УДК 681.5

Р.Н. КУРМАНАЛИЕВА
E.mail. ksucta@elcat.kg

СИНТЕЗ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ ПРОГРАММНЫМ ДВИЖЕНИЕМ МНОГОМЕРНОГО ОБЪЕКТА В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

Макалада программалык кыймылдагы башкарууну синтездөө методикасы каралды. Өзгөрүп турган абалдагы вектордук тендеменин жардамы менен берилген көп өлчөмдүү объектилерди башкаруу системасын синтездөө алгоритми кепилдик принциптин негизинде сунуш кылынды.

Рассматривается методика синтеза закона управления программным движением. Предлагается алгоритм синтеза управляющей подсистемы для многомерного объекта, описываемого векторным уравнением в переменных состояния, на основе принципа гарантируемой динамики.

The problem of management of the program movement is considered. The synthesis algorithm of the managing a subsystem for the multidimensional object, described by the vector equation in variable states, on the basis of the principle of the guaranteed dynamics is offered.

Системы автоматического управления (САУ) программным движением широко применяются при автоматизации различных технических и технологических объектов (станки, манипуляторы, летательные аппараты, промышленные электроприводы и др.). Для проектирования таких САУ в рамках теории управления разработан ряд методов таких, как методы: оптимального [1, 2] и адаптивного управления [3, 4]; построения систем с переменной структурой [5], алгоритмы обратной задачи динамики [6, 7] и модального управления [8]. В статье разрабатывается методика синтеза закона управления программным движением линейного объекта на основе новых критериальных условий, полученных в рамках принципа гарантируемой динамик [9].

Рассматривается объект управления, модель которого задана в пространстве состояний

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \xi(t), \qquad (1)$$
$$x(t_0) = x^0, \qquad t \subset [t_0, t_k],$$

где $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ – n-мерный вектор состояния объекта; $u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)]^T$ – m-мерный вектор управляющих воздействий; $\xi(t) = [\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_n(t)]^T$ – n-мерный вектор измеряемых внешних возмущающих воздействий; t – непрерывное время; x^0 – начальное состояние объекта; t_0, t_k - начальный и конечный моменты управления; T - знак транспонирования; A, B – известные матрицы соответствующих размерностей:

$$A = \{a_{ij}\}_{n\times n}, \qquad B = \{b_{ij}\}_{n\times m}.$$

Программное движение управляемого объекта, которое необходимо поддерживать, задается вектором $x^*(t) = [x_1^*(t), x_2^*(t), \dots, x_n^*(t)]^T$, динамика которого задается векторным уравнением

$$\dot{x}^*(t) = A^*x^*(t) + Dg(t), \qquad (2)$$

где $g(t) = [g_1(t), g_2(t), \dots, g_n(t)]^T$ – вектор задающих воздействий, A^*, D – заданные вещественные матрицы:

$$A^* = \{a^*_{ij}\}_{nxn}, \quad D = \{d_{iv}\}_{nxm}$$

В процессе управления объектом (1) возникают ошибки управления $e_i(t), i = \overline{1,n}$, составляющие вектор

$$e(t) = x(t) - x^*(t). \qquad (3)$$

Задача состоит в определении вектора (закона) управления *u(t)*, обеспечивающего требуемую близость программного $x^*(t)$ и фактического $x(t)$ движений объекта, т.е. стремление к нулю ошибок управления:

$$e_i(t) \to 0, \qquad i = \overline{1,n}. \qquad (4)$$

Решение сформулированной задачи включает следующие этапы:

1) формулировка критерия качества управления;
2) синтез закона управления *u*(*t*).

Формулировка критерия качества управления. Предположим, что задана некоторая вектор-функция $I(t) = [I_1(t), I_2(t), ..., I_n(t)]$компоненты, которой представляют собой оценочные (штрафные) функции, определяющие степень близости между соответствующими компонентами векторов $x^*(t)$ и $x(t)$. Теперь введем набор следующих функций [10]:

$$J_i(t) = \int_{t_0}^{t} I_i(\xi)\dot{I}_i(\xi)d\xi, \qquad i = \overline{1,n}. \qquad (5)$$

В работе [10] доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть $I_i(t_0) \neq 0$ и для каждого t_0 и $t > t_0$ выполняются условия

$$\int_{t_0}^{t} I_i(\xi)\dot{I}_i(\xi)d\xi < 0, \qquad i = \overline{1,n}. \qquad (6)$$

Тогда модули оценочных функций $|I_i(t)|$ с течением времени убывают и $\lim_{t\to\infty} I_i(t) = 0$.

Таким образом, в качестве штрафных функций $I_i(t)$ можно использовать ошибки программного управления $e_i(t)$:

$$I_i(t) = e_i(t), \qquad i = \overline{1,n}. \qquad (7)$$

Синтез закона управления. С учетом (7) критериальные функции, определяемые формулой (5), имеют вид

$$J_i(t) = \int_{t_0}^{t} e_i(\xi)\dot{e}_i(\xi)d\xi, \qquad i = \overline{1,n}. \qquad (8)$$

Прежде чем перейти к синтезу закона управления вначале векторные уравнения (1) и (2) представим в координатной форме:

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + \sum_{v=1}^{m} b_{iv}u_v + \xi_i,$$
$$\dot{x}_i^* = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^* x_j^* + \sum_{j=1}^{n} d_{ij}g_j, \qquad i = \overline{1,n}. \qquad (9)$$

Поскольку$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}^*(t)$ уравнения ошибок управления с учетом (9) имеют вид

$$\dot{e}_i = \sum_{j=1}^{n}(a_{ij}x_j - a_{ij}^*x_j^* - d_{ij}g_j) + \xi_i + \sum_{v=1}^{m} b_{iv}u_v, \quad i = \overline{1,n}. \qquad (10)$$

Теперь потребуем, чтобы динамика ошибок подчинялась следующим условиям:

$$\dot{e}_i = \alpha_i e_i, \qquad i = \overline{1,n}. \qquad (11)$$

где α_i – неизвестные вещественные параметры, которые должны определяться так, чтобы выполнялись критериальные условия (6).

С учетом (11) функции (8) принимают вид

$$J_i = \alpha_i \int_{t_0}^{t} e_i^2(\tau)\, d(\tau), \qquad i = \overline{1,n}\,. \qquad (12)$$

Отсюда видно, что условия (6) выполняются, если параметры α_i выбрать отрицательными, т.е.

$$\alpha_i < 0, \qquad i = \overline{1,n}\,. \qquad (13)$$

Теперь соотношения (11) с учетом (10) можно записать в виде

$$\sum_{i=1}^{n}(a_{ij}x_j - a_{ij}^{*}x_j^{*} - d_{ij}g_j) + \xi_i + \sum_{\nu=1}^{n} b_{i\nu}u_\nu = \alpha_i e_i, \qquad i = \overline{1,n}\,. \qquad (14)$$

Отсюда для определения искомого закона управления *u(t)* получаем следующую систему уравнений:

$$\sum_{\nu=1}^{n} b_{i\nu}u_\nu = \alpha_i e_i - \sum_{i=1}^{n}(a_{ij}x_j - a_{ij}^{*}x_j^{*} - d_{ij}g_j) + \xi_i, \qquad i = 1,n\,. \qquad (15)$$

Введем обозначения:

$$\beta_i = \alpha_i e_i - \sum_{i=1}^{n}(a_{ij}x_j - a_{ij}^{*}x_j^{*} - d_{ij}g_j) + \xi_i, \qquad i = \overline{1,n}\,. \qquad (16)$$

Теперь систему уравнений (15) можно записать в следующей векторно-матричной форме:

$$Bu(t) = \beta(t), \qquad (17)$$

где $[\beta(t) = [\beta_1(t), \beta_2(t), \ldots, \beta_n(t)]^T$.

В случае, когда $n = m$, а матрица B имеет обратную матрицу B^{-1} решение уравнения (17) можно записать в виде

$$u(t) = B^{-1}\beta(t), \qquad (18)$$

Если $n \neq m$, то можно определить квазирешение $\hat{u}(t)$ на основе обобщенного обращения B^{+} матрицы B [11]:

$$\hat{u}(t) = B^{+}\beta(t). \qquad (19)$$

где $B^{+} = (B^T B)^{-1} B^T$.

Таким образом, использование критериальных условий (6) дало возможность синтезировать закон управления программным движением многомерного объекта (1). Разработанную методику синтеза САУ программным движением можно обобщить на случай, когда модель объекта управления задается матрицей передаточных функций.

Список литературы

1. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов [Текст] /Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф.Мищенко. – М.: Наука, 1976. – 392 с.
2. Красовский Н.Н. Теория управления движением [Текст] / Н.Н.Красовский. – М.: Наука, 1968. – 473 с.
3. Тимофеев А.В. Построение адаптивных систем управления программным движением [Текст] / А.В.Тимофеев. – Л.: Энергия, 1980. – 88с.
4. Фрадков А.Л. Адаптивное управление в сложных системах [Текст] / А.Л. Фрадков. – М.: Наука, 1990.
5. Емельянов С.В. Одновременная стабилизация линейных динамических объектов регулятором переменной структуры [Текст] С.В.Емельянов, В.В. Фомичев, А.С.Фурсов // Автоматика и телемеханика. – М.: 2012. - № 7. - С. 15–25.

6. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: Линейные модели [Текст] / П.Д. Крутько. – М.: Наука, 1987. – 307 с.

7. Построение систем программного движения [Текст] / Под ред. А.С. Галилулина. – М.: Наука, 1971. – 352 с.

8. Porter B., Crossley T.R. Modal Control. – London: Taylor &Francis, 1972. - 270 p.

9. Оморов Т.Т. Многокритериальный синтез систем управления по показателям качества и сложности [Текст] / Т.Т. Оморов, Р.Н. Курманалиева. – Бишкек: Илим, 2007. – 136с.

10. Оморов Т.Т., Курманалиева Р., Кожекова Г., Осмонова Р. Идентификация передаточной функции управляемой системы [Текст] / Т.Т. Оморов, Р.Н. Курманалиева, Г. Кожекова, Р.Осмонова // «Universum: технические науки», Москва: 2014. - №11.

11. Анжело Г.Д. Линейные системы с переменными параметрами [Текст] Г.Д. Анжело. - М.: Машиностроение, 1974. - 288с.