

Исходя из задач (1), (18), для остаточного члена $R_n(x, t, \varepsilon) = u(x, t, \varepsilon) - u_{\varepsilon, n}\left(x, t, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right)$, получим задачу

$$L_\varepsilon R_n(x, t, \varepsilon) = -\varepsilon^{n+1} g_n\left(x, t, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right), R_n(x, t, \varepsilon)|_{t=0} = R_n(x, t, \varepsilon)|_{x=0} = 0.$$

В наших предположениях функция $g_n\left(x, t, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right)$ равномерно ограничена по ε и непрерывна по x, t в изучаемой области для любого $n=0, 1, 2, \dots$. Справедлива следующая теорема об оценке остаточного члена.

Теорема. Пусть выполнены условия 1)-3). Тогда для достаточно малых $\varepsilon > 0$ имеет место следующая оценка:

$$|R_n(x, t, \varepsilon)| < c \varepsilon^{n+1}, \quad \forall n = 0, 1, 2, \dots$$

Список литературы

1. Ломов С.А. Введение в общую теорию сингулярных возмущений. – Москва: Наука, 1981- 400 с.
2. Омуралиев А.С. Регуляризация сингулярно возмущенных параболических задач. – Бишкек, 2005 – 151 с.
3. Омуралиев А.С. Регуляризация двумерной сингулярно возмущенной параболической задачи//Журн.вычисл. математ. и математ.физики. - 2006, т.46, N 8. С.1423-1432.

References

1. Lomov S. A. Vvedenie v obshuyu teoriyu singulyarnih vozmusheniy. -Moskva. : Nauka, 1981-400 s.
2. Omuraliyev A. S. Regulyarizatsiya singulyarno vozmushennih parabolicheskikh zadach. – Bishkek, 2005 – 151 s.
3. Omuraliyev A. S. Regulyarizatsiya dvumernoi singulyarno vozmushennoi parabolicheskoi zadachi//Jurn.vichisl.matem. I matemat.fiziki. -2006, t.46, N 8. S.1423-1432.

УДК 532.517.4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ОТКРЫТЫХ РАЗВЕТВЛЁННЫХ КАНАЛАХ

Жайнаков Аманбек Жайнакович, д.ф.-м.н, профессор, институт горного дела и горных технологий им. У.И.Асаналиева Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова, Кыргызстан, 714000, г. Бишкек, пр. Чуй - 216, e-mail: jainakov-41@mail.ru

Калеева Анара Колбаевна, старший преподаватель, Кызыл-Кийский гуманитарно-педагогический институт Баткенского государственного университета, Кыргызстан, 715200, г. Кызыл-Кия, ул. Дехканская - 1, e-mail: kaleeva79@mail.ru

Курбаналиев Абдикерим Ырысбаевич, д.ф.-м.н, профессор, Кызыл-Кийский гуманитарно-педагогический институт Баткенского государственного университета, Кыргызстан, 715200, г. Кызыл-Кия, ул. Дехканская - 1, e-mail: kurbanaliev@rambler.ru

Турганбаева Акпар Балтабаевна, преподаватель, Ошский государственный педагогический институт, Кыргызстан, г. Ош, ул. Н. Исанова – 73, e-mail: turganbaeva@mail.ru

Течение вязкой жидкости в различных разветвленных сетях открытых каналов часто встречается во многих гидротехнических сооружениях. При этом динамика потока в области перехода от одного канала в другой является слишком сложной. По сравнению с экспериментом трехмерное численное моделирование может быть полезно для получения более полного представления о динамике потока, что весьма существенно при составлении различных гидротехнических проектов. В данной работе представлены результаты численного моделирования турбулентных течений в открытом разветвленном канале. Для моделирования использовался открытый пакет OpenFOAM. Сравнение результатов расчета с соответствующими экспериментальными данными свидетельствует об адекватности использованной математической модели.

Ключевые слова: Разветвленный открытый канал, трехмерное моделирование, турбулентность, метод конечных объемов, OpenFOAM.

MODELING OF TURBULENT FLOWS IN OPEN CHANNEL JUCTIONS

Jainakov A. J., d.f.-m.n., professor, institute of mining and mining technology named after U. Asanaliev under KSTU named after I. Razzakov, Kyrgyzstan, Bishkek, Chu prospect-216, e-mail: jainakov-41@mail.ru

Kaleeva A. K., senior teacher, Kyzyl-Kiya humanitarian pedagogic institute under Batken State University, Kyrgyzstan, 715200, Kyzyl-Kiya town, Dehkanskaya-1, e-mail: kaleeva79@mail.ru

Kurbanaliev A. Y., Dr., professor, Kyzyl-Kiya humanitarian pedagogic institute under Batken state university, Kyrgyzstan, 715200, Kyzyl-Kiya town, Dehkanskaya-1, e-mail: kurbanaliev@rambler.ru

Turganbaeva Akpar Baltabaevna, teacher, Osh state pedagogic institute, Kyrgyzstan, Osh town, N. Isanov - 73, e-mail: turganbaeva@mail.ru

Viscous fluid flow in open-channel confluence is a common occurrence in many hydraulic structures. The dynamics of the flow in the junction of from one channel to another is too complicated. In comparison with experiment, three-dimensional numerical simulation can be useful for better understanding of the dynamics of the flow, which is very important in the preparation of various hydro technical projects. This paper presents the results of numerical simulation of turbulent flows in open channel junction. Open source package OpenFOAM was used for modeling. The comparison of the numerical results with the corresponding experimental data indicates the adequacy of the used mathematical model.

Keywords: Open channel junction, three dimensional modeling, turbulence, finite volume method, OpenFOAM.

Введение. Течение жидкостей в открытых каналах часто встречается в природе и технике. Типичными примерами таких течений являются течения в городских очистных сооружениях, оросительных и дренажных каналах и системах естественных речных каналов. Особый интерес к таким течениям связан с практическим интересом к ряду важных явлений, вызванных различными гидравлическими условиями: объединение разьединение потоков, изменения уровня каналов из-за местных осадков, подмыва и эрозии боковых стенок каналов.

Некоторые из отличительных характеристик такого класса течений показаны на рис. 1.



Рис. 1. Течение в канале с разветвлением 90° .

Здесь можно заметить зону отрыва, расположенную непосредственно за вторичным каналом, зону торможения перед вторичным каналом, размер которой зависит от расходов первичного и вторичного потоков, а также образование сдвигового слоя из-за взаимодействия двух потоков, имеющих разные расходы. Исследование гидродинамических характеристик таких течений, в силу ряда особенностей, является актуальным.

При решении ряда инженерных практических задач, таких как регулирование пропускной способности каналов зависимости от выбора их геометрических параметров и характера крепления, прогнозирование русловых процессов в реках с учетом многообразия факторов, влияющих на эти процессы, возникает необходимость проведения расчетов гидродинамических характеристик потока в поперечном сечении русел рек и каналов. Поставленная задача является достаточно сложной даже для установившегося режима движения в призматических руслах. Наименее изучены следующие вопросы: выбор модели турбулентного движения, позволяющей получить поля осредненных скоростей, касательных напряжений, а также характеристик пульсационного движения в поперечных сечениях различной формы; влияние формы сечений на вышеперечисленные величины, пропускную способность, коэффициенты сопротивлений; моделирование граничных условий с учетом шероховатости.

Цель работы заключается в проверке возможности открытого пакета OpenFOAM[1] для моделирования вязкого течения несжимаемой жидкости в открытых каналах.

Краткое сведение о использованном пакете OpenFOAM.

OpenFOAM - это перспективное и динамично развивающееся открытое программное обеспечение для моделирования задач механики сплошных сред. OpenFOAM обладает большой функциональностью и соответствует всем основным требованиям, предъявляемым к современному программному обеспечению для расчета широкого класса задач вычислительной гидродинамики.

В пакете есть готовые решатели для различных физических задач механики сплошных сред. Дифференциальные уравнения в частных производных записываются в форме тех или иных математических операторов и решаются методом конечных объемов на произвольной расчетной сетке с многогранными ячейками. Это позволяет вносить изменения в решатель, например, добавлять новые слагаемые в уравнения, что значительно расширяет возможности пакета OpenFOAM.

Платформа OpenFOAM работает с программным интерфейсом MPI, что позволяет разбивать расчетную область на части и проводить вычисления параллельно, используя одновременно до 2000 ядер. При этом можно

использовать как структурированные, так и неструктурированные сетки. Все используемые в OpenFOAM величины имеют размерные единицы системы СИ. Как обычно, численное решение задачи состоит из трех этапов, включающих создание расчетной сетки, сам численный расчет и визуализацию полученных данных. В OpenFOAM входят утилиты для создания сетки, кроме них можно использовать и другие программы. Для визуализации результатов используется приложение ParaView [3], которое устанавливается вместе с OpenFOAM. Можно выполнять процедуру визуализации с помощью других программ. Для этого необходимо конвертировать соответствующие файлы в нужный формат с помощью утилит OpenFOAM.

Математическая модель. Рассматриваемый класс течений описывается усредненными по Рейнольдсу трехмерными уравнениями Навье-Стокса, которые при отсутствии массовых сил имеют следующий вид [2, с. 293]:

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_i) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j + \rho \overline{u'_i u'_j}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_i} + \rho g_i \tag{2}$$

где u_i – компоненты средней скорости, ρ – плотность, \bar{p} – среднее давление, $\bar{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$

– тензор вязких напряжений, связанный с молекулярной вязкостью μ , $\rho \overline{u'_i u'_j}$ – напряжения Рейнольдса, требующие моделирования. Усреднение производится по времени, а штрих относится к флуктуационной части.

Замыкание систем уравнений (1-2) основано на $k - \varepsilon$ – модели турбулентности, согласно которой кинетическая энергия турбулентности k и скорость ее диссипации ε определяются из следующих транспортных уравнений [2, стр. 295-296]:

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} + P_k - \rho \varepsilon \quad \frac{\partial(\rho \bar{u}_i \varepsilon)}{\partial x_i} = C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}$$

где $P_k = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ – скорость генерации энергии турбулентности средним течением, а

коэффициенты модели имеют следующие стандартные значения: $C_{\mu} = 0.09; C_{\varepsilon 1} = 1.44; C_{\varepsilon 2} = 1.92; \sigma_k = 1.0; \sigma_\varepsilon = 1.3$.

При этом в стандартной $k - \varepsilon$ – модели турбулентности напряжения Рейнольдса вычисляются как произведение изотропной вихревой вязкости на локальную скорость тензора вязких напряжений. Вихревая вязкость определяется как произведение локальной длины турбулентности и масштаба скорости турбулентности \sqrt{k} . Здесь k – кинетическая энергия турбулентности на единицу объема и длины турбулентности определяется из скорости диссипации кинетической энергии турбулентности ε на единицу объема.

Методы дискретизации и методы решения СЛАУ. Дискретизация расчетной области в OpenFOAM осуществлялась при помощи утилиты blockMesh, которая создает конечное число контрольных объемов гексаэдральной формы, а дискретная форма получается методом контрольных объемов [2, стр.71]. Использование разностной схемы против потока для конвективных и Gauss linear схемы для диффузионных членов дает приемлемую точность численных расчетов. Численное решение связанных через давление стационарных уравнений основывалось на методе SIMPLE [2, стр.176].

Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) использовались итерационные решатели PCG и PBiCG – методы сопряженных и бисопряженных градиентов с предобуславливанием [2, стр.110]. Процедуры, основанные на упрощенной схеме неполной факторизации Холецкого DIC и на упрощенной неполной LU факторизации DILU, были использованы в качестве предобусловителя.

Более детальную информацию о граничных и начальных условиях, методах дискретизации и решения систем алгебраических уравнений можно найти в [1].

Постановка задачи. Геометрия рассматриваемой задачи без сохранения пропорции приведена на рис. 2 и соответствует условиям экспериментальной работы [3]. Линейные размеры приведены в системе СИ.

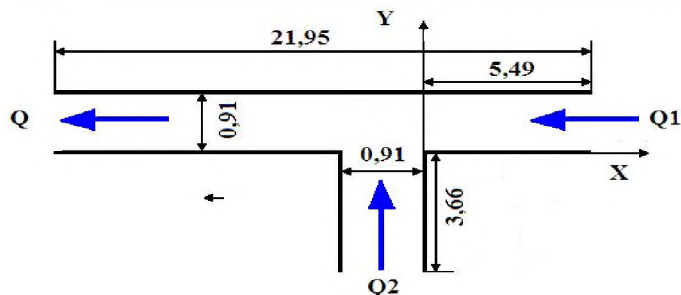


Рис. 2. Геометрия задачи

Суммарный расход Q во всех расчетах был постоянным и равнялся величине $0,17\text{ м}^3/\text{с}$. Координаты представлены в единицах ширины канала $w=0,91\text{ м}$. Глубина водного потока на выходе из трубы была постоянной и равной $h=0,296\text{ м}$. Скорость потока на выходе равнялась величине $U_0=0,628\text{ м/с}$, что соответствует числу Рейнольдса $Re = 186000$. Расчеты были проведены для двух значений отношения $q=0,75$ и $q=0,25$ расходов главного канала $Q1$ к суммарному расходу Q .

Результаты численных расчетов и обсуждение. Определение уровня турбулентного водного потока имеет существенное практическое значение при проектировании различных гидротехнических сооружений. На рис. 3 представлено сравнение численных данных по продольной скорости u (сплошная линия) с соответствующими экспериментальными данными (точки) для различных сечений вниз по потоку. Здесь координаты представлены в единицах ширины канала, а скорость нормирована на величину U_0 . Характер изменения численных результатов вполне соответствуют экспериментальным данным, и совпадение между ними можно признать удовлетворительным.

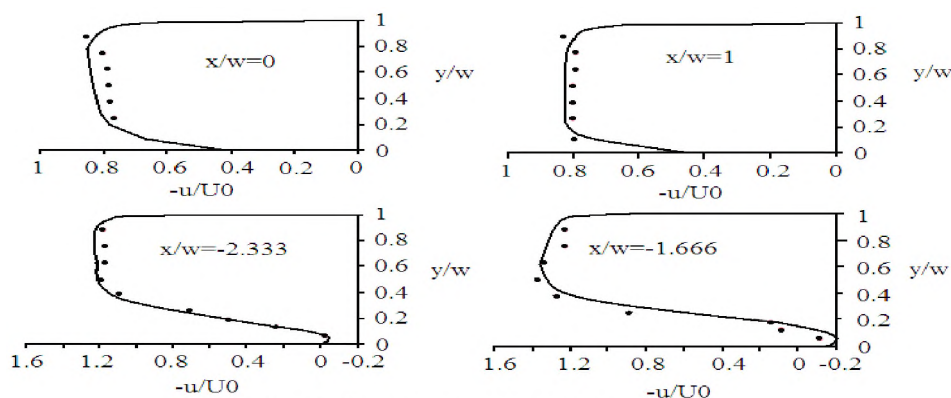


Рис. 3. Профили продольной скорости.

Проведенные методические расчеты при разных значениях отношения расходов q показывают, что структура течения и размер зоны рециркуляции зависят от этой величины. Увеличение q приводит к тому, что течение за стыком быстрее достигает равномерного условия.

Выводы. В данной работе представлены результаты численного моделирования турбулентных течений в открытом разветвленном канале с углом 90° . Для моделирования использовался открытый пакет OpenFOAM. Сравнение результатов расчета с соответствующими экспериментальными данными свидетельствует об адекватности использованной математической модели.

Список литературы

1. OpenFOAM 2.3 user' guide. – Available at: <http://cfd.direct/openfoam/user-guide/>. (Accessed April 14 2015).
2. Ferziger J.H., Peric M. Computational Methods for Fluid Dynamics. New York. Springer Verlag, 2002. 423 p.
3. Shumate, E.D. Experimental Description of Flow at an Open Channel Junction. Master Thesis, University of Iowa, Iowa, USA. 1998.

References

1. www.openfoam.org/docs/. OpenFOAM 2.3 user 'guide.
2. Ferziger J.H., Peric M. Computational Methods for Fluid Dynamics. New York. Springer Verlag, 2002. 423 p.
3. Shumate, E.D. Experimental Description of Flow at an Open Channel Junction. Master Thesis, University of Iowa, Iowa, USA.