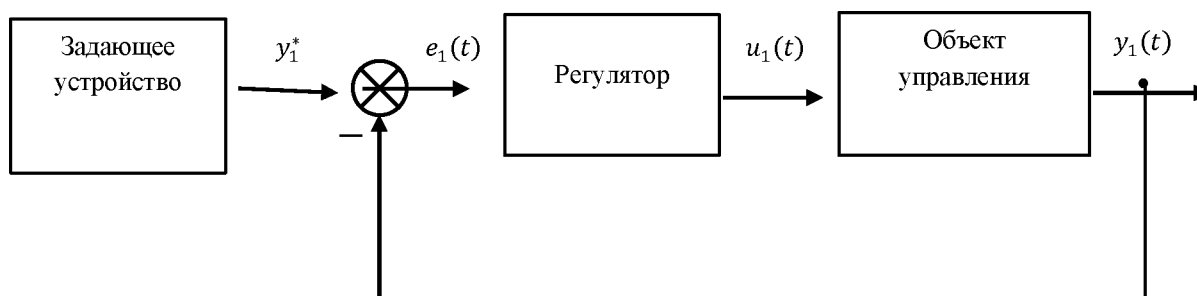


Рис.3. Общая структура системы управления

Качество управления (стабилизации) определяется максимальной ошибкой управления:

$$e_1^{max} = \max_t |e_1(t)|, \quad t \in [t_0, t_k]. \quad (6)$$

Далее предполагается, что объект управления (2) обладает свойством управляемости и наблюдаемости, а компоненты векторов состояния  $x(t)$  и возмущения  $\xi(t)$  доступны для измерения. Будем считать, что задана следующая исходная информация для динамического проектирования системы автоматического управления (САУ):

1. Цель управления в виде задающего воздействия  $y_1^*$  ( $y_1^* = const$ ).
2. Модель объекта управления в переменных состояния (2).
3. Функциональная связь между выходом объекта  $y_1(t)$  и вектором состояния  $x(t)$ , определяемая формулой (3).
4. Требования к точности управления (стабилизации):

$$e_1^{max} \leq \Delta_1^{max}, \tag{7}$$

где  $\Delta_1^{max}$  – максимально допустимое значение ошибки управления  $e_1(t)$ .

Задача синтеза управляющей подсистемы формулируется следующим образом. На основе данных, перечисленных в п. 1-4, необходимо определить структуру и параметры закона управления  $u_1(t)$ , обеспечивающего выполнение критериального условия (7).

Необходимо отметить, что отмеченные выше особенности рассматриваемого класса объектов в ряде случаев дают возможность упростить решение сформулированной задачи синтеза регулятора. Найдем условия, при выполнении которых такое упрощение возможно.

**Упрощенный синтез закона управления.** Анализ переходного процесса по управляемой переменной  $y_1(t)$  с учетом указанного выше свойства объекта показывает, что в интервалах, когда  $e_1(t) < 0$ , необходимость подачи на объект управляющего импульса отсутствует, а в интервалах, когда  $e_1(t) \geq 0$  – такая необходимость имеется (рис.2).

В целях формирования критерия управления введем следующую оценочную (штрафную) функцию.

$$S_1(t) = e_1(t) + |e_1(t)| = e_1(t)\{1 + sign [e_1(t)]\}, \tag{8}$$

где сигнум-функция

$$sign [e_1(t)] = \begin{cases} 1, & \text{если } e_1(t) > 0, \\ 0, & \text{если } e_1(t) = 0, \\ -1, & \text{если } e_1(t) < 0. \end{cases}$$

Анализ свойств штрафной функции  $S_1(t)$ , определяемой соотношением (8), показывает, что она для всех  $t \in [t_0, t_1]$  является неотрицательной, т.е.

$$S_1(t) = \begin{cases} 2e_1(t), & \text{если } e_1(t) > 0, \\ 0, & \text{если } e_1(t) = 0, \\ 0, & \text{если } e_1(t) < 0. \end{cases}$$

Указанное свойство позволяет аналитически сконструировать закон управления  $u_1(t)$  в явной форме:

$$u_1(t) = u_1^* sign [S_1(t)]. \tag{9}$$

На рис.4 (a, b, c) иллюстрируется процесс формирования закона управления  $u_1(t)$ . В рассматриваемом случае моменты включения и отключения управляющих импульсов определяются моментами изменения знаков ошибки управления  $e_1(t)$ , что соответствует моментам времени  $t_i (i=1, 2, 3, \dots)$ .

Теперь в целях проверки условия требуемого качества управления (7) проведем компьютерное моделирование замкнутой САУ с законом управления (9) и построим соответствующий переходный процесс по ошибке управления  $e_1(t)$ . В результате будет найден  $e_1^{max}$  – максимум модуля ошибки, определяемый соотношением (6).

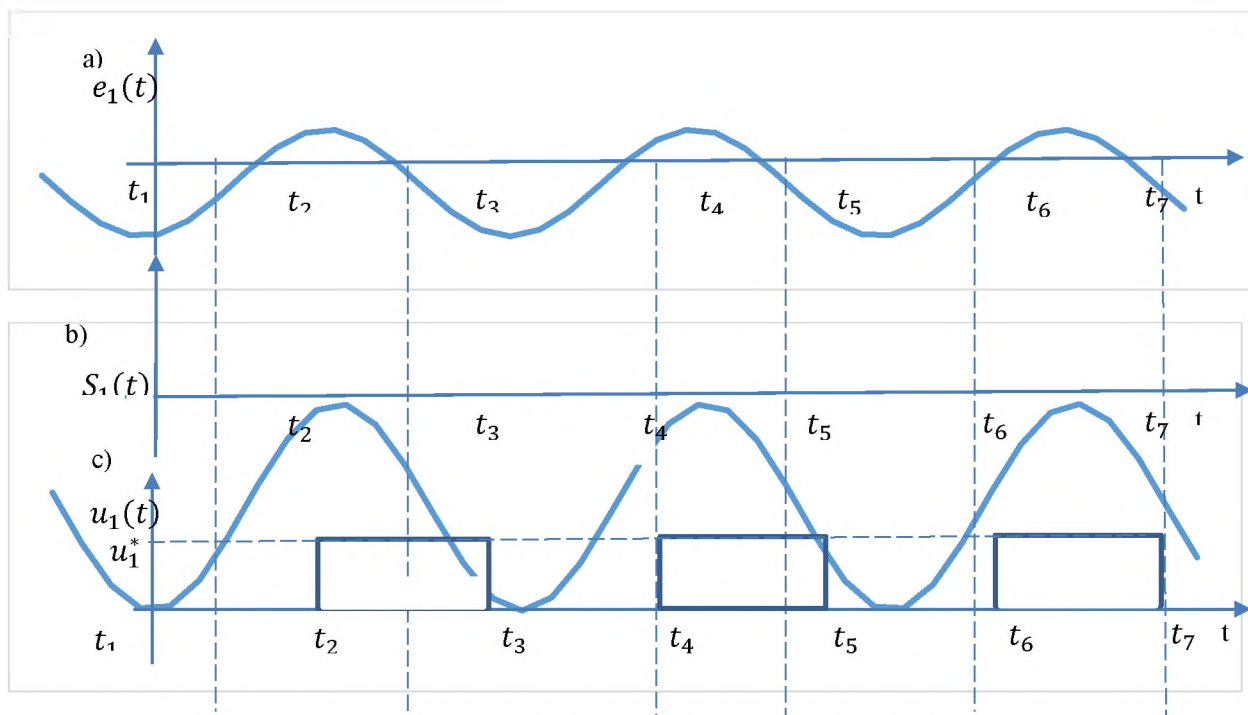


Рис.4. Процесс формирования закона управления  $u_1(t)$

При этом возможны следующие случаи:

$$\begin{aligned} 1) \quad e_1^{max} &\leq \Delta_1^{max}, & t \in [t_0, t_k]; & (10) \\ 2) \quad e_1^{max} &> \Delta_1^{max}, & t \in [t_0, t_k]. & (11) \end{aligned}$$

В первом случае закон управления (9) обеспечивает заданное качество управления. Структура соответствующего регулятора приведена на рис.5.

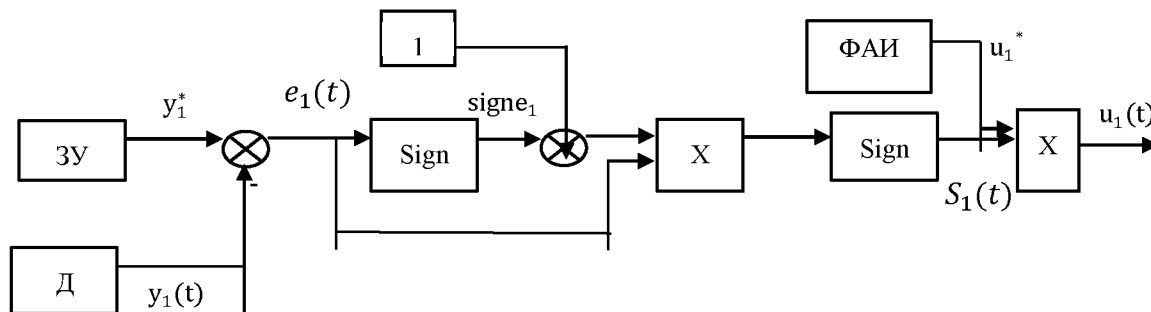


Рис.5. Структура синтезированного регулятора

Здесь ЗУ – задающее устройство; ФАИ – формирователь амплитуды импульсов, Д – датчик выхода объекта.

Во втором случае достижение критериального соотношения (7) возможно на основе прогнозирования переходных процессов по ошибке управления  $e_1(t)$ . Рассмотрим этот случай.

**Синтез упреждающего закона управления.** Пусть выполняется условие (11). В этом случае рассмотрим возможность обеспечения заданного качества управления за счет формирования на объекте упреждающего управляющего воздействия  $u_1(t) = \hat{u}_1(t)$ . Основная идея, используемая для синтеза  $\hat{u}_1(t)$ , состоит в следующем.

Вводится новая, так называемая прогнозная ошибка управления:

$$\hat{e}_1(t + \tau) = y_1^* - y_1(t + \tau), \quad t \in [t_0, t_k], \quad (12)$$

где  $\tau$  – малое положительное число, определяющее время упреждения управляющего импульса.

Структура искомого закона управления  $\hat{u}_1(t)$  определяется соотношением (9):

$$\hat{u}_1(t) = u^* \text{sign} [\hat{S}_1(t + \tau)], \quad (13)$$

где прогнозная штрафная функция  $\hat{S}_1(t + \tau)$  определяется, как и ранее, по следующей формуле:

$$S_1(t + \tau) = \hat{e}_1(t + \tau) + |\hat{e}_1(t + \tau)| = \hat{e}_1(t + \tau) \{1 + \text{sign} \hat{e}_1(t + \tau)\}. \quad (14)$$

При этом для нахождения прогнозной ошибки управления  $\hat{e}_1(t + \tau)$  в первом приближении используются уравнения динамики объекта (2) и формула Тейлора [5]:

$$\hat{e}_1(t + \tau) \approx e_1(t) + \dot{e}_1(t)\tau, \quad t \in [t_0, t_k]. \quad (15)$$

где с учетом (2) и (3) производная

$$\dot{e}_1(t) = -c[Ax(t) + \xi(t)]. \quad (16)$$

Оптимальное значение времени упреждения  $\tau$  можно найти путем компьютерного моделирования системы управления с алгоритмом управления (13) или на основе решения задачи минимизации максимальной величины  $|e_1(t)|$  по времени из условия выполнения следующего соотношения:

$$\min_{\tau} \left\{ \max_t |e_1(t)| \right\} \leq \Delta_1^{max}. \quad (17)$$

Следует отметить, что техническая реализация регулятора с законом управления (13) представляет определенные сложности, что связано с необходимостью выполнения вычислительной процедуры для оценки производной ошибки управления  $\dot{e}_1(t)$ .

В то же время исследование показали, что существует более простой вариант решения рассматриваемой задачи синтеза. Основная идея состоит в следующем. В качестве основы принимается структура регулятора с алгоритмом управления (9), которая приведена на рис.5. В целях достижения эффекта прогнозирования выхода САУ, в структуру управляющей подсистемы дополнительно вводится элемент задержки (ЭЗ) сигнала ошибки управления  $e_1(t)$ , что дает возможность формировать упреждающий управляющий сигнал  $u_1(t) = \tilde{u}_1(t)$  на объект. При этом предварительно вычисляется следующая разность:

$$\varepsilon_1(t) = e_1(t) - e_1(t - \Delta t), \quad (18)$$

где  $\Delta t$  – малое положительное число, определяющее время задержки.

Сигнал  $\varepsilon_1(t)$  идентифицирует направления движения ошибки управления  $e_1(t)$ , поскольку при  $\varepsilon_1(t) > 0$  она возрастает, а при  $\varepsilon_1(t) < 0$  - убывает. Далее вводится модифицированная (смещенная) ошибка управления:

$$\tilde{e}_1(t) = e_1(t) + \Delta e_1(t). \quad (19)$$

Переменная  $\Delta e_1(t)$  определяется на основе сигнала  $\varepsilon_1(t)$  по формуле:

$$\Delta e_1(t) = h_1^+ \text{sign}[\varepsilon_1(t)], \quad (20)$$

где  $h_1^+$  - малое положительное число ( $h_1^+ \ll \Delta_1^{max}$ ).

Теперь для синтеза регулятора будем использовать предложенную ранее методику, исходной информацией для которой в данном случае является смещенная ошибка управления  $\tilde{e}_1(t)$ . При этом соответствующая штрафная функция имеет вид

$$\tilde{S}_1(t) = \tilde{e}_1(t) + |\tilde{e}_1(t)| = \tilde{e}_1(t)\{1 + \text{sign}[\tilde{e}_1(t)]\}. \quad (21)$$

В результате искомым закон управления

$$\tilde{u}_1(t) = u_1^+ \text{sign}[\tilde{S}_1(t)]. \quad (22)$$

Параметр  $h_1^+$  можно определить путем компьютерного моделирования замкнутой САУ.

Структура синтезированного регулятора, имеющего закон управления (22), показана на рис.6

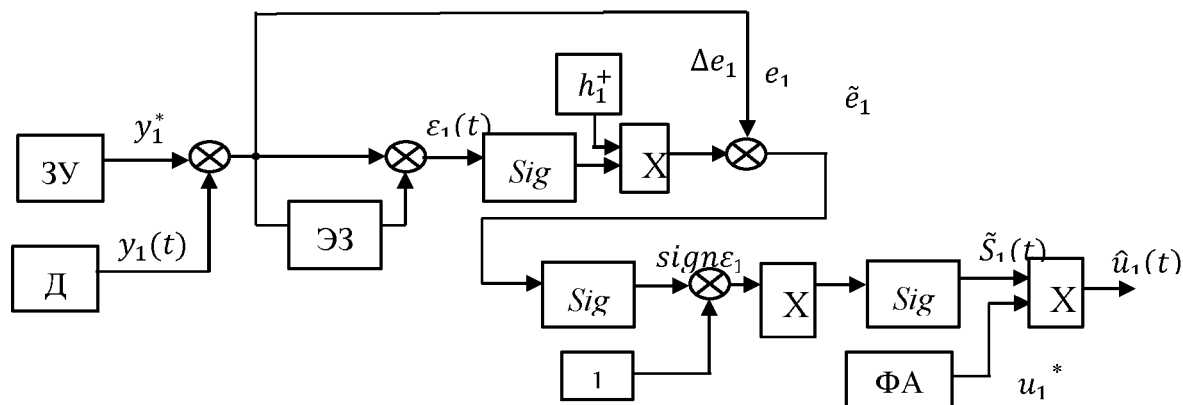


Рис.6. Структура регулятора с упреждающим законом управления

**Выводы:** Для определенного класса одномерных объектов управления сформулирован принцип построения управляющей подсистемы с учетом их особенностей. На основе этого принципа синтезированы различные варианты структур и параметров регулятора, обеспечивающего заданные показатели качества процессов управления.

#### Список литературы

1. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования /Под ред. Солодовникова В.В. – М.: Машиностроение, 1967, 1968. – Кн.1,2,3.
2. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления.– М.: Профессия, 2004. –747 с.
3. Porter, В. Modal Control / В. Porter, Т. R. Crossley. – London: Taylor & Francis, 1972. - 270 p.
4. Оморов Т.Т., Курманалиева Т.Т. Многокритериальный синтез систем управления по показателям качества и сложности.– Бишкек: Илим, 2007. – 136с.
5. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Том 1. – М.: Наука, 1974. - 480с.

#### References

1. Tekhnicheskaya kibernetika [Technical Cybernetics]. Teoriya avtomaticheskogo regulirovaniya [The theory of automatic control] /Ed. Solodovnikova V.V. – М.: Mashinostroyeniye [Mechanical Engineering], 1967, 1968. – Kn.1,2,3.
2. Besekerskiy V.A., Popov E.P. Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya [The theory of automatic control systems] – М.: Professiya, 2004. –747 s.
3. Porter, В. Modal Control / В. Porter, Т. R. Crossley. – London: Taylor & Francis, 1972.- 270 p.
4. Omorov T.T., Kurmanaliyeva T.T. Mnogokriterial'nyy sintez sistem upravleniya po pokazatelyam kachestva i slozhnosti [Multicriteria synthesis of control systems in terms of quality and complexity], - Bishkek: Ilim, 2007. – 136 s.
5. Smirnov V.I. Kurs vysshey matematiki [Course of Higher Mathematics] Том 1. – М.: Nauka, 1974. - 480s.