УДК 332.14: 004.02

К.С. АБДРАИМОВА
E.mail. ksucta@elcat.kg

КАПИЦАНЫН ДЕМОГРАФИЯЛЫК ӨНҮГҮҮ ТЕНДЕМЕСИНИН ЭКОНОМИКАЛЫК ӨСҮҮ ТЕҢДЕМЕСИНЕ ӨТҮШҮН САНДЫК ИЗИЛДӨӨ

Калктын санынын гипербола ийри сызыгындагы өзгөрүүсүнүн чегинде Капица дифференциалдык теңдеменин сандык эсептөөсүнө компьютердик программа иштелип чыккан. Эсептөөнүн жыйынтыктары ар кандай бир калыпка келитирүү көрсөткүчтөр, Капица саны жана башка константтар үчүн салыштырылган.

В рамках гипотезы гиперболического изменения численности населения разработана компьютерная программа численного решения дифференциального уравнения Капица. Сопоставлены результаты расчета для разных показателей регулирующего параметра исключающий сингулярность, числа Капица и других констант.

According to the hypothesis of hyperbolic population change a computer program for numerical solution of differential equations Kapitsa. Comparing the results of calculations for different indicators of regulatory option excludes the singularity of Kapitsa and other constants.

Компьютердик моделдештирүү ыкмалары математикалык макромоделдерди колдонуу менен, социалдык-экономикалык өнүгүүнүн динамикасын толук ачып берүүсү бүгүнкү күндө узак мөөнөттүү божомолдоо үчүн эң күчтүү ыкма болуп эсептелет. Мындай математикалык макромоделдерди жалгыз гана окумуштуулар же илимий коллектив эмес, ири жеке консультациялык-аналитикалык борборлор жана инвестициялык компаниялар да, мисалы, «ПрайсУотерхаус Куперс» (PricewaterhouseCoopers, 2006), (Wilson, Purushothaman, 2003) ж.б. сыяктуу борборлор иштеп чыга алышат [1], [3].

Методологиялык планда социалдык-экономикалык өнүгүүнүн динамикасын ачып берүүчү математикалык макромоделдерди түзүүдө изилдөөчүлөр адаттагыдай XX кылымдын экинчи жарымында түзүлгөн неоклассикалык экономика теориясына таянышат. Солоунун узак мөөнөттүү экономиканын өсүүсүнүн неоклассикалык модели Кобба-Дугластын өндүрүштүк функциясынын негизинде көп колдонулат.

Экономика жактан өнүккөн өлкөлөр өздөрүнүн өнүгүү стратегиясын пландаштырууда Ички дүң өнүмүнүн (ИДӨ) өндүрүш динамикасынын моделдештирүү топтомдорун кеңири колдонушат. Эгерде Кыргызстан рынок жактан өнүгүү менен бирге демократиялык мамлекет тургузса, анда маанилүү божомолдоо ыкмалар топтомун жана заманбап ыкмаларды кеңири колдонуусу зарыл. Булардын негизинде, бул макалада математикалык ыкмалар боюнча кыскача талдоолор жүргүзүлөт.

Экономиканын өнүгүшүн моделдештирүү жана божомолдоо маселелери факторлордук талдоо жана өндүрүш түзүмдөрүнөн башталат. Көптөгөн факторлордун ичинен экономиканын өнүгүшүнө жана өсүүнө чечүүчү ролду ойногон үч фактор – эмгек L, капитал K жана техникалык өнүгүү A өзүнчө бөлүнүп турат. Алар өндүрүш функциясы аркылуу максималдуу көлөмдөгү продукцияларды өндүрүүнү аныкташат.

$$Y = F(L, K, A) \quad (1)$$

Өндүрүш функциясы үстөмдүк кылуучу технологиялык ыңгай болуп эсептелет, о.э. өндүрүштүк уюштуруу ыкмасын жана продукцияны өндүрүү Y менен негизги факторлор каражаттары ортосундагы функционалдык байланышты ачып берет. Ошентип, колдонуу учурунда бизди кызыктырган, өндүрүштүн технологиясы жана уюштурулушу өндүрүш функциясында ишке ашуу керек.

Өндүрүш функциясынын көптөгөн түрлөрү бар. Бирок, көбүрөөк белгилүү, теория жана колдонмо жактан маалым болгон Кобба-Дугластын өндүрүш функциясы калат:

$$Y = AK^{\alpha} L^{\beta}, \qquad \alpha + \beta = 1 \tag{2}$$

α жана β - туруктуу көрсөткүчтөр. Кобба-Дугластын өндүрүш функциясы узак убакыттар бою эмгек үлүшү β кирешеде Y туруктуу чоңдук болуп саналган эң сонун касиет менен мүнөздөлөт. Өндүрүш функциясынын бул касиети α жана β туруктуу көрсөткүчтөрүнүн сандык бааларын жеңил чыгарууга мүмкүндүк берет.

Өндүрүш функциясынан (2) логарифмалык туунду алып, анын тездик жазуусун алабыз:

$$q_Y = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha \frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha)\frac{\dot{L}}{L} = q_A + \alpha\, q_K + (1-\alpha) q_L \tag{3}$$

q_Y, q_A, q_K, q_L - өсүү тездигинин дал келген өзгөрүлмөлөрү. Эгерде теңдештик тең салмактуулук орду болсо, качан капитал жана продукция өндүрүмү бирдей тездикте өссө $\left(q_Y = q_K\right)$, анда (3) формуласына тиешелүү

$$q_Y = q_L + \frac{1}{1-\alpha} q_A \tag{4}$$

б.а. продукция өндүрүмүнүн өсүү тездиги жумуш күчүнүн жана техникалык өнүгүүнүн өсүү тездиги менен аныкталат.

Солоунун техникалык өнүгүүсү жалгыз гана жаңы технологияларды эмес, жаңы билим деңгээли жана анын иш жүзүнө ашырылышы, жаңы материалдар, өндүрүштөрдү уюштуруудагы жаңы формаларды да түшүндүрөт.

Солоу модели конкуренция божомолдорун кабыл алууга негизделген жана эмгек менен капиталдын ортосундагы токтоосуз өз ара алмаштырууучулукка жол берет. ИДӨнүн өсүшү Солоу моделинде кийинки факторлорго жол берүү боюнча аныкталат:

- өндүрүш капиталынын көлөмүнүн өсүшү;
- жумуш орундарынын өсүшү (жумуш күчүнүн саны);
- билим берүү деңгээлинен жана жумушчулардын тажрыйбалуулугунан көз каранды болгон «адам капиталынын» өсүшү;
- өндүрүмдүүлүктүн бирдиктүү факторунун жогорулашына алып келген техникалык өнүгүүнүн өсүшү.

Негизги экономика катарында сылыштыруу үчүн адатта азыркы учурда алдыңкы катардагы технологияларды колдонууда жана эмгек өндүрүмдүүлүгүнүн жогорку деңгээлине жетишкендиги жактан дүйнө лидери катары каралган АКШнын экономикасын алышат [3].

Билим жана техникалык өнүгүү адамзаттын туруктуу өнүгүүсүнүн, экономикалык өсүү байгерчилиги жана элдин социалдык жыргалчылыгынын негизги фактору болуп эсептелген эмгек өндүрүмдүүлүгүн аныктайт. Техникалык өнүгүү жалгыз гана жандуу эмгек өндүрүмдүүлүгүнө катышпастан, өндүрүштүк жабдуулардын өндүрүмдүүлүгүн жогорулатууга да таасир берет, б.а. негизинен таза капиталда, жана анын капитал кайтарымын (фонд кайтарымын) жогорулатууда. Булардын негизинде, калктын мындан аркы жашоо сапатын жана деңгээлин жогорулатууда жана сактоодо туруктуу илимий-техникалык өнүгүүнү талап кылынат .

Техникалык өнүгүүнүн өсүү көрсөткүчүн эсептөө үчүн бир катар жөнөкөй математикалык моделдер бар. 1939-жылы эле голландиялык экономист Ян Тинберхен [Тинбэрхэн и Бос, 1967], жыйынтыгында Нобель сыйлыгына ылайык деп табылган, биринчи жолу техникалык өнүгүүнүн туруктуу өсүү тездиги менен Кобба-Дугластын классикалык өндүрүш функциясын экспоненциалдык көбөйтүүчү түрүндө эске алууну сунуштаган:

$$Y = A_0 \exp\left(q_A\, t\right) K^{\alpha} L^{1-\alpha} \tag{5}$$

$A = A_0 \exp(q_A\, t)$; $A_0 = const$, $q_A = const$. Белгилеп кетүү керек, Тинберген модели (5) өнүккөн өлкөлөрдүн көп жылдаган убактан берки экономикалык өсүүсүн, 1970-жылдардагы дүйнөлүк экономикалык кризиске чейин өзүнө камтыган индустриалдык доорду жакшы ачып берет. Бирок, экспоненциалдык өсүү модели жалпы илимий өнүгүү тенденциясын чагылдырып, анын НИОКР сыяктуу өзүнчө жетишээрлик автономдуу тармактардын өзгөчөлүктөрүн эске алган эмес. Ушул жерден эле, кезектеги илимий-техникалык революциядан (ИТР) кийин, биз чындыгында ИТР тармагында эмгектенген окумуштуулардын жана инженер-техник кызматкерлеринин экспоненциалдык өсүүсүн байкайбыз, андан кийин, убакыттын өтүшү менен, туруктуу абалга келүү этабы байкалат. Буга ылайык, техникалык өнүгүү тездиги баскычтуу түрдө бир техника революциясынан башкасына өтүү менен өсөт, б.а. $q_A(t)$ жалпысынан баскычтуу функция болуп эсептелет [2].

Өндүрүш динамика процессин ачып берген математикалык моделдер биринчи түзүлүштөгү дифференциалдык теңдеме болуп эсептелет. Дифференциалдык теңдемелерди чыгаруу кеңири колдонулган сандык ыкмалардын жардамы менен жүрүзүлөт.

Техникалык өнүгүүнүн биринчи модели болуп, тажрыйбага негизделген маалыматтардан келип чыккан, Нобель лауреаты Саймон Кузнец жана М.Кремер тарабынан түзүлгөн Кузнец-Кремер модели болуп эсептелет:

$$q_A = \frac{dA}{Adt} = bN, \quad b = const \qquad (6)$$

Кузнец-Кремер моделине ылыйык, техникалык өнүгүүнүн өсүү тездиги q_A өлкөдөгү калктын санына пропорционалдуу N. Жердин калкынын өсүү тездиги доору үчүн (1980-ж. чейин) [Коротаев, Малков, Халтурин, 2007] жүргүзүлгөн иште тажрыйбага негиздеп теңдемени текшерүү (6) анын адилеттүүлүгүн толугу менен ырастаган. Ал эми Кузнец-Кремер теңдемеси кийинки глобалдуу демографиялык өткөөл мезгилде канчалык адилеттүүлүгүн көрсөтөт? Бул суроого, өзгөчө так божомолдуу эсептөөдө жооп ачык бойдон калууда.

Жумуш күчүнүн саны өлкөдөгү калктын санына пропорционалдуу болгондуктан, Кузнец-Кремер модели техникалык өнүгүүнүн эмгек ресурстарын L аркылуу аныктайт. Техникалык өнүгүүнүн альтернативдүү модели Нобель сыйлыгынын лауреаты Кеннет Эрроу тарабынан 1962-жылы сунушталган.

Техникалык өнүгүү A жумушчунун билим, эмгек, ишкердүүлүк процессинде, өздүк тажрыйбасында алган жана тажрыйбасынын деңгээлинен көз каранды болуп, К.Эрроу белгилегендей, өндүрүштөгү негизги капиталдын K көлөмүнө таасир бериши же ар бир жумуш ордунун капиталданышы k менен аныкталат:

$$A = K^{\theta}, \qquad (7)$$

$$A = k^{\theta} = \left(\frac{K}{L}\right)^{\theta} \qquad (8)$$

θ - окутуунун таасирдүүлүк көрсөткүчү, капитал боюнча билим запасынын ийкемдүүлүгү.

Демографиялык динамиканы ачып берген, бир кыйла жөнөкөй модель, глобалдык демографиялык өнүгүүнү жана демографиялык өткөөлдү үйрөнүү процессинде пайда болгодуктан, аларга кененирээк токтолобуз. 1960-жылы Х.фон Ферстер, П.Мора и Л.Амиот [Foerster, Mora and Amiot, 1960] адамзат пайда болгон убактан берки демографиялык маалыматтарга статистика жактан баалоо жүргүзүшүп, Жердин калкынын санынын өсүүсүнүн ийри сызыгы гипербола ийри сызыгына эң сонун жакындашкандынын табышкан:

$$N = \frac{C}{T_0 - T} \qquad (9)$$

$C = 200 \cdot 10^9$; $T_0 = 2026$ –ж. (тактап айтканда 13-ноябрь, 2026-ж.). Кийинчирээк, 1970-ж. чейин туура экендиги көргөзүлгөн [Hoerner, 1975]. Формулага (9) ылайык 2026-жылы Жердеги калктын саны чексиздикке кетүү керек. Көрсөтүлгөн иштин «Конец света: пятница, 13 ноября 2026 года от Рождества Христова» аталышынын өзү кырдаалды кайгылуу божомолдоого алып келген. Табигый каршылык бул иштин мындай жыйынтыгына көптөгөн көңүл бурууну алып келген жана мындай парадоксалдуу байкоого көптөгөн түшүндүрмөлөрдү берүү аракетине демилге жараткан. Тез эле Жер калкынын санынын чыныгы динамикасы гипербола ийри сызыгынан, калктын өсүүсү азайгандына байланыштуу, алыстай баштайт. Анын үстүнө бул бурулуш 1962-1963-жж. болуп, адамзат тарыхындагы калктын өсүү тездигинин максималдуу көрсөткүчү бул жылдарда жылына – 2,19 % ды көрсөтүп турган байкоолор кийинки учурдагы акырындык менен төмөндөөгө алмашып, азыркыга чейин уланып келет. Бул кубулуш «глобалдык демографиялык өткөөл» деп аталган жана калктын чеги жок өсүү режиминин туруктуу абалы менен алмашуусунда турат. А дегенде бул, өзүнүн демографиялык революциясын XVII кылымда башынан өткөргөн Францияга салыштырмалуу, француз демограф Адольф Ландри [Капица, 2008] тарабынан ачылган [2,3].

Капица С. Жердин калкынын санынын өсүүнүн гипербола ийри сызыгына, калктын өсүү ылдамдыгы үчүн теңдемеси калктын санынан чарчылык көз карандылыкта экендигин көрсөтүп, кооперативдик өнүгүү механизмин чагылдырган түшүндүрмө берген:

$$\frac{dN}{dT} = r\,N^2, \quad r = const \tag{10}$$

Бул теңдеменин чыгарылышы гипербола функциясы (9) болуп эсептелет, $r = C^{-1}$.
Демографиялык өткөөлдү ачуу үчүн С. Капица (9), (10) теңдемелерин кийинкидей түргө өзгөрткөн:

$$\frac{dN}{dT} = \frac{r\,C^2}{(T_0 - T)^2}, \tag{11}$$

Андан кийин бул теңдемеге өткөөл мезгил өзүнүн чегине жеткенде өсүү ылдамдыгын чектөө факторлорун билдирген τ көрсөткүчүн киргизген:

$$\frac{dN}{dT} = \frac{C_1}{(T_1 - T)^2 + \tau^2}, \qquad T_1 \neq T_0 \tag{12}$$

Математикалык багытта τ – бул бир калыпка келитирүү көрсөткүчү.
Ал эми (12) теңдемесинде жөнөкөй эсептөө бар:

$$N = K^2 arcctg\left(\frac{T_1 - t}{\tau}\right), \quad K^2 = \frac{C_1}{\tau} \tag{13}$$

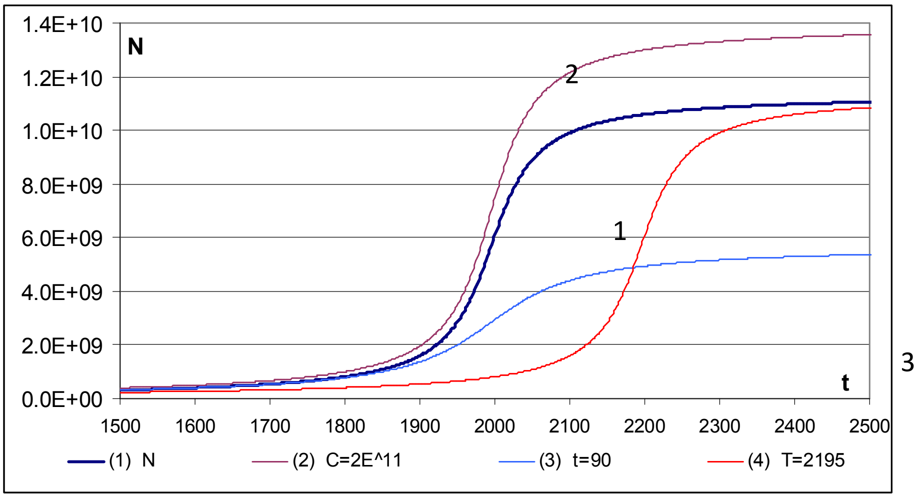
Бул жерде K – Капица саны, T_1 - демографиялык өткөөлдүн датасын көрсөтөт [2], [3], [4].

C_1, τ, T_1 константтарынын дифференциалдык теңдемеге (12) болгон таасирин билүү үчүн программа түзүлдү жана бул коэффициенттер вариация менен эсептөө жүргүзүлдү. 1) $C_1 = 1.63 \cdot 10^{11}, \tau = 45, T_1 = 1995$;

2) $C_1 = 2.0 \cdot 10^{11}, \tau = 45, T_1 = 1995$;

3) $C_1 = 1.63 \cdot 10^{11}, \tau = 90, T_1 = 1995$; 4) $C_1 = 1.63 \cdot 10^{11}, \tau = 45, T_1 = 2195$.

1-сүрөттө, бир калыпка келитирүү көрсөткүчүнүн таасири бир топ маанилүүлүгү көрүнүп турат. Эсептөөлөр Рунге-Кутта сандык ыкмасы менен жүргүзүлдү жана аналитикалык (13) формуласы менен салыштырылды.



1- сүр. Дүйнөгү калктын санынын *N* динамикасы

Кузнец-Крамер ыкмасына ылыйык, өсүү ылдамдыгы өлкөнүн санына пропорционалдуу болгонун карасак, анда жыйынтык чыгарууга болот. Эгерде санды *N* – адистер көрсөткүчү деп болжолдосок, анда мамлекеттин негизги аракети – бул эмгектенген калк арасында жогорку квалификациядагы адистердин санын жогорулатуу.

Адабияттардын тизмеси

1. Тинбэрхрхэн Я., Х. Бос. Математические модели экономического роста. — М.: Прогресс, 1967.

2. Садовничий В.А. и др. Комплексное моделирование и прогнозирование развития стран БРИКС в контексте мировой динамики. – М.: Издательский Дом «Наука», 2014. – 382 с.

3. А.А.Акаев. От эпохи великой дивергенции к эпохе великой конвергенции. Математическое моделирование и прогнозирование долгосрочного технологического и экономического развития мировой динамики. – М.: ЛЕНАНД, 2015. – с. 352

4. Иманалиев М.И. ж.б. Кадимки дифференциалдык тендемелер жана алардын колдонушу. –Б.: 2006. - 267б.: ил.