УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫЙ МЕТОД ПОИСКА КОРНЕЙ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ

студ. гр. ПОВТ-1-11 Хайлов А.А.
scroollocker@gmail.com
Bishkek, Kyrgyzstan, KSTU, FIT, stud. POVT 1-11

Приводится методика определения корня нелинейного уравнения, а так же, невязки нелинейного уравнения с помощью метода золотого сечения.

Цель работы: Разработать программу находящую корень нелинейного уравнения. В случае отсутствия корня, находить значение неизвестной, соответствующее наименьшему значению невязки нелинейного уравнения с помощью метода золотого сечения.

Метод исследования. Программа состоит из двух блоков. В первом блоке программа сама находит интервалы в которых находятся корни нелинейного уравнения. Для поиска интервала сначала задается произвольное число «a». Затем в зависимости от поведения невязки уравнения относительно заданного числа «a» производится проверка условия существования корня $f(a)f(b) < 0$, где $b= a \pm h$, h – шаг. После определения интервала управление передается к подпрограмме, в которой одним из известных методов находятся решение нелинейного уравнения с заданной точностью. В случае отсутствия интервала в которой находятся решение , то находятся значение неизвестной, соответствующей наименьшему значению невязки уравнения с помощью метода золотого сечения.

Метод золотого сечения

Этот метод предназначен для поиска экстремума действительной функции одной переменной на заданном отрезке. В основе метода лежит принцип деления отрезка в пропорциях золотого сечения. Является одним из простейших вычислительных методов решения задач оптимизации. Впервые представлен Джеком Кифером в 1953 году.

Пусть задана функция $f(x):[a,b] \to R, f(x) \in C([a,b])$. Тогда для того, чтобы найти определённое значение этой функции на заданном отрезке, отвечающее критерию поиска (пусть это будет минимум), рассматриваемый отрезок делится в пропорции золотого сечения в обоих направлениях, то есть выбираются две точки x_1 и x_2 такие, что:

$\frac{b-a}{b-x_1} = \frac{b-a}{x_2-a} = \varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618\ldots$, где φ - пропорция золотого сечения.

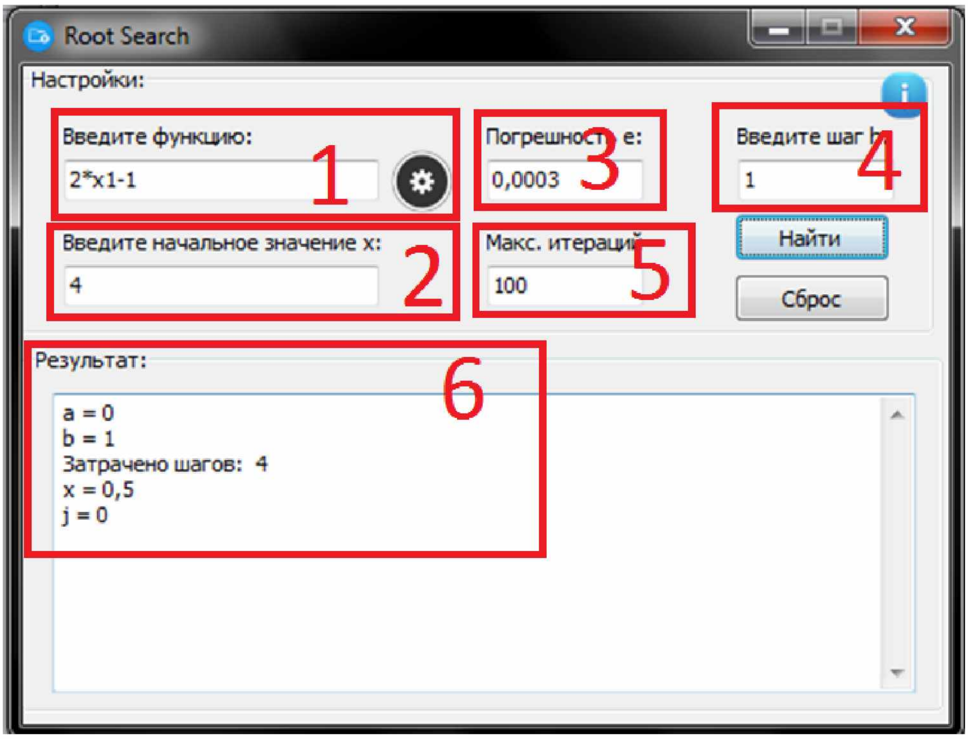
Таким образом: $x_1 = b - \frac{(b-a)}{\varphi}$

$$x_2 = a + \frac{(b-a)}{\varphi}$$

То есть точка x_1 делит отрезок $[a, x_2]$ в отношении золотого сечения. Аналогично x_2 делит отрезок $[x_1, b]$ в той же пропорции. Это свойство и используется для построения итеративного процесса.

Программа написана на языке C++.

Описание интерфейса программы:



1) Ввод целевой функции, для которой требуется найти решение. С помощью значка «выбор», можно выбрать одну из тестовых функций. В качестве переменной «x» мы записываем «x1».

2) Вводим начальное значение x.

3) Задаем погрешность (точность) с которой программа будет искать решение

4) Вводим максимальное количество итераций, при котором программа должна остановиться, если не будет найдено решение.

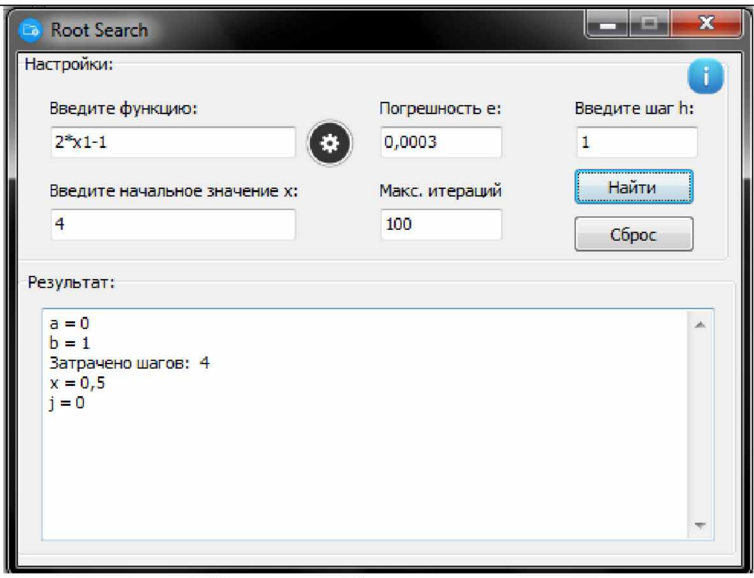
5) Окно вывода результата работы программы.

Отладка программы производились на тестовых примерах.

1. В качестве примера, рассмотрена уравнения f(x) = 2x-1=0. Результаты расчета приведены на рис.1.

Программа нашла решение x = 0,5 с точность Ɛ = 0.0003.

2. В качестве примера рассмотрено уравнение $f(x) = x^2 - 4x + 5 = 0$. Здесь график функции не пересекается с осью OX. В этом случае программа сама находить неизвестную, соответствующее наименьшей невязке уравнения.



Результат работы программы

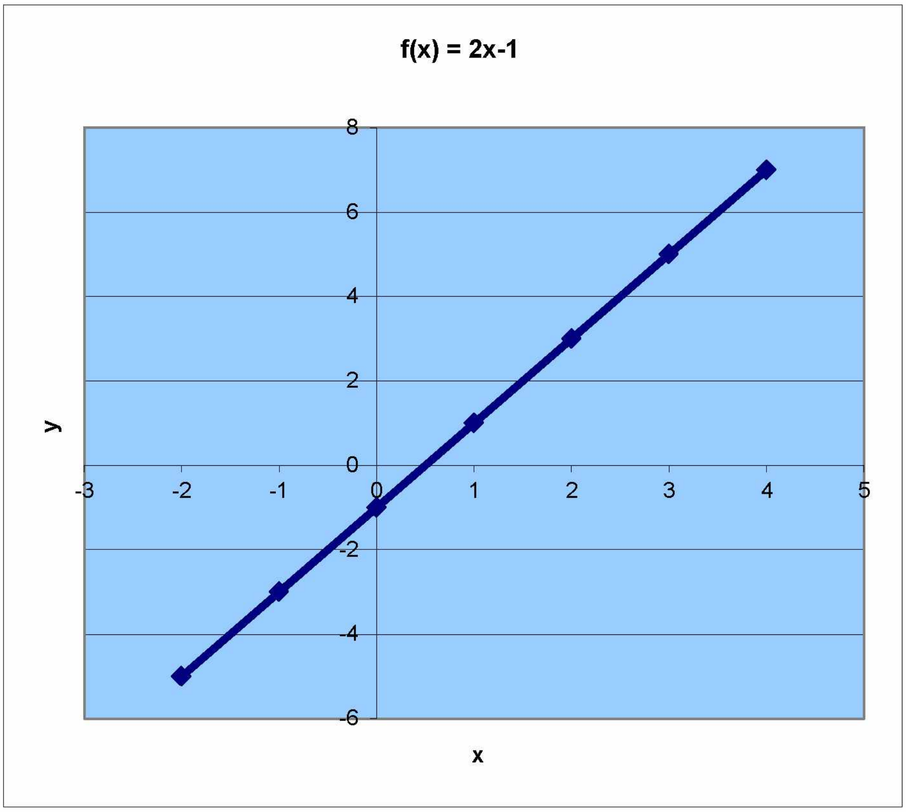
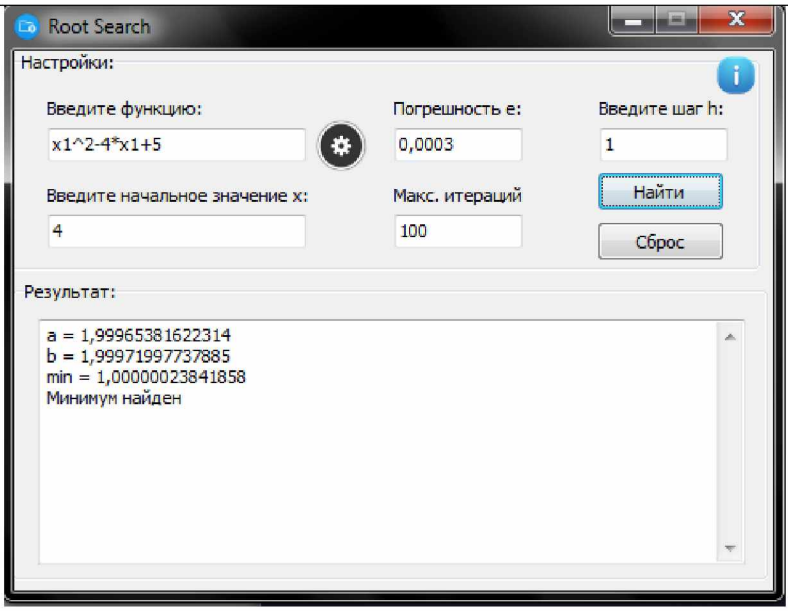


Рис.1.



Результат работы программы

Программа нашла минимум невязки нелинейного уравнения, который равен 1 в точке x = 2. Ниже на графике хорошо видно, как ведет себя функция. Программа отловила момент, когда график начал уходить вверх и нашла точку, в которой это произошло.

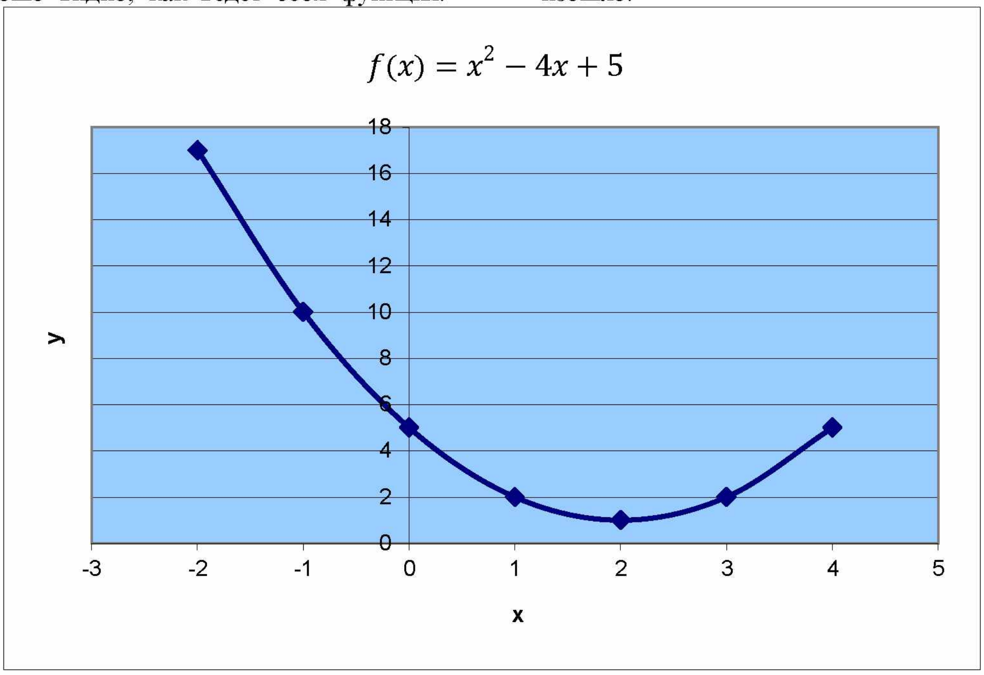


Рис. 2

Вывод

Одним из достоинств метода половинного деления является быстрая сходимость к заданной точности. Но если в уравнении нет корня, невозможно найти решение. Нахождением минимума или максимума, можно получить ответ, даже если в уравнение отсутствуют корни. В ходе тестирования программы, было показано, что она способна находить решение поставленных задач. Ключевой особенностью данной программы является то, что пользователь может самостоятельно вводить функцию в программу.

Литература

1. Джаманбаев М.Дж. Методы расчета теплопереноса в грунтах. Известия КГТУ, № 7-Бишкек. 2005.- с. 129-133.
2. Джаманбаев М.Дж. Лабораторные работы по вычислительной математике. Учебное пособие/ КГТУ им. И. Раззакова.- Б.:ИЦ «Текник». 2011.- 68 с.