

УДК 517.93

ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПОЛИМОРФНОЙ ВЕЙВЛЕТ-СЕТЬЮ С ОБРАТНЫМИ СВЯЗЯМИ

С.Н. Верзунов, Н.М. Лыченко

Рассмотрена задача идентификации нелинейных динамических систем. В качестве идентификатора предложено использовать новую конфигурацию вейвлет-сетей – полиморфную вейвлет-сеть с обратными связями.

Ключевые слова: идентификация; нелинейная динамическая система; полиморфная вейвлет-сеть; настройка параметров.

IDENTIFICATION OF NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEMS BY POLYMORPH WAVELET NETWORKS WITH FEEDBACK

S.N. Verzunov, N.M. Lychenko

The problem of identification of nonlinear dynamical systems is considered. It is proposed to use the new configuration of the wavelet networks – polymorphic wavelet network with feedback as an identifier.

Key words: identification; nonlinear dynamic system; polymorphic wavelet network; adjustment of parameters.

Введение. В классическом смысле под идентификацией понимается определение параметров и структуры математической модели, обеспечивающих наилучшее совпадение выходных координат модели и процесса при одинаковых входных воздействиях. При выбранной структуре модели задача идентификации представляет собой типичную экстремальную задачу и для ее решения с успехом используется мощный аппарат теории задач такого рода [1].

В последние три десятилетия активно развивались методы адаптивной идентификации с динамической подстройкой оценок неизвестных параметров линейных и нелинейных систем. Появились работы, в которых для идентификации нелинейных динамических систем используются рекуррентные нейронные сети [2]. С точки зрения теории систем такие сети представляют собой нелинейные динамические системы с обратными связями. В этом случае задача идентификации становится неклассической, поскольку математическая модель объекта в явном виде не определяется, и сводится к определению адаптивного алгоритма, который подстраивает параметры сети, используя пары наблюдаемых данных вход-выход.

В последние годы появился новый инструмент для обработки информации, сочетающий в себе достоинства искусственных нейронных сетей и те-

ории вейвлетов – так называемые вейвлет-сети [3, 4]. Возможности вейвлет-сетей аппроксимировать широкий класс нелинейных функций за счет эффективной подстройки параметров сетей делают привлекательным использование их в качестве динамических моделей нелинейных объектов.

В настоящей работе предлагается использовать усовершенствованную вейвлет-сеть, названную полиморфной вейвлет-сетью с обратными связями, для идентификации нелинейных динамических систем или процессов. В этой сети параметры вейвлет-базиса являются переменными и настраиваются, исходя из минимума энергии ошибки идентификации, а для учета динамики системы в структуру сети вводятся обратные связи.

Постановка задачи. Пусть имеется нелинейная динамическая система, при этом исходные данные о параметрах и структуре модели системы отсутствуют. Требуется по наблюдаемым (измеряемым) входным и выходным переменным системы построить идентификационную модель системы при наличии разного рода ошибок измерений. В общем виде задача идентификации динамической системы показана на рисунке 1.

Здесь нелинейная динамическая система – стационарная нелинейная система, на которую воздействует входное воздействие $u(t)$ и ненаблюдаемое возмущение $\varepsilon_s(t)$. Вход системы $u(t)$ и выход

системы $y(t)$ измеряются в дискретные моменты времени при наличии некоторых случайных факторов, характеризующихся ошибками измерения, соответственно $\varepsilon_u(t)$ и $\varepsilon_y(t)$, при этом $M\{\varepsilon\} = 0, D\{\varepsilon\} < \infty$.

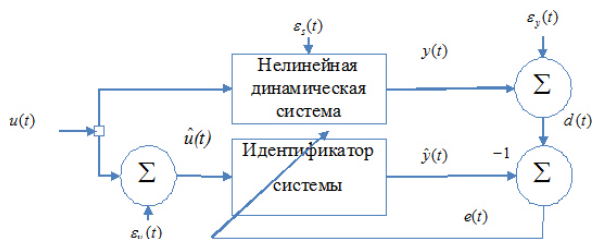


Рисунок 1 – Структурная схема идентификации нелинейной динамической системы

Необходимо, используя выборки зашумленных измерений (наблюдений) реакции системы $d(t)=y(t)+\varepsilon_y(t)$ на входное воздействие $\hat{u}(t)=u(t)+\varepsilon_u(t)$, построить идентификатор системы (идентификационную модель), который при любом входе, подаваемом на объект, продуцирует выход модели, аппроксимирующий выход объекта в смысле малости ошибки идентификации $e(t)$.

Решение задачи. В качестве идентификатора предлагается использовать полиморфную вейвлет-сеть [5]. Полиморфная вейвлет-сеть аппроксимирует динамические характеристики системы линейной комбинацией набора дочерних вейвлетов $h_{a,b,p}(t, p)$, которые получаются путем растяжения и сдвига материнского вейвлета $h(t, p)$:

$$h_{a,b,p}(t) = h\left(\frac{t-b}{a}, p\right),$$

где $a > 0$ – масштаб, характеризующий растяжение материнского вейвлета; b – величина сдвига; p – дополнительный настраиваемый параметр базового вейвлета. Для задач аппроксимации и идентификации параметры вейвлет-сети можно настроить таким образом, чтобы минимизировать меру рассогласования между значениями выходных переменных системы и сети. Структура идентификатора должна быть идентичной идентифицируемому динамическому объекту, то есть она должна включать обратные связи и временные задержки.

Таким образом, идентификатор можно представить как полиморфную вейвлет-сеть с обратными связями:

$$\hat{y}(t) = c + \hat{u}(t) \sum_{k=1}^K w_k h_{a_k, b_k, p_k}(t) + \sum_{i=1}^N r_i \hat{y}(t-i),$$

где c – постоянная составляющая (параметр смещения); K – количество вейвлетов; w_k – весовые коэффициенты прямых связей; N – количество обратных связей; r_i – весовые коэффициенты обрат-

ных связей. На рисунке 2 видно, что предложенная сеть состоит из двух частей: первый слой является слоем прямого распространения (слева), а второй – слоем с обратными связями (справа). Параметры вейвлет-сети w_k, a_k, b_k, p_k, r_i и c могут быть настроены путем минимизации функции энергии ошибки идентификации E на всем множестве отсчетов времени t .

Таким образом, обозначая функцию ошибки идентификации в момент t как

$$e(t) = d(t) - \hat{y}(t),$$

функцию энергии ошибки идентификации можно записать как

$$E = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T e^2(t).$$

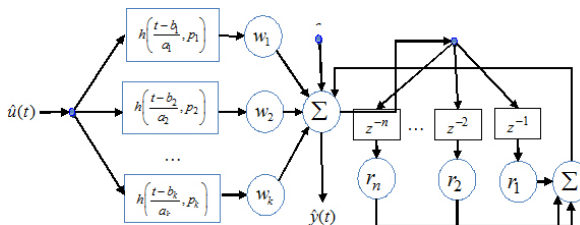


Рисунок 2 – Полиморфная вейвлет-сеть с обратными связями

Для минимизации E можно использовать различные численные методы оптимизации. Как наиболее эффективный для этой задачи, в настоящей работе используется метод Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно [6], который требует градиенты $\frac{\partial E}{\partial w_k}, \frac{\partial E}{\partial a_k}, \frac{\partial E}{\partial b_k}, \frac{\partial E}{\partial p_k}, \frac{\partial E}{\partial r_i}$ и $\frac{\partial E}{\partial A}$ для последовательного изменения каждого конкретного параметра w_k, a_k, b_k, p_k и c :

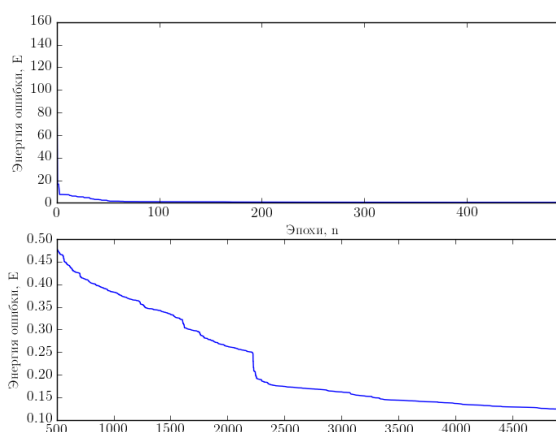


Рисунок 3 – Динамика изменения энергии ошибки E в процессе обучения сети

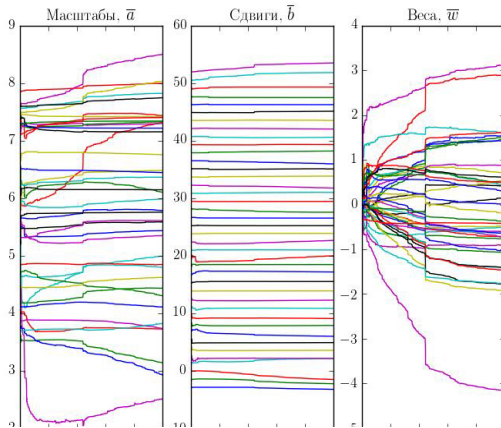


Рисунок 4а – Динамика основных параметров сети в процессе обучения

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial w_k} &= -\sum_{t=1}^T e(t)h(\tau, p_k)\hat{u}(t), \\ \frac{\partial E}{\partial b_k} &= -\sum_{t=1}^T e(t)\hat{u}(t)w_k \frac{\partial h(\tau, p_k)}{\partial b_k}, \\ \frac{\partial E}{\partial a_k} &= -\sum_{t=1}^T e(t)\hat{u}(t)w_k\tau \frac{\partial h(\tau, p_k)}{\partial b_k} = \tau \frac{\partial E}{\partial b_k}, \\ \frac{\partial E}{\partial p_k} &= -\sum_{t=1}^T e(t)\hat{u}(t)w_k \frac{\partial h(\tau, p_k)}{\partial p_k}, \\ \frac{\partial E}{\partial r_i} &= -\sum_{t=1}^T e(t)\hat{y}(t-i), \quad \frac{\partial E}{\partial c} = -\sum_{t=1}^T e(t). \end{aligned}$$

В этих выражениях $h(\tau)$ и ее производные определяются конкретным типом вейвлета. Например, для вейвлета RASP [4], используемого в описанном ниже вычислительном эксперименте, они определяются как

$$\begin{aligned} h(\tau) &= \frac{p_k\tau}{(\tau^2 + 1)^2}, \quad \frac{\partial h(\tau, p_k)}{\partial p_k} = \frac{\tau}{(\tau^2 + 1)^2}, \\ \frac{\partial h(\tau, p_k)}{\partial b_k} &= \frac{p_k(3\tau^2 - 1)}{a_k(\tau^2 + 1)^3}, \quad \text{где } \tau = \frac{t - b_k}{a_k}. \end{aligned}$$

Вычислительный эксперимент. Рассмотрим для примера нелинейную динамическую дискретную систему 2-го порядка:

$$y_j(n) = \frac{1.1y(n-1)}{1 + y(n-2)} + u_j(n) + \varepsilon_s(n), \quad (1)$$

где $j = 1, 2, 3, 4$, $n = 0, 1, \dots, 99$. При этом использовались следующие виды входных воздействий: $u_1(n) = 1(n)$, $u_2(n) = 0.5\cos(3\gamma_2)e^{-0.5\gamma_2^2} + 1$ при

$$\begin{aligned} \gamma_2 &= \frac{n-20}{3}, \quad u_3(n) = 0.7\cos(2.5\gamma_3)e^{-0.5\gamma_3^2} + 1, \quad \text{при} \\ \gamma_3 &= \frac{n-30}{3.5}, \quad u_4(n) = 0.5\delta(n-25) + 1. \quad \text{Случайные} \end{aligned}$$

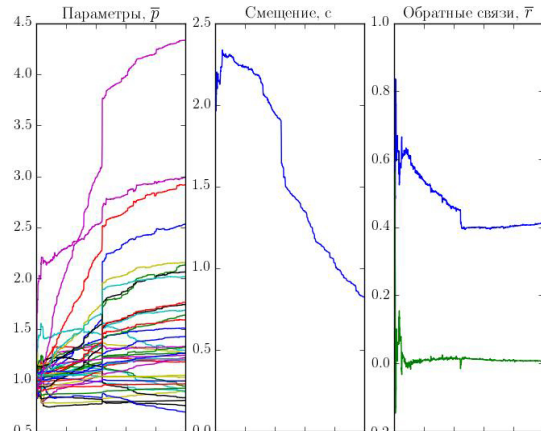


Рисунок 4б – Динамика изменения дополнительных параметров сети в процессе обучения

ошибки измерения имеют нормальное распределение, при этом стандартные отклонения для ошибок измерения $\varepsilon_u(t)$ и $\varepsilon_y(t)$ равны соответственно 0.01 и 0.05. Стандартное отклонения неизмеряемого возмущения $\varepsilon_s(t)$ равно 0.01. Обучающую выборку образуют пары (u_1, y_1) и (u_2, y_2) , а тестовую (u_3, y_3) и (u_4, y_4) . На рисунке 3 показана динамика изменения энергии ошибки E сети, содержащей 40 RASP вейвлетов, при обучении на выборке $\{(u_1, y_1), (u_2, y_2)\}$ в течение 5000 эпох.

Видно, что в основном обучение сети заканчивается менее чем за 100 эпох, затем, как видно на рисунке 4 а,б, на протяжении примерно 2200 эпох значения весов сети \bar{a} , \bar{b} , \bar{p} , \bar{w} , c , \bar{r} изменяются довольно плавно.

Однако около 2300 эпохи происходят революционные изменения значений параметров сети, которые приводят к значительному уменьшению энергии ошибки.

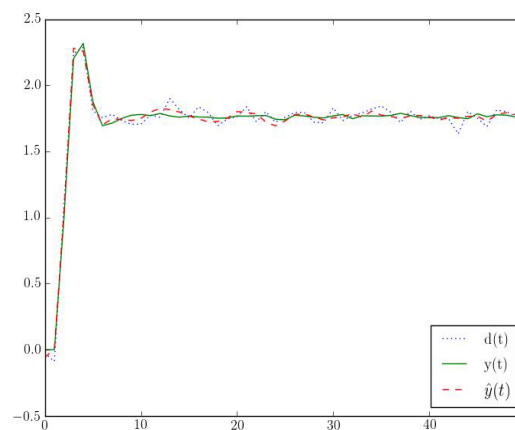


Рисунок 5 – Результат идентификации системы полиморфной вейвлет-сетью при входном воздействии u_1 из обучающей выборки

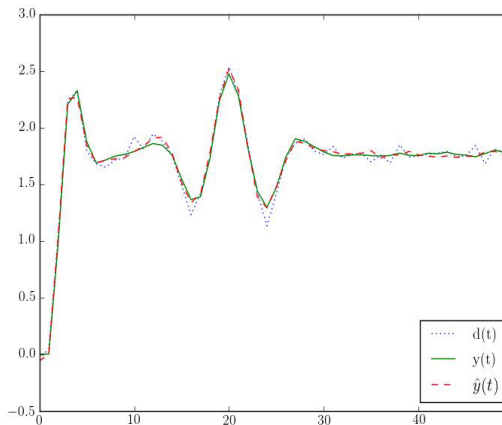


Рисунок 6 – Результат идентификации системы полиморфной вейвлет-сетью при входном воздействии u_2 из обучающей выборки

Далее сеть медленно обучается на протяжении более 2500 эпох, после чего параметры сети вновь принимают устойчивые значения.

На рисунке 5 показаны выходы системы (1) и идентифицирующей ее вейвлет-сети при входном воздействии $u_1(n) = 1(n)$, использованном при обучении сети.

На рисунке 6 показаны выходы системы (1) и вейвлет-сети при входном воздействии $u_2(n) = 0.5\cos(3\gamma_2)e^{-0.5\gamma_2^2} + 1$, где $\gamma_2 = \frac{n-20}{3}$, использованном при обучении сети.

На рисунке 7 показаны выходы системы (1) и вейвлет-сети при входном воздействии, отличном от использованного при обучении:

$$u_3(n) = 0.7\cos(2.5\gamma_3)e^{-0.5\gamma_3^2} + 1, \text{ при } \gamma_3 = \frac{n-30}{3.5}.$$

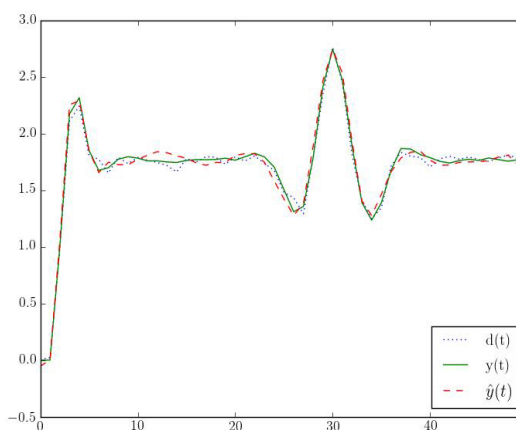


Рисунок 7 – Результат идентификации системы полиморфной вейвлет-сетью при входном воздействии u_3 из тестовой выборки

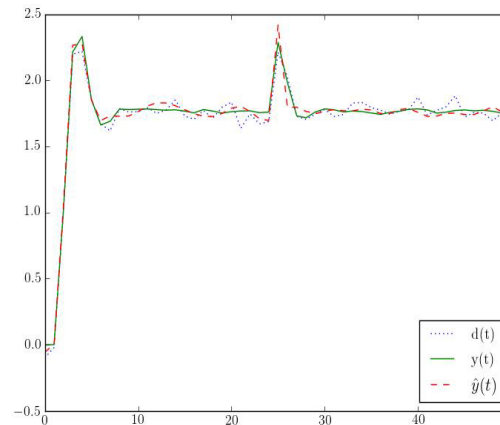


Рисунок 8 – Результат идентификации системы полиморфной вейвлет-сетью при входном воздействии u_4 из тестовой выборки

На рисунке 8 показаны выходы системы (1) и вейвлет-сети при входном воздействии $u_4(n) = 0.5\delta(n-25) + 1$, отличном от использованного при обучении.

Заключение. Таким образом, для решения задачи идентификации нелинейных динамических систем предложено использовать новую конфигурацию вейвлет-сетей – полиморфную вейвлет-сеть с обратными связями. Получены алгоритмы для адаптивной настройки параметров сети. Результаты моделирования показали, что разработанные вейвлет-сети достаточно хорошо идентифицируют нелинейные динамические системы при различных входных воздействиях. При этом следует отметить, что обучать сеть следует на двух и более парах вход/выход, в противном случае результат идентификации неудовлетворительный. Полученные результаты могут быть использованы при создании вейвлет-сетевых систем управления нелинейными процессами.

Литература

1. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Л. Льюнг. М.: Наука, 1991. 432 с.
2. Narendra K., Parthasarathy K. Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks / K. Narendra, K. Parthasarathy // IEEE Transaction on Neural Networks. Vol. 1. March, 1990. P. 4–27; Lekutai G. Adaptive Self-Tuning Neuro Wavelet Network Controllers. Dissertation of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. Blacksburg, Virginia. <http://scholar.lib.vt.edu/theses/available/etd-554502439741131/unrestricted/ETD.PDF>, 1997.
3. Lekutai G. Adaptive Self-Tur при различных входных воздействиях Neuro Wavelet Network

- Controllers. Dissertation of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. Blacksburg, Virginia. <http://scholar.lib.vt.edu/theses/available/etd-554502439741131/unrestricted/ETD.PDF>, 1997.
4. *Shi H.-l., Cai Y.-l., Qiu Z.-l.* Improved system identification approach using wavelet networks // Jour. of Shanghai University (English Edition). 2005. Vol. 9. No. 2. P. 159–163.
 5. *Верзунов С.Н.* Разработка структуры полиморфной вейвлет-сети на базе вейвлета Морле / С.Н. Верзунов // Современные техника и технологии в научных исследованиях: Сб. докл. VII межд. конф. г. Бишкек, 25–26 марта 2015. Бишкек, 2015. С. 181–186.
 6. *Nocedal Jorge, Wright Stephen* // J. Numerical Optimization. 2nd edition. USA: Springer, 2006.