УДК 371.3

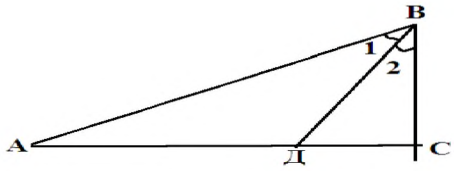
Салыков С.С., Жапарова С.Н., Салыкова Н.С.
К. Тыныстанов атындагы ЫМУ

КӨП БУРЧТУКТУН АЙРЫМ МААНИЛҮҮ КАСИЕТТЕРИН ОКУТУУНУН ИНТЕРАКТИВДҮҮ ЖОЛДОРУ

Мектеп геометриясынын окуучулардын логикалык ой жүгүртүүсүн өстүрүүдө мааниси чоң экендиги белгилүү. Бул багытта, барыдан мурда, мектеп математикасынын сүйлөмдөрүн негиздеп көрсөтүүдө кеңири колдонула турган корутунду жасоо $\left(\frac{x \Rightarrow y, x}{y}\right)$, төгүндөө эрежеси $\left(\frac{x \Rightarrow y, \overline{y}}{\overline{x}}\right)$, контрпозиция эрежеси $\left(\frac{x \Rightarrow y}{\overline{y} \Rightarrow \overline{x}}\right)$, жана силлогизм эрежеси $\left(\frac{x \Rightarrow y, y \Rightarrow z}{x \Rightarrow z}\right)$ сыяктуу логикалык закондордун, жок дегенде, көмүскө формада болсо да окуучулар тарабынан туура пайдалана билүүсүнө жетиштүү чоң мааниге ээ. (Мында x,y,z аркылуу айтылыштар, ал эми $\Rightarrow$символу аркылуу логикалык натыйжа белгиленди). Албетте, математикалык корутундуларды негиздөө ыкмаларын калыптандыруу системалуу түрдө жана окуу материалдарынын мазмундук-логикалык өзгөчөлүктөрүн, окуучулардын жаш өзгөчөлүктөрүн, ошондой эле алардын билим деңгээлдерин эске окуу менен жүргүзүлүүгө тийиш.

Окуучулардын логикалык ой жүгүртүүсүн өстүрүүдө, айрыкча, математика предметин тереңдетип окутуучу класстарда (мектептерде) мектеп планиметрия курсунун негизги мазмундук элементи болгон үч бурчтуктардын жалпы, ошондой эле анын “эң сонун” кесиндилеринин (биссектрисасынын, медианасынын жана бийиктигинин) касиеттерин окуучулардын окутуунун стандартында талап кылынгандай деңгээлде өздөштүрүүсүнө жетишүүнүн мааниси чоң экендиги талашсыз. Анткени жалпы билим берүүчү орто мектептин планиметрия курсунда бул кесиндилерге тиешелүү болгон бир катар маанилүү касиеттер “өзүнөн өзү көрүнүп” турган факт катарында (ал жалпы билим берүүнүн максатына туура келет) кабыл алынып, эч кандай негиздөө берилбейт. Ал эми математика илимине кызыккан окуучулар үчүн мындай абалга жол берилбеши керек экендиги түшүнүктүү.

Үч бурчтуктун биссектрисасынын касиеттеринин кароодон баштайлы. ΔABC берилип, ВД биссектриса болсун. Анда $\frac{АД}{ДС}=\frac{AB}{BC}$ (1) пропорциясы орун аларын далилдейли.



1-сүр.

Окуучулардын таанып-билүү активдүүлүгүн жогорулатуу максатында, бул теореманын далилдөөсүнүн анча татаал эместиги эске алынып, маселен ротация методун колдонууга болот. Анда биринчи группадагы окуучуларга, алардын акыл ишмердүүлүгүнүн багыт берүүчү негизи катарында тиешелүү үч бурчтуктар үчүн синустун теориясын колдонууну, ал эми экинчи группага болсо ВД кесиндисин улап, үч бурчтуктардын окшоштук белгилерин пайдалануу менен далилдөөнү сунуштайбыз.

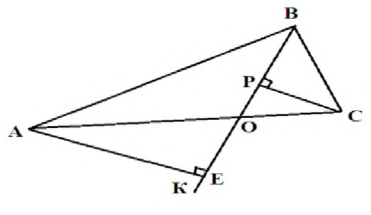
Далилдөөнү сүйлөмдөрдүн удаалаштыгы түрүндө, тиешелүү логикалык закондорду ачык көрсөтүү менен берүүнү төмөндөгүдөй сунуштайбыз.

	Далилдөө	**Далилдөөнүн анализи**
1.	$\angle 1=\angle 2=\frac{1}{2}B$	Шарт боюнча
2.	$\frac{АД}{\sin\frac{1}{2}\angle B}=\frac{AB}{\sin\angle DLF}$	ΔАВД дан синустар боюнча
3.	$\frac{АД}{\sin\frac{1}{2}B}=\frac{AB}{\sin B}\Rightarrow\frac{АД}{AB}=\frac{\sin\frac{1}{2}\angle B}{\sin\angle ВДА}$	2-кадамдан пропорциянын касиети боюнча
4.	$\frac{АД}{AB}=\frac{\sin\frac{1}{2}\angle B}{\sin\angle ВДА}$	2, 3-кадамдардан корутунду жасоо эрежеси боюнча
5.	$\frac{СД}{BC}=\frac{\sin\frac{1}{2}\angle B}{\sin\angle ВДА}$	Аналогия методу боюнча 2, 3, 4-кадамдарга окшоштуруп, ΔВСД дан
6.	$\frac{АД}{AB}=\frac{\sin\frac{1}{2}\angle B}{\sin\angle ВДА}\ \&\ \frac{СД}{BC}=\frac{\sin\frac{1}{2}\angle B}{\sin\angle ВДА}$	4, 5-кадамдардан конъюнкцияны кийрүү закону боюнча
7.	$\frac{АД}{AB}=\frac{\sin\frac{1}{2}\angle B}{\sin\angle ВДА}\ \&\ \frac{СД}{BC}=\frac{\sin\frac{1}{2}\angle B}{\sin\angle ВДА}\Rightarrow$ $\Rightarrow\frac{АД}{AB}=\frac{СД}{BC}$	Мурда далилденген теорема (барабардык катышынын касиети)
8.	$\frac{АД}{AB}=\frac{СД}{BC}$	6, 7 кадамдардан, корутунду жасоо эрежеси боюнча

Кандайдыр бир жол менен (саноо аркылуу же тизме боюнча ж.б.) түзүлгөн чакан топторго А жана С чокуларынан чыккан биссектрисаларынын касиетин, аналогия медодун колдонуу менен, биринчи учурдагы талкулоону үлгү катарында пайдалануу аркылуу, үч бурчтуктун биссектрисасынын касиеттерин туюнткан барабардыктарды жазып чыгарууну сунуштоо максатка ылайык.

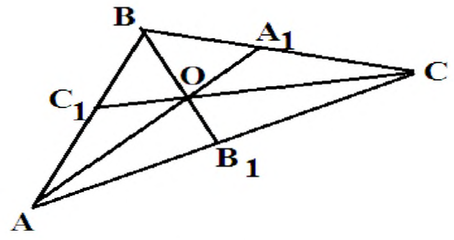
(1) катнашты далилдөөнүн экинчи варианты, $CP \perp BK$, $AE \perp BK$ сыяктуу кошумча түзүүлөргө, ошондой эле ABE жана BCP, AOE жана COP үч бурчтуктарынын окшоштуктарына (аны далилдөө керек) таянуу менен негизделе турганын белгилейли (2-сүр.).

Бул далилдөө окуу китебинде берилген [4, 181-182]. Таанып-билүү процессин активдештирүү максатында чакан топторго (ротация методун колдонуу менен) A жана C чокуларынан чыккан биссектрисанын касиеттерин далилдетүү менен презентациялоого болот.



2-сүр.

Үч бурчтуктун "эң сонун" кесиндилеринин бири болгон жана геометриялык ар түрдүү маселелерди чыгарууда кеңири колдонулууга ээ болуп, аны жеңилдетүүгө мүмкүндүк берүүчү бир катар касиеттердин да окуучулардын өз алдынчалуулугуна кеңири таянуу далилдеп берүүгө мүмкүн.



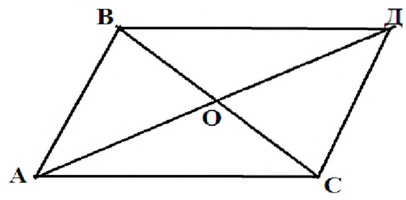
3-сүр.

Математиканы тереңдетип окуй турган класстын окуучуларына ар кандай үч бурчтук медианалары аркылуу аянттары барабар болгон алты үч бурчтукка бөлүнө турган далилдөөнү сунуш кылабыз. Далилдөөнү эвристикалык аңгеме формасында ишке ашырууга болот. Төмөнкү кадамдардан турган тапшырмаларды аткарууну окуучуларга сунуштайбыз.

1. $S_{\Delta AOB_1} = S_{\Delta COB_1}$ экенин далилдегиле (Окуучулар: $AB_1=CB_1$ жана O чокусунан түшүрүлгөн бийиктиктер барабар экенин байкашып, ΔAOB_1 жана ΔCOB_1 барабар негиздери жана бийиктиктери болгондуктан, тиешелүү корутундуга келишет)
2. $S_{\Delta COA_1} = S_{\Delta BOA_1}$ (1 учурдагыдай эле себеп боюнча).
3. $S_{\Delta BOC_1} = S_{\Delta AOC_1}$ (1 учурдагыдай эле себеп боюнча).
4. Эми $S_{\Delta AA'C} = S_{\Delta AA'B}$ экенин далилдегиле (бул үч бурчтуктарда бийиктиктери жана негиздери барабар экендигин байкашып, окуучулар тиешелүү корутунду жасашат)
5. 3-кадамдан 2 $S_{\Delta AOB_1} + S_{\Delta COA_1} = 2S_{\Delta AOC_1} + S_{\Delta BOA_1}$ б.а. $S_{\Delta AOB_1} = S_{\Delta BOA_1}$ деген корутундуну андан ары, кошумча ой жүгүртүүлөрдү аналогия методу боюнча жүргүзүү менен $S_{\Delta AOB_1} = S_{\Delta COB_1} = S_{\Delta COA_1} = S_{\Delta BOA_1} = S_{\Delta BOC_1} = S_{\Delta AOC_1}$ түрүндөгү барабардыктардан, үч бурчтук өзүнүн медианалары менен аянтары барабар болгон алты кичине үч бурчтуктарга бөлүнө тургандыгы жөнүндөгү корутундуну алышат.

Мугалим 3-сүрөттү изилдөөнү, б.а., кичине үч бурчтуктардын аянттары боюнча салыштырууну улантуу максатын коет. Окуучулардын ой жүгүртүүсүнө багыт берүү үчүн ABO жана AOB_1 үч бурчтуктарынын аянттарын өз ара салыштыргыла деп, конкреттүү тапшырма бериши мүмкүн. Окуучулар $S_{\Delta BOA}=2\ S_{\Delta AOB_1}$ деген корутундуну жогоруда алынган натыйжаларга таянуу менен алышат да, төмөнкүдөй теоремага келишет. $BO=2OB_1$, $AO=2OA_1$, $OC=2OC_1$ б.а., үч бурчтуктун медианалары бири-бирин 2:1 катышында бөлүшөт, б.а., үч бурчтуктун ар бир медианасы экинчисин үчтөн бириндей кесип өтөт.(Медианалар кесилишкен чекит алардын ар бирин тиешелүү негизинен баштап эсептегенде $\frac{1}{3}$ бөлүккө бөлө тургандыгы окуу китебинде [1, 108-109] үч бурчтуктун орто сызыгынын касиетине жана үч бурчтуктардын барабардыгынын экинчи белгисине таянуу менен далилденип берилген. Мугалим бул теманы өз алдынча даярданып келүүгө, тапшырма катарында, ал анча татаал болбогондуктан, бере алат).

Ал эми үч бурчтуктун а жагына түшүрүлгөн медиананын узундугу $m_a=\frac{1}{2}\sqrt{2в^2+2c^2-a^2}$ формуласы менен табыла турганын, далилдөөнү өз алдынча тапшырма катарында берүүгө болот. Чындыгында эле, бул формуланы далилдөө үчүн үч бурчтукту параллелограммга чейин толуктоо менен анын тиешелүү касиетин колдонуу жетиштүү (4-сүр.).



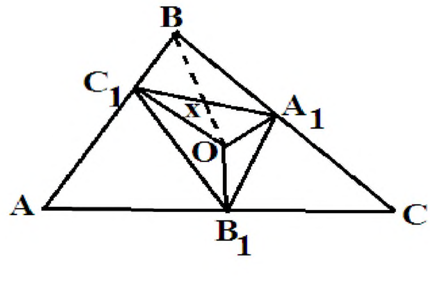
4-сүр.

Далилдөө деталдаштырылып төмөндөгүчө жүргүзүлүшү мүмкүн.

	Далилдөө.	**Далилдөөнүн анализи**
1.	АО-медиана	Шарт боюнча
2.	АО-медиана ⇒ВО=ОС	Медиананын аныктамасы боюнча
3.	ВО=ОС	Корутунду жасоо эрежеси боюнча, 2-кадамдан
4.	ОД=ОА болгондой ОД кесиндисин АО түз сызыгына ченеп коюю.	Ченеп коюунун аксиомасы боюнча
5.	ВО=ОС & АО=ОД	Конъюнкцияны кийирүү закону боюнча
6.	ВО=ОС& АО=ОД ⇒АВСД параллелограмм	Мурда далилденген теорема
7.	АВСД параллелограмм 5,6 кадамдар. Modus ponens эрежеси боюнча	5,6 кадамдардан, Modus ponens эрежеси боюнча
8.	АВСД пареллелограмм⇒ ⇒$АД^2+ВС^2=2(АС^2+АВ^2)$	Мурда далилденген теорема
9.	АД=2 m_a, ВС=а, АС=в, АВ=с.	Мурда кабыл алынган белгилөөгө ылайык.
10.	$(2m_a)^2=2(в^2+c^2)-a^2$	8,9 кадамдарды теңдеш өзгөртүп түзүү боюнча
11.	$4m_a^2=2((в^2+c^2)-a^2 \Rightarrow m_a= =\frac{1}{2}\sqrt{2в^2+2c^2-a^2}$	Мурда далилденген теорема
12.	$m_a=\frac{1}{2}\sqrt{2в^2+2c^2-a^2}$	10,11 кадамдардан, Modus ponens эрежеси боюнча

Үч бурчтуктун дагы бир маанилүү кесиндилеринен бири болуп - орто сызыгы эсептелет.

Математиканы терендетип окутууда үч бурчтуктун орто сызыгы жөнүндөгү теорема [1, 107-108], башка бир жалпы ырастоонун жекече учуру экендигин негиздөө менен, көрсөтүп коюу максатка ылайык. Ал үчүн үч бурчтуктун ичинен алынган каалагандай чекиттен, анын жактарына түшүрүлгөн үч перпендикулярдын негиздерин туташтыруу менен пайда болгон, педалдык үч бурчтук деп аталган түшүнүктүн касиетин колдонуу



5-сүр.

талап кылынат (мында О чекити педалдык чекит деп аталат). Ошентип, $OA\perp AC$, $OC\perp AB$, $OB\perp AC$ (О-үч бурчтуктун ичинен эрктүү талдалып алынган чекит)

Талкулоону деталдаштыруу менен, төмөндөгүчө жүргүзөлү (Мугалим класстын конкреттүү даярдалганын эске алып, ага логикалык-дидактикалык анализ жүргүзүү менен аны максатка ылайык өзгөртүп түзө алат деп эсептейбиз).

	Далилдөө	**Далилдөөнүн анализи**
1.	$OA_1\perp BC$ & $OC_1\perp AB$	Шарт боюнча жана конъюнкцияны кийирүү эрежесине ылайык.
2.	$OA_1\perp BC$ & $OC_1\perp AB\Rightarrow$ $\Rightarrow\exists W(x;\ R=\frac{1}{2}OB)$	Мурда далилденген теорема
3.	$\exists W(x;\ R=\frac{1}{2}OB)$	Modus ponens эрежеси боюнча
4.	$\exists W(x;\ R=\frac{1}{2}OB)\Rightarrow O\in W(x;\ R=\frac{1}{2}OB)$	Мурда далилденген теорема
5.	$\exists\Delta BC_1A_1$, ΔABC	Түзүү жана шарт боюнча
6.	$\exists\Delta BC_1A_1\Rightarrow\frac{A_1C_1}{\sin\angle B}=$ВД $\exists\Delta ABC\Rightarrow\frac{AC}{\sin\angle B}=2R$	Мурда далилденген теорема
7.	$\frac{A_1C_1}{BO}=\frac{AC}{2R}$	6-барабардыктан $\sin\angle B$ ордуна коюу менен
8.	$\frac{A_1C_1}{BO}=\frac{AC}{2R}\Rightarrow A_1C_1=\frac{BO*AC}{2R}$	9-кадамдан теңдеш өзгөртүп түзүү.
9.	$A_1B_1=\frac{OC*AB}{2R}$ & $B_1C_1=\frac{AO*BC}{2R}$	Аналогия методун колдонуу менен A_1B_1C жана B_1C_1A үч бурчтуктарынан.

Мына ошентип, педалдык үч бурчтуктардын жактары $A_1C_1=\frac{BO*AC}{2R}$, $A_1B_1=\frac{OC*AB}{2R}$, $B_1C_1=\frac{AO*BC}{2R}$ болот Эми эгерде BO=CO=AO=2R (R ABC үч бурчтугунун сыртына сызылган айлананын радиусу) болгон учурда педалдык үч бурчтуктун жактары $\frac{в}{2}$, $\frac{c}{2}$, $\frac{a}{2}$ ге барабар болуп, ΔABC үч бурчтугун орто сызыктары менен дал келип калат.

Жыйынтыктап айтканда, мектеп геометриясынын маанилүү фигурасынын бири болгон үч бурчтуктун касиеттеринин ар тараптан тереңдетип окутуу мененокуучуларды математика боюнча билимдеринин толук, аң-сезимдүү жана бекем болушуна шарт түзүлөөрүн мугалим эске алуусу максатка ылайык.

Адабияттар:

1. Бекбоев И.Б. ж.б. Геометрия: Орто мектептин 7-9-кл. үчүн окуу китеби. - Б.: Педагогика, 2000.
2. Бекбоев И.Б. Инсанга багыттап окутуу технологиясынын теориялык жана практикалык маселелери. - Б.: Педагогика, 2003.
3. Бекбоев И.Б., Салыков С.С. Геометрияны 7-9 класстарда окутуу: Мугалимдер үчүн методикалык колдонмо. - Б.: Педагогика, 2003.
4. Погорелов А.В. Геометрия. Орто мектептин 7-11 классы үчүн окуу китеби. - Б.: Мектеп,

НАРОДНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ. ПЕДАГОГИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ

1993.