УДК 624.01

ОЦЕНКА НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА СТАДИИ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ

Э.С. Эргешов

Рассматриваются вопросы проектирования зданий и сооружений по прочности и несущей способности строительных конструкций. Приведены расчеты строительных конструкций методом предельного равновесия. Даны необходимые сведения о реализации метода предельного равновесия, принципы и ход решения задачи.

Ключевые слова: строительные конструкции; предельный расчет; оценка несущей способности; коэффициент надежности.

ESTIMATION OF STRUCTURAL CARRYING CAPACITY AT THE LIMIT EQUILIBRIUM STAGE

E.S. Ergeshov

The article examines the questions of structural engineering on durability and bearing strength of building constructions. The calculations for building constructions are driven by a limit equilibrium method. Necessary information is given about realization of the limit equilibrium method and the principles and the way of the task decision.

Key words: building construction; limiting calculation; estimation of carrying capacity; safety factor.

Расчет по предельному равновесию статически не определимых систем впервые предложен венгерским инженером Б. Казинчи в 1913 г. Дальнейшее развитие он получил в научных работах датских ученых А. Ингерсслева и К. Иогансена. Особые значения для развития методов расчета строительных конструкций по стадии предельного равновесия имелись в работах профессоров А.А. Гвоздева, А.Р. Ржаницына, Л.М. Овечкина, Г.К. Хайдукова, Н.А. Ахвледиани, М.И. Ерхова, Д.Д. Ивлева, А.С. Дехтяря, А.М. Проценко, А.А. Чираса и мн. др. [1].

Как известно, прочностной расчет конструкций – одна из основных задач строительной механики. Ранее прочностной расчет производился по допускаемым напряжениям и вообще исключал появление в конструкции конечных пластических зон, поэтому он приводил к существенному перерасходу материала. В настоящее время введен метод расчетных предельных состояний, который содержит два принципиальных новшества.

Первое – это расчленение единого коэффициента запаса K на три отдельных коэффициента, имеющих четкий физический смысл:

$$K = \mathrm{K}_1 \cdot \mathrm{K}_2 \cdot \mathrm{K}_3.$$

Здесь K_1 – коэффициент надежности по материалу, учитывающий изменчивость прочностных свойств материала; K_2 – коэффициент надежности по перегрузке, отражающий изменчивость нагрузки и воздействий; K_3 – коэффициент, отражающий изменчивость условий работы материала и конструкции, которые не могут быть отражены в расчетах прямым путем [1, 2].

Второе новшество состоит в переходе от критерия оценки прочности конструкции по разрушению ее в одной наиболее опасной точке, найденной из «упругого» расчета, к критерию предельного состояния конструкции в целом, найденному на основе метода предельного равновесия.

Современный прочностной расчет железобетонных конструкций отличается от их расчета по методу предельного равновесия лишь тем, что найденная вначале на основе метода предельного равновесия предельная нагрузка q_0 делится затем на коэффициент запаса $K = \mathrm{K}_1 \cdot \mathrm{K}_2 \cdot \mathrm{K}_3$.

В результате получается величина расчетной эксплуатационной нагрузки $q_э = q_0 \cdot \mathrm{K}^{-1}$, где

K = 1,4: 1,6. Таким образом, найдя сначала предел несущей способности системы q_0 из рассмотрения ее предельной стадии, мы затем грамотно отступаем в эксплуатационную стадию и находим нагрузку $q_э = q_0 \cdot K^{-1}$. Только зная предельную нагрузку, можно обоснованно назначить величину эксплуатационной нагрузки $q_э$.

Прочностной расчет, основанный на анализе условий предельного равновесия конструкций, правомерен лишь при наличии пластических свойств в их материале. Прочностной расчет системы из абсолютно хрупкого материала (типа стекла) следует производить только по допускаемым напряжениям.

Пластичность или текучесть материала – это его способность деформироваться (течь) при постоянном напряжении $\sigma = \sigma_T$ = const, называемом пределом пластичности или текучести материала при одноосном сжатии или растяжении [1, 2].

Последние исследования в теории метода предельного равновесия сняли почти все ограничения и условия его применимости. Единственное условие, которое не может быть снято – это условие существования достаточно большой площадки пластичности материала на диаграмме «$\sigma - \varepsilon$». Она должна быть настолько велика, чтобы могла исключить хрупкое разрушение начальных пластических зон до формирования тех последних пластических зон, которые обращают систему в механизм.

Метод предельного равновесия основан всего на двух принципах (или теоремах): кинематическом и статическом. Истинная предельная нагрузка равна тонной ниже границе – "*inf*" множества ее верхних оценок $\left\{q_i^+\right\}$, отвечающих множеству всех кинематически возможных механизмов пластического разрушения системы, т. е. $inf\left\{q_i^+\right\} = \left(q_i^+\right)_{min} = q_0$. При этом механизм, дающий q_0 – истинный.

Во-первых, следует как-то задаться конфигурацией любого механизма (т. е. схемой размещения его пластических зон), а также кинематически возможным полем скоростей его перемещений в системе координат $\left\{X_j\right\}\left(j = 1;2;3\right)$.

Конкретных рекомендаций о способе их задания метод предельного равновесия не дает. Поле $\left\{V_i\right\}$ должно удовлетворять условиям неразрывности деформаций Коши:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{dv_i}{dx_i} + \frac{dV_i}{dX_i}\right).$$

Во-вторых, составляем выражение для мощности внешней нагрузки А на этом поле скоростей.

Пусть

$$V_1 = U;\ V_2 = V;\ V_3 = W;\ X_1 = X;\ X_2 = Y;\ X_3 = Z;$$

$$A_{внеш} = \int_s^i \left(quU + qvV + qwW\right) ds = \sum_s^i \int qv_i V_i ds. \quad (1)$$

В третьих, из условий Коши

$$\frac{1}{2}\left\{\frac{dv_i}{dX_i}\right\} + \left\{\frac{dV_i}{dX_i}\right\} = \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

по компонентам *Vi, Vj* находим компоненты поля скоростей деформаций σ_{ij} и по ним составляем выражение для мощности внутренней энергии:

$$W_{внутр} = \int_v^i d_{ij} E_{ij} dV, \quad (3)$$

где компоненты поля напряжений $\{\sigma_{ij}\}$ удовлетворяют условию пластичности $\Phi\left(\sigma_{ij}\right) = 0$ и связаны с $\{\sigma_{ij}\}$ законом течения:

$$\frac{d\Phi}{d\sigma_{ij}} = K\sigma_{ij}.$$

При наличии пластического изгиба находим скорости кривизны

$$x_{ij} = \frac{1}{2}\left\{\frac{dE_{ij}}{dX_i} + \frac{dE_{ij}}{dX_i}\right\} \quad (4)$$

из известных уравнений Коши. При этом (3) принимает вид

$$W_{внутр} = \sum_s \int \left(X_{ij} \cdot M_{ij}\right) ds \quad \text{или} \quad W_{внутр} = \sum_i^n h_i Q_i M_{0i}. \quad (5)$$

В неодномерном поле напряжений (или усилий) компоненты поля напряжений $\{\sigma_{ij}\}$, моментов $\{M_{ij}\}$ или других усилий находим по соответствующим им компонентам поля скоростей деформаций $\{\sigma_{ij}\}$; или кривизны $\{X_{ij}\}$; или других скоростей $\left\{B_{ij}\right\}$ Они взаимосвязаны ассоциированным законом течения и условием пластичности [1, 2].

Условие пластичности $\Phi\left(\sigma_{ij}\right) = 0$, или $\Phi\left(M_{ij}\right) = 0$; или $\Phi\left(M_{ij},\ N_{ij}\right) = 0$ определяет условие перехода материала конструкции в пластическое состояние при том сочетании напряжений $\{\sigma_{ij}\}$, или моментов $\{M_{ij}\}$, или моментов и других усилий $\{M_{ij},\ N_{ij}\}$, которые действуют в конструкции.

Ассоциированный закон течения как бы заменяет обобщенный закон Гука в пластической стадии [1, 3]. Он устанавливает связь между полем напряжений (усилий) в пластических зонах и полем соответствующих им скоростей пластических деформаций

$$\left\{\sigma_{ij}\right\} \to \left\{x_{ij}\right\} \ \text{или}\ \left\{M_{ij}\right\} \to \left\{x_{ij}\right\}.$$

Закон течений записывается как

$$x_{ij} = \frac{d\Phi(\sigma_{ij})}{dM_{ij}} \cdot K. \qquad (6)$$

$$X_{ij} = \frac{d\Phi(M_{ij})}{dM_{ij}} = K^{-1}, \qquad (7)$$

где Ф (σ_{ij}) или Ф(M_{ij}) – условия пластичности. К и K^{-1} – неизвестные константы. Закон течения (6), (7) не дает абсолютных значений величин x_{ij} или X_{ij}, только их соотношение x_{ij}/ X_{ij}. Закон течения по физическому смыслу означает, что вектор скорости деформации σ нормален к кривой условия пластичности $\Phi\left(\sigma_{ij}\right) = 0$.

Особенности статического принципа метода предельного равновесия в том, что истинная предельная нагрузка q_0 равна точной верхней границе *“SUP”* множества ее нижних оценок $\left\{\overline{q_k}\right\}$, отвечающих множеству всех равновесных и «стабильных» полей напряжений, построенных в данной системе, т. е. $SUP\left\{\overline{q_k}\right\} = \left(\overline{q_k}\right)_{max} = q_0$ («стабильным» назовем поле {σ_{ij}}, нигде не нарушающее условий пластичности материала $\Phi\left(\sigma_{ij}\right) = 0$. Поле {σ}, дающее q_0 обязательно является истинным лишь в пластических зонах. В «упругих» зонах оно может отличаться от истинного упруго-пластического поля *{σ}*.

Комбинация кинематического и статического решений дает двухстороннюю оценку для $q_0: \quad q^-_{max} \le q^+_{max}$.

Если окажется, что $q^-_{max} = q^+_{max}$, то можно утверждать, что найдено точное значение $q_0: \quad q^-_{max} \le q^+_{max} = q_0^{ист}$ получено полное решение задачи предельного равновесия. В этом случае поле *{σ},* дающее параметр $q^-_{max} = q_0$, в точности соответствует пластическим зонам истинного механизма разрушения, и его напряжения здесь совпадают с напряжениями, определяемыми законом течения $\sigma_{ij} = K \cdot x_{ij}$ из уравнений

$$x_{ij} = \frac{d\Phi(\sigma_{ij})}{d\sigma_{ij}},$$

и условием текучести $\Phi\left(\sigma_{ij}\right) = 0$. Точную величину предельной нагрузки иногда можно найти только на основе статического принципа, если удается построить такое поле *{σ},* которое образует пластические зоны, заведомо обращающие систему в некоторый механизм, (т. е. кинематика отчасти здесь присутствует) [3].

Зная предельную нагрузку q_0, решаем «проверочную» задачу прочностного расчета, находя расчетную эксплуатационную нагрузку для конструкции как $q_э = q_0(K_1 \cdot K_2 \cdot K_3)$. В «проверочной» задаче заданы все геометрические параметры системы *(Li)* и прочностные параметры $\left\{\sigma_{0k}\right\}$ и надо найти ее предельную q_0 или эксплуатационную $q_э$ нагрузку в функции от этих параметров:

$$q_0 = f\left[\left(\sigma_{ik}\right)\left(h_i\right)\right]. \qquad (9)$$

Если же надо найти

$$\sigma_0 = f^1\left[q,\left(h_i\right)\right], \qquad (10)$$

то это уже «прямая» задача. В «прямых» задачах прочностного расчета или предельного равновесия задана по величине нагрузка q_0 или и надо найти некоторые параметры конструкции, например, предельный момент M_0 в функции от нее:

$$M_0 = f_i^1\left[q_i\left(h_i\right)\right]. \qquad (11)$$

Таким образом, «прямую» задачу можно решить, используя лишь статический принцип, если построить любое равновесное поле *{σ}*. Например «упругое» $\{\sigma q^{упр}\}$ или иное поле напряжений *{σq}* и назначить параметры системы так, чтобы была обеспечена «стабильность» этого поля. Для такого подхода нужно, чтобы соотношение предельных усилий в элементах системы можно было бы назначать достаточно произвольно.

Литература

1. *Смирнов С.Б.* Расчет строительных конструкций по прочности и несущей способности: учебное пособие / С.Б. Смирнов, Б.М. Сеитов. Ош: ОшТУ, 1997. 117 с.
2. *Смирнов С.Б.* Расчет рамы методом предельного равновесия / С.Б. Смирнов, В.Л. Мондрус, В.Ю. Бунягов. М.: МИСИ, 1991.
3. *Дарков А.В.* Строительная механика / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. М.: Высшая школа, 1986. 607 с.