УДК 371.383.4.

Төлөгожоева Н., Кооманова Ж.К.

К.Тыныстанов атындагы ЫМУ

7-КЛАССТЫН ГЕОМЕТРИЯ КУРСУНУН АЛГАЧКЫ ТҮШҮНҮКТӨРҮН КАЛЫПТАНДЫРУУДА ТАРЫХТЫН ЭЛЕМЕНТТЕРИ

Бул макалада алгачкы геометриялык түшүнүктөр жана алардын келип чыгуу тарыхын берүү менен, Евклиддин эмгеги өзгөчө бөлүп көрсөтүүгө татыктууэкендиги белгиленген.

7-класстын геометрия сабагында геометриянын өсүп-өнүгүү тарыхынан кыскача маалымат берүү менен бул предметке окуучулардын кызыгуусун пайда кылуу багытында жакшы шарт түзүүлөрүн жакшы билебиз. Мында, айрыкча, байыркы Грециянын математик окумуштуулары тарабынан алгачкылардан болуп абстракттуу геометрия түзүлгөндүгүн жөнөкөйлөтүп айтып берүү максатка ылайык.Чындыгында эле математика илиминин өсүп-өнүгүү жана калыптануу тарыхын изилдөөдө көрсөткөндөй, биздин эрага чейинки IV-III-кылымдарга чейин геометрия илими, негизинен, эмприкалык-практикалык мүнөздөгү гана фактылардын топтолушунан турса, көрсөтүлгөн мезгилден баштап, геометрия илимин дедуктивдик система катарында аксиоматикалык негизде түзүп чыгуу ишке ашырыла баштаган. Көрсөтүлгөн багытта биздин заманга чейинки III-кылымда жашап өткөн Греция математиги Евклиддин сиңирген эмгеги өзгөчө бөлүп көрсөтүүгө татыктуу. Ал “Башталыш ”деп аталган 13 бөлүктөн турган математикалык эң сонун чыгарма жазып калтырганына окуучулардын көңүлүн өзгөчө буруп коюу максатка ылайык. Евклиддин “Башталыш” эмгеги азыркы учурга чейин жеткен байыркы Гректердин бирден-бир математикалык чыгармасы болуп эсептелинет. Айрыкча, Батыш Европада, дүйнөнүн башка бөлүктөрүндө мектеп геометриясы 2000 жылдан ашык бою Евклиддик система боюнча түзүлүп берилгенин белгилөө эле ал чыгарманын жогорку илимий методикалык деңгээлде даярдалганын далилдеп турат.

Геометрия боюнча маалыматтар “Башталыштын” биринчи алты китебинде берилгенин да айтып коюу керек. Геометриялык окуу материалдары берилген бөлүмдөрүндө Евклид теоремалардын далилдөөлөрүн, дээрлик түрдө түшүнүктөрдүн аныктамалардын системасына, постулаттарга жана аксиомаларга таянуу менен жүргүзгөн, демек азыркы биз окуп үйрөнүп жаткан теоремалар кандай жолдор менен далилденсе, так эле ошондой методдор Евклид тарабынан колдонулган. Албетте, илимдин өнүгүш деңгээли жана жаш муундарга математикалык билим берүү максаттарынын жана милдеттеринин өзгөрүшү Евклиддин геометрияга бир катар тактоолорду жана толуктоолорду киргизүү зарылчылыгына алып келгендигин дагы белгилеп коюу керек. Евклиддин геометриясында азыркы мектеп планиметриясында орун алган сызыктардын жана бурчтардын касиеттери, үч бурчтуктардын барабардык белгилери, аянттар жөнүндөгү маалыматтар, Пифагордун теоремасы ж.б. маанилүү фактылар берилгендигин тиешелүү теоремаларды өтүү учурунда ачык айтып коюу керек. Маселен, Башталмаларда тик бурчтуктун, трапециянын, тегеректин азыркы учурда биз окуп жаткан формулалары, негизинен, кара сөз менен жазылып берилген.

Ошондой эле мейкиндик телолордун кубдун, пирамиданын, цилиндрдин ж.б. көлөмдөрүн табуунун жолдору дагы так эле азыркы учурдагыдай берилгендигин 11-класста стереометрияны өтүүдө айтып коюу ашыктык кылбайт.Ошондой эле түзүүгө берилген бир катар кызыктуу маселелердин бар экендигин дагы (мисалы, берилген тик бурчтукка тең чондукта болгон квадратты түзүү ж.б.) бар экендигин белгилеп коюу зарыл. Ушулар менен катар эле “Башталыштын” бешинчи китебинде геометриялык формада ченелбөөчү кесиндилердин теориясы берилип, ал эми 6-китепте бул теория үч бурчтуктардын окшоштугун изилдөөдө колдонулган. Ал эми “Башталыштын” 10-китебинде кийинчерээк XVII-XVIII-кылымдарда туура көп бурчтуктарды циркуль жана сызгычтын жардамы менен сызууга мүмкүн экендигин далилдөө илимде эң чоң мааниге ээ болгон квадраттык иррационалдуулук деп аталган рационалдык түрүндөгү сандарга геометриялык классификация бергендигин айрыкча белгилеп коюу татыктуу. Чындыгында эле, XVII-кылымда алынган натыйжаларга ылайык, циркуль жана сызгычтын жардамы менен узундугу квадраттык иррационалдуулук болгон гана кесиндилерди түзүүгө мүмкүн экендигинин, зарыл жана жетиштүү шартка таянуу менен туура беш бурчтукту түзүүгө мүмкүн экендигин, ал эми тогуз бурчтукту түзүүгө мүмкүн эмес экендигин далилдөөгө болот. Туура тогуз бурчтукту түзүү x^3-3x+1=0 түрүндөгү тамырларынын бири дагы квадраттык иррационалдуулук болбогон теңдемени чыгаруу менен байланышта. Мындан тышкары “Башталышта” математика илиминин тарыхында эң алгачкылардан болуп максимумга жана минимумга маселелердин берилгендигин жана айрыкча бешинчи – параллелдүүлүктүн аксиомасына байланыштуу болгон тарыхты кеңири айтып берүүгө татыктуу [1; 4].

Математика сыяктуу эле геометрия дагы адамдын практикалык керектөөсүнөн келип чыккандыгын, кантип пайда болгондугун, кимдер тарабынан илим катары далилдеп чыккандыгын биринчи сабакта айтып берүү зарыл. Ал эми кийинки сабактарда негизги геометриялык түшүнүктөрдүн маанисин жана келип чыгышын ачып көрсөтүү керек, ошондой эле негизги түшүнүктөрдүн реалдуу чындыкка кандай байланышы бар экендигин түшүндүрүү менен окуучуларга математикалык далилдөөлөрдүн маанисин, далилдөөлөрдөгү логиканын ролун ачык көрсөтө билүү маанилүү. Ошондо гана биз жаңы кирген геометрия сабагына балдардын кызыгуусун арттыра алабыз.

Б.з.ч. IV-кылымда жашаган грек окумуштуусу Евдем Родосскийдин айтканы тууралуу окуучуларга айтып берсе болот. Ал мындай деп жазат: “Геометрия Египетте пайда болгон жана жер ченөөдөн келип чыккан. Нил дарыясынын ташкындап, дайыма чектерди жууп кеткенине байланыштуу ченөө аларга зарыл болгон. Бул илим, башкалар сыяктуу эле адамдын практикалык керектөөсүнөн келип чыккандыгы эч бир таңгалдырбайт”[5].

7-класста геометрияны окуп үйрөнүүнү планиметриядан баштайбыз. Планиметрияны тегиздиктеги фигураларды окуп үйрөнө турган геометриянын бөлүмү катары билебиз. Анын келип чыгуу тарыхына кайрылуу менен көптөгөн илимий ачылыштарга күбө болобуз.

Планиметриянын алгачкы системалык курсу (“Башталыш”; грекче Stoiceia (стойхейа), которгондо - алиппе; сөзмө-сөз которгондо - негизги башталыш) Хиостондон чыккан иондук философ жана математик Гипократка (б.з.ч. 440-ж. тег.) тиешелүү. Бул эмгегинде Гипократ логикалык кортундулоо принцибин колдонгон. Гипократтын “Башталышы” параллелдүүлүк теориясын, үч бурчтуктун бурчтарынын суммасын, көп бурчтуктун аянттарын, жаа жана хорда теориясын, туура көп бурчтукту түзүү жана тегеректин аянтын эсептөөнү камтыйт. Гипократ Пифагордун теоремасын гана колдонбостон, тик бурчтуу эмес үч бурчтуктар үчүн тиешелүү барабарсыздыкты колдонгон. Гиппократ Хиосскийдин “Башталышы”, Евклиддин “Башталышынын” биринчи төрт китебинин мазмунун тузгөн.

Гиппократ Хиосскийдин “Башталышы”, б.з.ч. V-кылымда эле Байыркы Грецияда иреттүү тегиздиктүү геометриянын жашашын далилдеп турса, ал эми Гиппократтын өзү эң алгачкы профессионал математиктердин бири болуп саналган.

Мектепте окулуп жаткан геометрия, “Башталыш” деп аталган математика боюнча колдонмо “Евклиддик геометрия” деп аталып калышы да ошол Евклиддин ысмына байланыштуу экендиги тарыхтан белгилүү. Узак убакыт бою геометрия ушул китеп боюнча окулуп, ал жыйнак геометрия боюнча биринчи эмгек болуп саналгандыгын жогоруда белгилеп кеткенбиз.

Тегиздиктеги геометриялык негизги фигуралар жөнүндө кеп кыла турган болсок, аларга чекит жана түз сызык кирерин, чекиттер менен түз сызыктардын тиешелүүлүгүнүн негизги касиеттери менен окуучулар геометриянын алгачкы курсунун экинчи сабагында маалымат алышат. Буга чейин эле, жогоруда аталып кеткен түшүнүктөр боюнча окуучуларда маалымат бар жана аларды тиешелүү латындын тамгалары менен белгилей алышат. Мында, өзгөчө, көрсөтмөлүүлүккө, окуучулардын билимдерине таянуу керек. Мугалим бул түшүнүктөрдү окуучулар терең кабыл алуусуна жетишүү менен кийинки сабактарда өтүлүүчү кесинди, шоола, бурч, үч бурчтук ж.б. түшүнүктөрдү да тиешелүү денгээлде өздөштүрүүгө шарт түзө алат. Ошондуктан бул түшүнүктөрдүн келип чыгуу тарыхына да кайрылып кетсе болот деп ойлойбуз.

Мында Евклиддин “Башталыш” жыйнагындагы айрым сүйлөмдөрдү карап көрөлү. Анын биринчи китебинде 23 аныктама, 5 постулат жана 9 аксиома бар экендигин айтып, булардын жардамы менен геометриялык фигуралардын касиеттери далилденгендигин айта кетсек болот. Айрым бир аныктамаларына токтололу. Мисалы, 1) Бөлүгү болбогон нерсе чекит болот. 2) Туурасы болбогон узундук сызык болот. 3) Сызыктын учтары чекиттер болушат. 4) Өзүнүн бардык чекиттерине карата бирдей жайланышкан сызык түз сызык болот. 5) Узуну менен туурасы гана болгон нерсе бет болот.

Бул аныктамалардын так эместиги жана алардын эч жерде колдонулбагандыгы. Алсак, чекит, сызык жана түз сызыктын аныктамалары эч жерде колдонулган эмес, демек, аларды аныктабай кабыл алсак болот.

Аксиомалар бирнчи жолу байыркы гректер тарабынан киргизилген. Орус тилинен которгондо сүйлөм, татыктуу сыйлоо (достойное уважения), талашсыз (беспорное), экинчи мааниси - авторитет, сыйлоо, ардак дегенди билгизген. Илим катары геометрияны түзүүнүн негизине кирген аксиомалар тобун тандоо процесси бир нече жүз жылдардын уландысында өткөн. Евклидге чейин эле Пифагор, Фалес ж.б. бир катар геометриялык сүйлөмдөрдү далилдешкен. Далилдөөнү негиздөөдө алар ачык айкын же жашыруун түрдө далилдөөсүз кабыл алынган кээ бир абалдарга, б.а., аксиомаларга таянышкан.

Геометрия боюнча бизге чейин жеткен эң байыркы кол жазма болуп, Евклиддин “Башталмасы” саналат. Анын ырастоосу боюнча, аксиома - бул шектенүүгө мүмкүн болбогон, тубаса, сөзсүз туура деп эсептелүүчү чындык катары кабыл алынган, андан кийинкилердин бардыгы так далилденген сүйлөмдөр болуп эсептелет. Автор тарабынан аксиома жана постулаттар аталган ырастоолор негизги түшүнүктөр - чекит, түз сызык, тегиздиктин касиеттери каралган. Демек, аксиомалардаар кандай чоңдуктардын касиеттери каралган деп эсептешет.

Көп убакытка чейин аксиома далилдөөнү талап кылбаган, практикада “чын” деп белгиленген көз караш менен жашап келген. Мындай көз караш аксиоманы илимий түшүнүүдөн алыс кылган. Аксиоманын далилдөөсүз кабыл алынгандыгынын себеби, аларды далилдөө үчүн эч кандай алгачкы материал жок болгон. Алар негизги алгачкы абал катары берилген.

Азыркы мезгилде илимде: аксиома-негизги, алгачкы катары далилдөөсүз кабыл алынган сүйлөм, ал эми бардык кийинки абалдар (теоремалар) теориянын негизи болгон анча көп эмес сандагы аксиомаларга таянып далилденген.

Теорияны аныктаган бир катар тандалып алынган аксиомалар, бул теорияны түзгөн жана өнүктүргөн фундамент натары кабыл алынган.

Евклид тарабынан сунушталган аксиомалар системасын анализдөө жүз жылдап уланган. Евклиддик геометрияны аксиомалаштыруу иши XIX-кылымдын акырында көрүнүктүү немец математиги Давид Гильберт тарабынан ишке ашкан. Ал биринчи жолу евклиддин аксиомаларынын толук тизмесин берген. Бирок бул аксиомалар системасы геометриянын өнүгүшү менен аксиомалар жана системанын өзү жаңыланып жана өзгөрүп турат.

Үч бурчтук - өтө жөнөкөй туюк сызыктуу фигура. Бул фигура практикалык турмушта кеңири колдонгондуктан, анын алгачкы касиеттери байыркы заманда эле белгилүү болгондугун тарых баяндап турат. Папирустарда, Индиянын байыркы китептеринде жана башка байыркы документтерде үч бурчтуктардын сүрөтү жана үч бурчтуктарга берилген маселелер кездешет. Алсак, Байыркы Грецияда б.з.ч. VII-кылымда Фалес негиздеген иондук мектепте жана Пифагордун мектебинде үч бурчтуктар жөнүндөгү окуу өнүккөн. Үч бурчтук бир жагы жана ага жанаша жаткан эки бурчу боюнча аныктала тургандыгын Фалес далилдеген. Андан кийин үч бурчтук жөнүндөгү окуу Евклиддин “Башталыш”эмгегинин биричи китебинде толук берилген. Бул китепте берилген аныктамаларынын арасында төмөндөгүдөй: “Үч жактуу фигуралардын ичинен тең жактуу үч бурчтук- үч жагы барабар болгон фигура, тең капталдуу- эки жагы барабар, ал эми ар башка жактуу- үч жагы барабар эмес фигура болот ”. Үч бурчтук жөнүндөгү түшүнүк тарыхый жактан, биздин баамдообуз боюнча: алгач туура, андан кийин тең капталдуу жана, акырында , ар башка жактуу үч бурчтуктар каралган.

Байыркы мезгилде эле геометриялык фигуралар үчүн грек математиги Герон (I-кылым) төмөндөгү белгилерди пайдаланган: “үч бурчтук”- Δ, “тик бурчтук” - □, кээ бир белгилерди киргизе башташкан.

Жогоруда баяндап кеткендей эле, тең капталдуу үч бурчтук байыркы заманда эле бир катар касиеттери менен өзүнө көңүл бурдурганын айта кетсек болот Ахместин папирусундагы үч бурчтукка берилген маселелерде тең капталдуу жана тик бурчтуу үч бурчтуктар биринчи планга коюлган. Практикада, бир эле учурда бийиктик жана биссектриса болгон тең капталдуу үч бурчтуктун медианасынын касиети көп колдонулат. Ошондуктан “медиана” термини латын сөзүнөн алганда mediana - «орто» (сызык) дегенди билдирген. 4000 жыл мурун эле байыркы вавилондуктарга тең капталдуу үч бурчтуктун негизиндеги бурчтар барабар экендиги белгилүү болгон.

Азыр мектептин геометрия курсунда далилденип жүргөн айрым теоремалар байыркы кезде эле Фалес тарабынан далилденген деп эсептешет. Ошондуктан байыркы грек илимин жана философиясын негиздөөчү Фалес Милетский (б.з.ч. 624-547-жылдар) жөнүндө кыскача тарыхый маалымат берсе да болот [1].

Евклид тарабынан геометрияга киргизилген барабар түшүнүгү арифметика же алгебрадагы барабар түшүнүгүнөн бир катар айырмаланган. Фигуранын “барабар” аныктамасы “Башталыштын” биринчи китебинде берилген:“Бири-бирине батуучулар, барабар болот.” Демек, Евклид жана анын артынан көптөгөн геометриктер фигуранын барабардыгын коюу жолу менен фигураларды батыруу мүмкүнчүлүгү катары түшүнүшкөн. “Барабар” терминин мындай түшүнүү, арифметикадагы ошол эле түшүнүктүн негизги касиеттеринен айырмаланган. “Башталыштагы” экинчи аксиома “Эгерде барабарга барабарды кошсок, барабар келип чыгат”. Мисалы, тик бурчтуктун кичине жагына жана ошол эле үч бурчтуктун бир жагын, ал эми чоң жагына башкасын коюудан, биз барабар эмес фигураларга ээ болобуз.

XIX кылымда бир жана ошол эле терминдин көп жактуулугунан кутулуу үчүн геометрияда “фигуралардын конгруэнттүүлүгү” деген термин киргизилген. Бул терминди латын сөзүнөн которгондо дал келүү, туура келүү, окшоштукту билдирген. Эгерде эки фигура конгруэнттүү болсо, анда бир фигураны экинчи фигурага бир маанилүү чагылдыруу жашайт, бирок бул чагылдырууда фигуранын чекиттеринин арасындагы аралык өзгөрбөйт. Кээ бир учурларда конгруэнттүү фигуралар барабар болушат.

Геометрияда үч бурчтуктардын конгруэнттүүлүк белгилери эң манилүү мааниге ээ болгон, анткени көптөгөн теоремалардын далилдөөсү тигил же бул үч бурчтуктардын конгруэнттүүлүгүн далилдөөгө келтирилген. Пифагорчулар да үч бурчтуктардын барабардыгынын далилдөөсү менен иштешкен. Прокл, Евдем Родосскийдин айтуусу боюнча, эки үч бурчтуктун "барабардыгы" (жагы жана ага жанаша жаткан бурчтары) жөнүндө теореманын далилдөөсүн Фалес Милетскийге ыйгарышкан [3].

Ахместин папирусунда тең капталдуу үч бурчтуктан башка тик бурчтуу үч бурчтук кез-кези менен кездешет. Вавилондун геометриясында да ардактуу орунга ээ. Ченөөчүлөр аралыкты аныктоодо тик бурчтуу үч бурчтукту пайдаланышкан.

"Гипотенуза" термини грек сөзүнөн которгондо "ипотейнуза" - "бир нерсенин үстүнөн тартылуучу", "чоюлуучу - стягивающая" дегенди билдирген. Бул сөз байыркы египеттик "арф" - өз ара перпендикулярдуу тирөөчтүн аягына чоюлган струнанын образынын башталышын берет.

"Катет" термини "категос" грек сөзүнөн алганда, алгач "отвес», «перпендикуляр» дегенди билдирген. Орто кылымда "катет" сөзү тик бурчтуу үч бурчтуктун бийиктиги дегенди билдирип, ошол мезгилде калган эки жагы негизине карата гипотенуза деп аталган. XVII кылымда «катет» деген ат азыркы мааниде колдонулуп, XVIII кылымдан баштап кеңири тараган.

Евклид катеттер үчүн "тик бурч менен аяктаган жактар" жана гипотенуза үчүн - "тик бурчту чоючу жак" деген сөз менен туюнтулган.Үч бурчтуктардын бурчтарынын суммасынын касиети Байыркы Египетте белгилүү болгон. Бирок бизге чейин жеткен ар түрдүү далилдөөлөр кийинки мезгилдерге тиешелүү болгон. Алсак, Прокл Евклиддин "Башталышына" берген коментариясында азыркы мезгилдеги окуу китептеринин бириндеги (1978-ж.) далилдөө берилген. Евдем Родоскийдин айтуусу боюнча бул далилдөө (б.з.ч.V к.) пифагорчулар тарабынан ачылгандыгын Прокл тарабынан ырасталган, ал төмөндөгүдөй деп жазган: "Пифагор биринчилерден болуп геометриянын принциптерин иштеп чыккан". Демек, пифагорчулар аксиомаларга жана далилдөөгө негизделген илимди - геометрияны калыптандырууга катышышканын тастыктап турат.

Мына ошентип тарыхый материалдарды ар бир жаңы главаны же параграфты, жалпы эле чоң теманы баштаар алдында өтүлө турган темаларга байланыштуу кылып сунушталса деп ойлойбуз.

Андан кийин класстан тышкаркы иштерде тарыхый фактыларды кеңири колдонсо, окуучулардын предметти терең өздөштүрүшүнө шарт түзөт. Бирок негизги класстарда класстан тышкаркы иштер көп пландаштырылбай жүргөндүгүн белгилеп кетсек болот. Ошондуктан 5-8 мүнөттүк убакытта темага байланыштырып тарыхый материалдарды сунуштоо керек.

Демек, макалада тарыхый маалыматтарды окутуу процессинде колдонуу тигил же бул кырдаалда көбүрөөк эффект бере турган каражаттардын бири боло тургандыгы жөнүндө маалымат берилди.

Адабияттар:

1. Айылчиев А. Класстан тышкары окуу үчүн геометрия. - Ф: Мектеп, 1979.
2. Алтыбаева М.А., Назаров М. ж.б. Орто мектепте математиканы окутуунун методикасы. – Ош, 2004.
3. Бекбоев И. Б. ж.б. Геометрия. Орто мектептин 7-9-кл. үчүн окуу китеби. - Б.: Педагогика, 2000.
4. Депман И.Я. и др. За страницами учебника математики. - М.:Просвещение, 1989.
5. Глейзер Г.И. История математики в школе. VII-VIII кл. - М.: Просвещение, 1982.
6. Малыгин К.А. Элементы историзма в преподовании математики в средней школе. - М.: Учпедгиз, 1958.
7. Погорелов А.В. Геометрия. Орто мектептин 7-9-кл. үчүн окуу китеби. - М.: Просвещение, 1991.
8. Рыбников К.А. Возникновение и развитие математической науки. - М.: Просвещение, 1987.
9. Төрөгелдиева К.М. Математиканын тарыхы. - Бишкек, 2003.