

НАПРЯЖЕННОЕ И ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ВБЛИЗИ УСТУПОВ СКЛОНА ГОР

STRESS AND STRAIN STATE NEAR RELENTED IN MOUNTAIN SLOPE

Макала тоонун каптал бетинде ар түрдүү бийиктиктердеги жайгашкан текчелердин чыңалуу жана деформациянын үч варианттагы таралуусуна арналган. Тоолордун тоо капталындагы горизонтал участкактордун секилери бириккен жерлерде чогулган чыңалуу зоналары аныкталган.

Ачык сөздөр: чыңалуу талаалары, деформация, секи аймактары, математикалык моделдөө, гравитациялык күч, чыңалууну жана деформацияны бөлүштүрүү.

Статья посвящена распределению напряжений и деформаций для трех вариантов нагружения склона горы с уступами, расположенные на различной высоте склона. Определены зоны концентрации напряжений, на горизонтальных участках уступа сопряженные со склоном горы.

Ключевые слова: поля напряжений; деформация; зоны уступов; математическое моделирование; гравитационная сила, распределение напряжений и деформаций.

The article is devoted to the distribution of stresses and strains for the three load cases slope of the mountain with terraces placed at different heights slope. Found stress concentration zones, in horizontal ledge associated with the slope of the mountain.

Keywords: fields of tensions; deformation; zones of ledges; mathematical design; gravitational force, distribution of tensions and deformations.

Для моделирования склона горы использованная в работах [1, 2] отображающая функция типа $Z = \omega(\zeta) = \alpha\zeta + \omega_0(\zeta)$ конкретизирована в виде:

$$\omega(\zeta) = \frac{\alpha_1}{\zeta - i} + \frac{b_1}{\zeta + b_0 - i} + \frac{d_1}{\zeta + d_0 - i} \quad (1)$$

где параметры отображающей функции и постоянные приняты: $\alpha = 0,2$; $a_1 = 0,3 + 0,1i$;

$$d_1 = 1,2; \quad b_0 = -2,2; \quad d_0 = -4,4; \quad Z = x + iy, \quad \zeta = \xi + i\eta.$$

Математическое моделирование и исследование факторов распределения напряжений и деформаций в горных массивах имеет интерес для сельского хозяйства, для безопасности от оползневых явлений на горных дорогах, для гидротехнических сооружений, расположенных на уступах склонов гор.

Методика и аналитическое описание напряженно-деформированного состояния горного склона со многими уступами дана в работах [1, 2].

Цель данной работы исследование распределения напряжений вблизи двух уступов, расположенных на различной высоте склона горы.

Прямоугольные сетки линий нижней полуплоскости $\eta < 0$, для переменной ζ изменяются от -4 до 8 и разбиваются на равные 85 частей, а переменная η изменяется от 0 до -4 и разбивается на 18 частей, и с помощью функции $\omega(\zeta)$ переводится на плоскость ХОУ ортогональную криволинейную сетку. На Рис. 1. а) изображен пример такого

перевода, который называется конформным преобразованием. На этом же Рис. 1. б) указаны зоны уступов. В этом случае переменная ζ изменяется от -4 до 4, а переменная η изменяется от 0 до 2. Результаты отображения представлены функцией F трехмерного графика Create Mesh, [5] когда в качестве первых двух аргументов F являются координаты точек $(x, y) = x(\xi, \eta)$ и $y(\xi, \eta)$ и последний третий аргумент $Z(\xi, \eta)$ принят постоянным равным 0,2. Остальные параметры F приведены на Рис. 1.а) и 1.б).

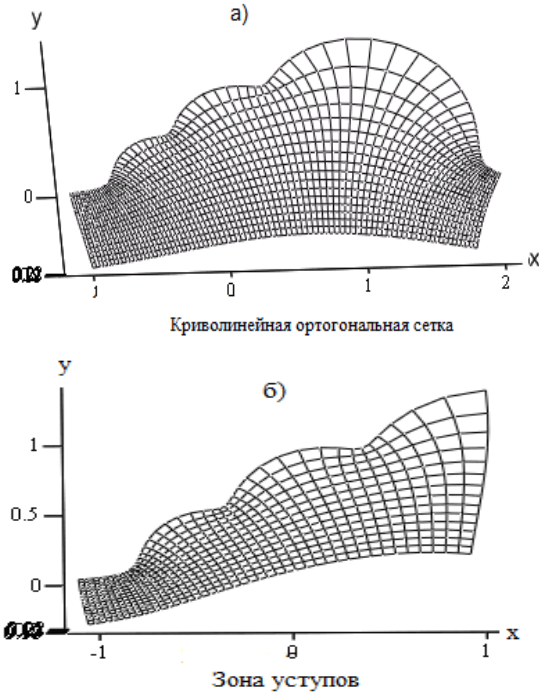


Рис. 1. а) б) – Форма склона и зоны уступов

Аргументами F являются $x = \text{Re } \omega(\zeta)$, $y = I_m \omega(\zeta)$

Из Рис. 1.а) б) видно, что зоны концентрации напряжений наблюдаются в зонах, где горизонтальный участок уступа сопрягается со склоном горы.

Поля напряжений $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ склона горы с уступами возникают от действия собственного веса горных пород (γ), сейсмической инерционной силы $\gamma^c = K_c \gamma$ и его направления δ , а также от свойств пород бокового распора λ . Расчет полей напряжений выполнены в трех вариантах действия сил : а) $\lambda = 0,5$ $\gamma = 2,5 \text{ м/м}^3, K_c = 0$; б) $\lambda = 1; K_c = 0$ в) $\lambda = 0,5; K_c = 0,2; \delta = \frac{\pi}{2}$; согласно принятому в [2] поля напряжений $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ состоят из суммы полей:

$$\sigma_x^0 = A_2 y + \delta_x, \quad \sigma_y^0 = A_1 + \delta_y, \quad \tau_{xy}^0 = A_3 y + \tau_{xy} \quad (2)$$

где $A_1 = \gamma(1 - k_c \cos \delta)$, $A_2 = \lambda \gamma(1 - k_c \cos \delta)$, $A_3 = k_c \gamma \cos \delta$

Компоненты $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ определены так, чтобы горизонтальные (X_n^0); вертикальные Y_n^0 компоненты внешних сил были равны нулю на поверхности склона горы. Они характеризуются найденными в [2] функциями:

$$\Phi(\zeta, \eta) = [B^0(\zeta, \eta) - G(\zeta, \eta)] / \omega'(\zeta)$$

$$\Psi(\zeta, \eta) = [A(\zeta, \eta) - \alpha \Phi(\zeta) - \alpha \zeta \Phi'(\zeta) - \bar{\omega}'_0(\zeta) \Phi(\zeta) - \bar{\omega}_0(\zeta) \Phi'(\zeta) - \bar{G}(\zeta)] / \omega'(\zeta) \quad (3)$$

в формуле (3) приняты обозначения

$$G(\zeta) = -\frac{\bar{K}_1}{(\zeta - i)^2} - \frac{\bar{K}_2}{(\zeta + b_0 - i)^2} - \frac{\bar{K}_3}{(\zeta + d_0 - i)^2},$$

$$\bar{G}(\zeta) = -\frac{K_1}{(\zeta + i)^2} - \frac{K_2}{(\zeta + b_0 + i)^2} - \frac{K_3}{(\zeta + d_0 + i)^2},$$

$$A(\zeta) = \omega_0(\zeta)(T_5 + T_6\omega_0'(\zeta)) + T_3G(\zeta) - T_6S(\zeta)$$

$$B(\zeta) = T_3\omega_0(\zeta)\omega_0'(\zeta) + T_2\omega_0(\zeta) + T_4G(\zeta) - T_3S(\zeta) \quad (4)$$

$$C(\zeta) = \frac{C_1}{\zeta - i} - \frac{C_2}{\zeta + b_0 - i} + \frac{C_3}{\zeta + d_0 - i},$$

$$S(\zeta) = \frac{S_1}{\zeta - i} + \frac{S_2}{(\zeta - i)^2} + \frac{S_3}{\zeta + b_0 - i} + \frac{S_4}{(\zeta + b_0 - i)^2} + \frac{S_5}{\zeta + d_0 - i} + \frac{S_6}{(\zeta + d_0 - i)^2};$$

где величины постоянных C_k и S_k равны :

$$C_1 = \overline{a_1\omega_0'(-i)}, \quad C_2 = \overline{b_1\omega_0'(-b_0 - i)}, \quad C_3 = \overline{d_1\omega_0'(-d_0 - i)},$$

$$S_1 = -\overline{a\omega_0'(-i)}, \quad S_2 = -\overline{a_1\omega_0'(-i)}, \quad S_3 = -\overline{b_1\omega_0'(-b_0 - i)}, \quad S_4 = -\overline{b_1\omega_0'(-b_0 - i)},$$

$$S_5 = -\overline{d_1\omega_0'(-d_0 - i)}, \quad S_6 = -\overline{d_1\omega_0'(-d_0 - i)}$$

$$T_2 = \frac{\alpha(A_3 + iA_2)}{2}, \quad T_3 = \frac{i(A_1 + A_2)}{4}, \quad T_4 = \frac{-i(A_1 - A_2 + 2iA_3)}{4}, \quad T_5 = \frac{\alpha(-A_3 + iA_2)}{2},$$

$$T_6 = \frac{-i(A_1 - A_2 - 2iA_3)}{4}.$$

постоянные K_1, K_2, K_3 выражаются:

$$K_1 = \bar{a}_1\Phi(-i), K_2 = \bar{b}_1\Phi(-b_0 - i), K_3 = \bar{d}_1\Phi(-d_0 - i).$$

Следует отметить, что значения $\Phi(-i), \Phi(-b_0 - i), \Phi(-d_0 - i)$ зависят от схемы нагружения и определяются из решения системы алгебраических уравнений, которые вытекают из первого уравнения в (3), полагая последовательно $\zeta = -i, \zeta = -b_0 - i, \zeta = -d_0 - i$. Значения этих постоянных, полученных для трех отмеченных выше вариантов нагружения приведены в таблице 1.

Таблица 1. Значения параметров нагружения

Схема нагружения	$\Phi(-i)$	$\Phi(-b_0 - i)$	$\Phi(-d_0 - i)$
$\gamma = 2.5m / m^3,$ $\lambda = 0.5, K_c = 0$	-0,73-0,48i	-0,965-0,352i	-1,087-0,072i
$\gamma = 2.5m / m^3,$ $\lambda = 1, K_c = 0$	-0,759-0,604i	-1,105-0,433i	-1.277-3,736i
$\gamma = 2.5m / m^3,$ $\lambda = 0.5, K_c = 0,2, \delta = \Pi/2$	-0,877-0,176i	-1.039+0,017i	-1,084+0,321i *10 ³

Компоненты напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ в среде MATCAD [5] вычисляются как обычные функции, например как $\sin(x)$, от двух переменных ξ, η с помощью соотношений [3]:

$$\sigma_x + \sigma_y = 4\text{Re}[\Phi(\zeta)] \quad \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2[\overline{\omega(\zeta)}\Phi'(\zeta) + \Psi'(\zeta)]/\omega'(\zeta) \quad (5)$$

Результаты расчета полей напряжений $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ представлены на рисунке 2 и вычислены по формуле (2).

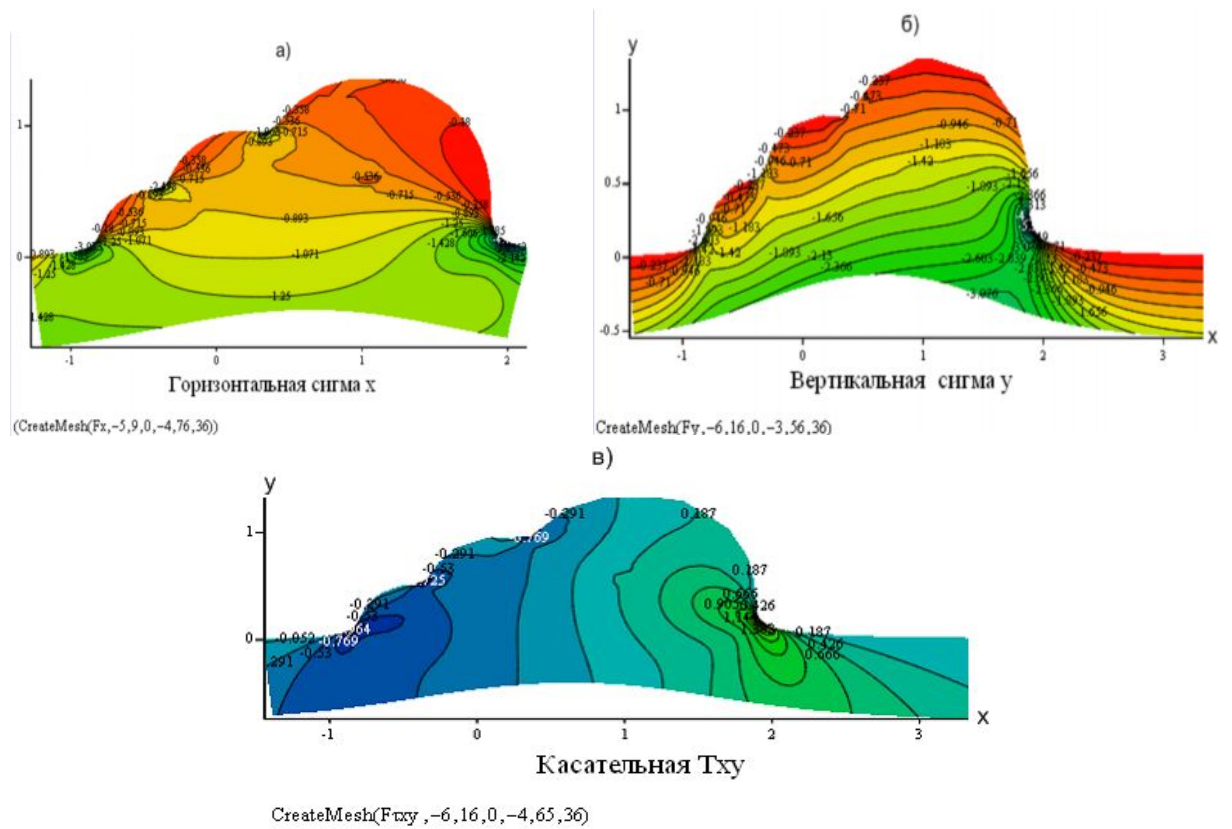
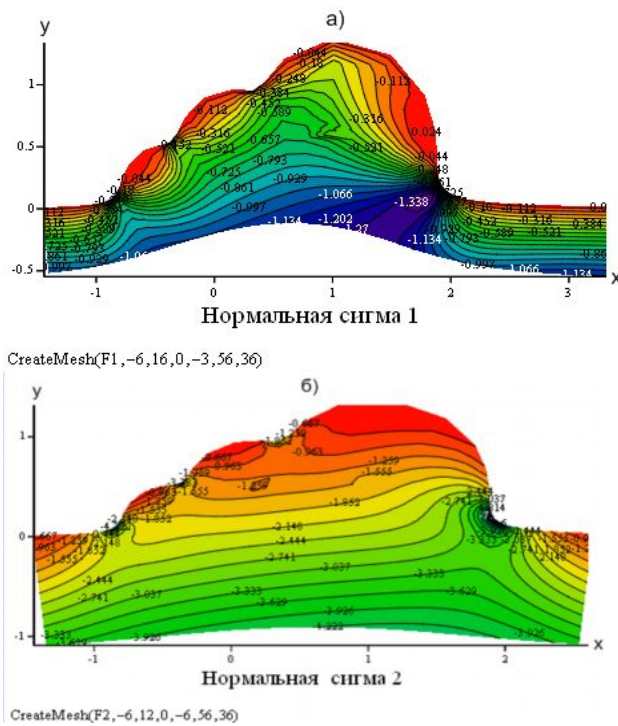
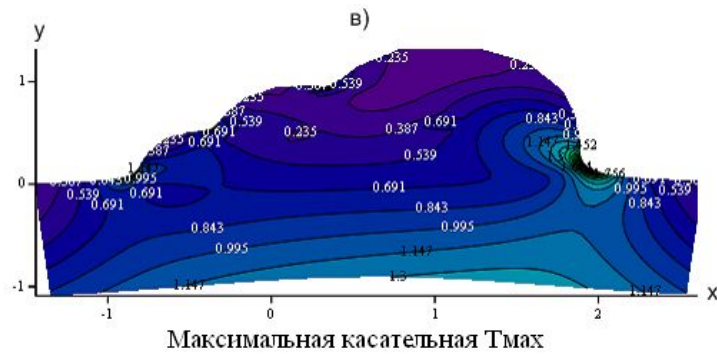


Рис. 2. Поля распределения напряжений от действия силы гравитации при $\lambda = 0,5$

Главные нормальные σ_1, σ_2 и максимальная касательная τ_{\max} вычисленные по известным формулам теории упругости [3] представлены на рисунке 3. На этих рисунках приведены результаты для первого варианта нагружения, т.е. при действии только силы гравитации при боковом распоре $\lambda = 0,5$.





CreateMesh(Fmax,-6,12,0,-6,56,36)

Рис. 3. Распределение главных нормальных и касательных напряжений при действии силы гравитации ($\lambda = 0,5$)

Анализ распределения напряжений из рисунка 2-3 показывает, что:

- компонента σ_x^0 уменьшается по высоте склона; наименьшие значения имеют в зоне вершины горы; на изгибах склона, где горизонтальный участок уступа сопряжен с наклонной частью склона и имеет зоны концентрации напряжений, в частности на перегибе верхнего уступа -1,8., у нижнего уступа -2,5., в зоне основания в левой части равен -3., в правой части -1,8.
- компонента σ_y^0 имеет наименьшее значение на горизонтальных участках уступов в зоне вершины горы; максимальное значение наблюдается с ростом глубины и в зоне склона с крутым подъемом.
- касательная компонента τ_{xy}^0 имеет зоны концентрации напряжений в зонах сильного перегиба склонов и в зонах сопряжения горизонтальных участков уступов с примыкающими частями склонов;
- компонента σ_1^0 в целом растет по глубине массива и равно нулю контурной части склона;
- компонента σ_2^0 имеет идентичный с σ_y закономерности распределения; в зонах перегиба склона имеет наибольшие значения; в зоне основания склона горы равно -4 и -7, в левом и в правом перегибе склона, а на перегибе верхнего уступа -1,8 и на перегибе нижнего уступа -3,3;
- наибольшие значения τ_{max} также локализованы в перечисленных 4-х зонах перегиба склона; на левом основании склона $\cong 1.0$, в правом 1,7.

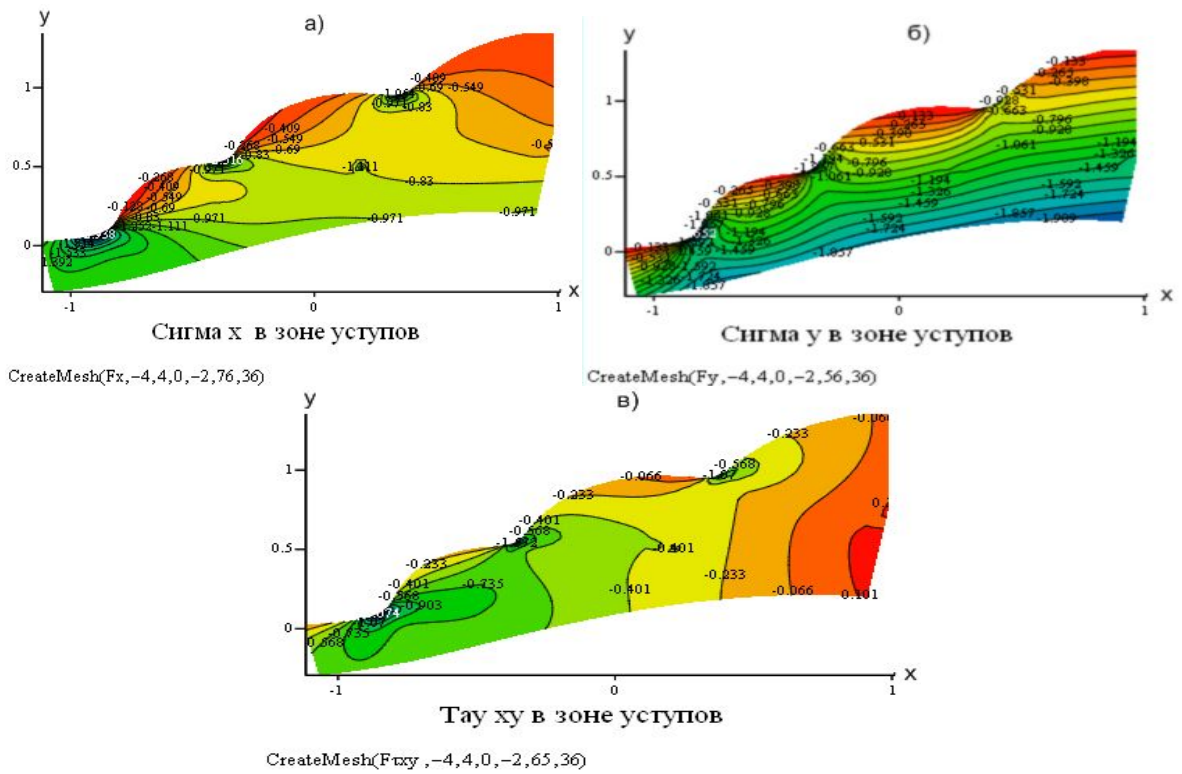
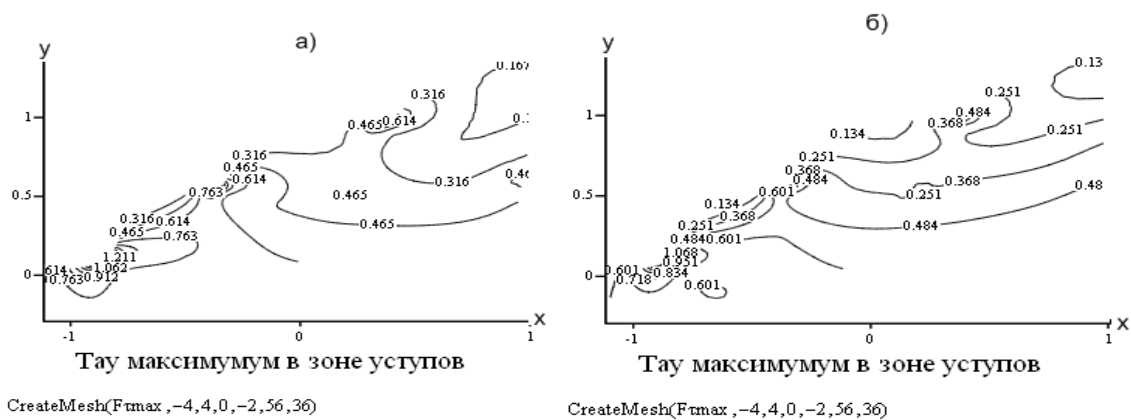
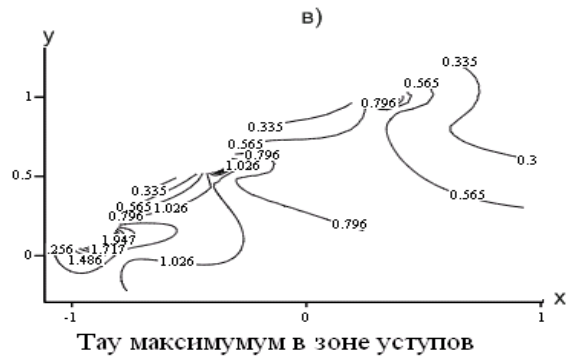


Рис. 4. Распределение напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{\max}$ в зоне уступов при ($\lambda = 0,5$)

На Рис. 4. перечисленные закономерности распределения $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{\max}$ отражены более детально. Показаны изолинии распределения напряжений.

На Рис. 5 (а, б, в) приведены зоны распределения τ_{\max} для перечисленных трех вариантов нагружения горного склона с уступами. Как видно из количественных показателей наибольшее значение τ_{\max} в зоне примыкания уступов со склонами и наиболее вероятно возникновение сдвиговых деформаций склонов горы, если боковой распор λ наименьшее для а) $\lambda = 0,5$ или действует горизонтальная сейсмическая инерционная нагрузка. Концентрация τ_{\max} наименьшее при б) $\lambda = 1,0$, в трех зонах перегиба склона горы при в) $\lambda = 1,0$ и соответственно равны 0,484; 0,601; 1,068; при $\lambda = 1,0$. Сверху вниз равно 0,614; 0,763; 1,211; а при $K_c = 0,2$ в этих зонах τ_{\max} равны 0,796; 1,026; 1,947.





CreateMesh(Ftmax, -4, 4, 0, -2, 56, 36)

Рис. 5. а) б) в) Распределение максимальных касательных напряжений при $K_c = 0.2$

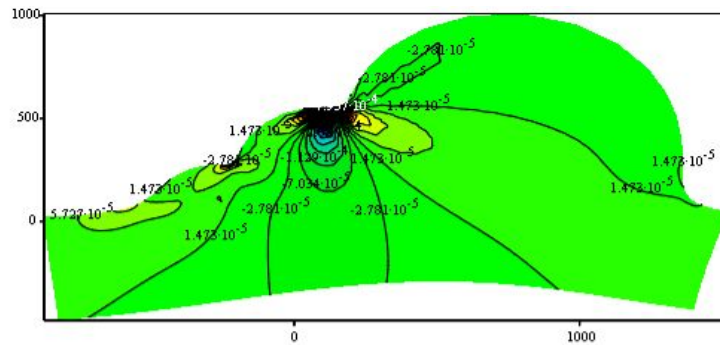
Выше представленные поля напряжений использованы для расчета полей относительных деформаций.

Относительные деформации вычислены для двух уступных склонов гор, когда внешние силы приложены на верхнем уступе и численно равно 50 Мпа; модуль Юнга равен $E=2.2 \cdot 10^4$ Мпа; коэффициент Пуассона равен $\mu=0.3$; боковой распор горных пород $\lambda = 0.4$; тектоническое сжатие $T_x = -50$ Мпа. Используем закон Гука в виде[4]:

$$\gamma_{xy}(x, y) := \frac{2 \cdot (1 + \nu)}{2.2 \cdot 10^4} \cdot \tau_{xy}(x, y)$$

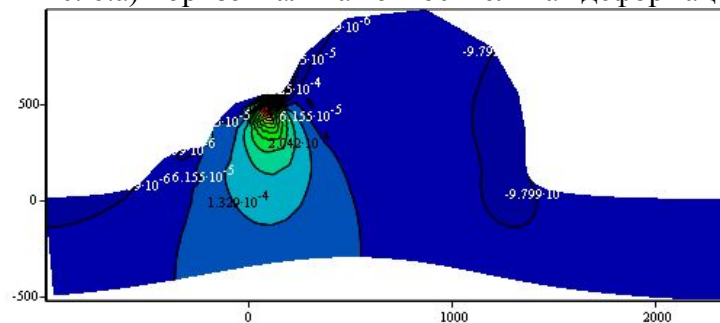
$$\epsilon_x(x, y) := \frac{1}{2.2 \cdot 10^4} \cdot (\sigma_x(x, y) - \nu \cdot \sigma_y(x, y)) \quad \epsilon_y(x, y) := \frac{1}{2.2 \cdot 10^4} \cdot (\sigma_y(x, y) - \nu \cdot \sigma_x(x, y))$$

$$f_x(\xi, \eta) := \begin{pmatrix} X(\xi, \eta) \\ Y(\xi, \eta) \\ \epsilon_x(\xi, \eta) \end{pmatrix} \quad f_y(\xi, \eta) := \begin{pmatrix} X(\xi, \eta) \\ Y(\xi, \eta) \\ \epsilon_y(\xi, \eta) \end{pmatrix} \quad f_{\gamma_{xy}}(\xi, \eta) := \begin{pmatrix} X(\xi, \eta) \\ Y(\xi, \eta) \\ \gamma_{xy}(\xi, \eta) \end{pmatrix}$$



а)

Рис. 6.а) Горизонтальная относительная деформация



б)

Рис. 6. б) Вертикальная относительная деформация

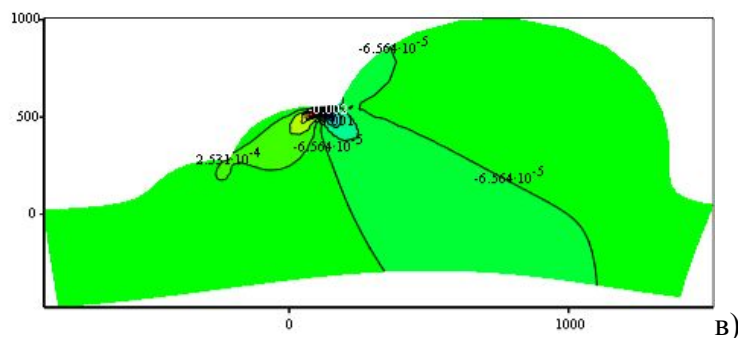


Рис. 6..в) Распределения деформаций при действии вертикальной внешней нагрузки. Сдвиговые угловые деформации.

Результаты распределения относительных деформаций представлены на Рис. 6. а) б) в). Выводы: Таким образом, деформированное состояние склона горы с двумя уступами от действия силы гравитации указывают, что в вертикальной части склона уступа имеет место растяжения в горизонтальном направлении, а в зоне основания уступа имеет место сжатие. При действии тектонической силы, растягивающие вертикальные относительные деформации возникают всюду, кроме горизонтальных участков уступа.

Действие поверхностной нагрузки существенно влияет только на распределение вертикального напряжения, а возникающая горизонтальная компонента напряжений составляет не более 10% от вертикального напряжения, а максимальное касательное напряжение достигает 40% от внешней вертикальной нормальной компоненты.

Список литературы

1. Жумабаев Б. Начальное напряженное состояние массивов пород у основания дорог, расположенных в склоне гор [Текст] / Б. Жумабаев, Ж.А. Баялиева // Межд. конф., посв. «70-летию юбилею дважды героя соц. труда Таштанбекова А.» Вестник КАУ. - 2008. - № 3, (11). с.357-361.
2. Жумабаев Б. Методика расчета напряженно-деформированного состояния массивов у основания дорог, расположенных в горном склоне [Текст] / Б. Жумабаев, Ж.А. Баялиева // Известия КГТУ им. И. Раззакова. - 2008. - № 14. - с.206-210.
3. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966.-707с.
4. Жумабаев Б. Деформированное состояние горного массива в окрестности уступа склона горы [Текст] / Б. Жумабаев, Ж.А. Баялиева // Вестник КРСУ том 15. – 2015. - № 9. - с.168-172.
5. Кирьянов Д.В. МАТСАД 14 [Текст] / Д.В.Кирьянов. - Спб.: БХВ – Петербург, 2007. - 704с.