

КОЛЕБАНИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ КОНТАКТНЫХ СЕРДЕЧНИКОВ ГЕРКОНОВ ИЗ ФЕРРОМАГНИТНОГО МАТЕРИАЛА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Голубева Т. Н., Демина А. С., Сверчков Д. Р.
 Национальный Исследовательский Университет «МЭИ», г. Москва, Россия
 E-mail: komissarovatn@mail.ru

Рассматриваются колебания конструктивных элементов аппаратов и машин типа прямоугольных пластин и стержней, изготовленных из ферромагнитных материалов, находящихся в поперечном магнитном поле. Выведены соотношения для собственных частот и форм колебаний конечно проводящих и диэлектрических ферромагнитных прямоугольных пластин; исследовано влияние поперечного магнитного поля на частоты колебаний пластин с различными условиями закрепления краев.

Создание оптимальных конструкций для многих объектов электротехнического оборудования связано с вопросами широкого использования конструктивных элементов типа стержней, пластин и оболочек, на упругие колебания которых существенное влияние оказывают магнитные поля [1-3]. Основные уравнения магнитоупругих колебаний для идеально проводящих пластин и оболочек приведены в работе [1]. В [2] уже рассмотрены задачи колебаний пластин и оболочек, выполненных из немагнитных материалов с конечной электропроводностью, а в [3] приведены уравнения колебаний пластин и оболочек, выполненных из ферромагнитных материалов. Исследование влияния продольного и поперечного магнитного поля на спектры частот колебаний прямоугольных пластин, выполненных из диамагнитных и парамагнитных материалов, приведено в [4, 5].

В работах [6, 7] представлена методика расчетов спектров частот колебаний диамагнитных контактных сердечников герконов в поперечном [6] и продольном [7] магнитных полях. Методы расчета спектров частот колебаний пластин, выполненных из ферромагнитных материалов в продольном и поперечном магнитном поле представлены в [8, 9]. В данной работе исследуется влияние попереч-

ного магнитного поля на колебания и устойчивость ферромагнитных контактных сердечников герконов. Работы выполнены по заказу кафедры электрических и электронных аппаратов «НИУ МЭИ» и доложены на отраслевой научно-практической конференции «Магнитоуправляемые контакты (герконы) и изделия на их основе». Геркон – герметизированный магнитоуправляемый контакт, служащий для изменения состояния электрической цепи путем замыкания-размыкания контактов, на поведение которых оказывает влияние магнитное поле.

Рассмотрим тонкую изотропную проводящую ферромагнитную пластину постоянной толщины $2h$, отнесенную к декартовой системе координат $Ox_1x_2x_3$ так, что срединная плоскость недеформированной пластины совпадает с координатной плоскостью Ox_1x_2 . Пластина изготовлена из упругого магнитомягкого ферромагнитного материала с конечной постоянной электропроводностью σ и колеблется во внешнем постоянном поперечном магнитном поле с вектором магнитной индукции $\vec{B}(0;0;B_3)$, нормальным к поверхности пластины (рис. 1).

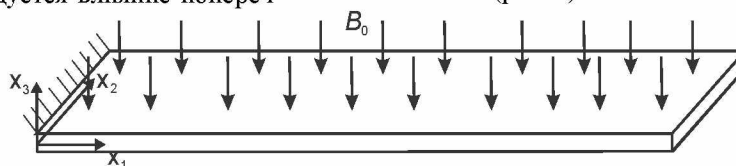


Рис. 1 Прямоугольная пластина в поперечном магнитном поле

Задача решается на основе следующих предположений [3]: а) справедлива гипотеза магнитоупругости тонких тел; б) магнитные и диэлектрические проницаемости окружающей пластину непроводящей среды считаются равными единице; в) влияние токов смещения пренебрежимо мало.

Уравнения связанных магнитоупругих колебаний пластин в магнитном поле дополняются уравнениями Максвелла для определения компонент невозмущенного и возмущенного магнитного поля. В работах [2, 3], для тонкостенной пластины получены сингулярные интегро-дифференциальные

Здесь w – прогиб пластины,

уравнения относительно параметров магнитного поля. При определении параметров магнитного поля решения для возмущений и потенциалов, входящих в уравнение движения пластины, искали в классе гармонических функций [2, 3], зависящих от неизвестных волновых чисел. На основе принятых предположений имеем следующее уравнение колебаний ферромагнитной пластины в поперечном магнитном поле [3, 9]:

$$D\Delta\Delta w + N\Delta w + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$D = 2Eh^3 / 3(1 - \nu^2)$ – цилиндрическая жест-

кость, E - модуль упругости, ν - коэффициент Пуассона, ρ - плотность материала пластины, Δ - оператор Лапласа; где N - величины, зависящие от параметров магнитного поля:

$$N = \frac{2\chi h B_3^2}{\mu_0 \mu_r} \left(1 + \frac{\chi(\chi+2) \operatorname{sh}(kh)}{\mu_r \delta_1 kh} - \frac{\chi \operatorname{ch}(kh)}{\mu_r \delta_1} \right), \quad (2)$$

где B_3 - нормальная составляющая вектора магнитной индукции в вакууме, $\chi = (\mu_r - 1)$ - магнитная восприимчивость, μ_r - относительная магнитная проницаемость материала пластины, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ - магнитная постоянная, σ - коэффициент электропроводности пластины, $\delta_1 = \mu_r \operatorname{sh}(kh) + \operatorname{ch}(kh)$, $k^2 = (k_1^2 + k_2^2)$, k_1 и k_2 - волновые числа. На основе численного анализа [9] установлено, что уравнение (1) справедливы как для электропроводящих, так и для диэлектрических пластин.

Частота упругих колебаний пластины определяется по формуле [9]:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{2\rho h} (D(k_1^2 + k_2^2)^2 - N(k_1^2 + k_2^2))} \quad (3)$$

Для построения решений задачи о колебаниях диэлектрической ферромагнитной пластины в поперечном магнитном поле будем применять асимптотический метод В. В. Болотина (АМБ) [10].

где m_1 и m_2 - целые числа или нуль. Функции $u_{\alpha\beta}(k_1, k_2)$ равны тангенсам фазовых постоянных ξ_α , найденных из граничных условий при $x_\alpha = 0$ и $x_\alpha = a_\alpha$ соответственно, и, следовательно, зависят только от граничных условий.

В работе [9] приведена сводка трансцендентных уравнений и констант интегрирования для различных видов закрепления пластин. Для определения частот собственных колебаний прямоугольных пластин с произвольными условиями закрепления краев необходимо определить волновые числа из системы трансцендентных уравнений (6).

Например, для случая колебаний консольной пластины (край $x_1 = 0$ жестко зашпелен, остальные свободны, рис. 1) соответствующая система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} k_1 a_1 = \operatorname{arctg} \frac{k_1}{r_1} + \operatorname{arctg} \frac{k_1(k_1^2 + (2-\nu)k_2^2)(r_1^2 - \nu k_2^2)}{r_1(r_1^2 - (2-\nu)k_2^2)(k_1^2 + \nu k_2^2)} + m_1 \pi \\ k_2 a_2 = 2 \operatorname{arctg} \frac{k_2(k_2^2 + (2-\nu)k_1^2)(r_2^2 - \nu k_1^2)}{r_2(r_2^2 - (2-\nu)k_1^2)(k_2^2 + \nu k_1^2)} + m_2 \pi \end{cases}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{2\rho h} (Dk_1^4 - N_0 k_1^2)} \quad (7)$$

Уравнение колебаний имеет вид (2) [3]. Подставляя решение для прогиба в виде $w(x_1, x_2, t) = \phi(x_1, x_2)e^{i\omega t}$ в уравнение (2) получим уравнение для форм колебаний $\phi(x_1, x_2)$

$$D\Delta\Delta\phi + N\Delta\phi - 2\rho h\omega^2\phi = 0 \quad (4)$$

Следуя АМБ [10] порождающее решение ищем в виде:

$$\phi(x_1, x_2) = \sin k_1(x_1 - \xi_1) \cdot \sin k_2(x_2 - \xi_2) \quad (5)$$

где k_1, k_2 - неизвестные волновые числа, ξ_1, ξ_2 - фазы порождающего решения. Это соотношение удовлетворяет уравнению (4). Соответствующая частота колебаний пластины определяется формулой (3). Волновые числа k_1, k_2 , входящие в (3) и (5) определяются из условий стыковки решений, построенных для каждого края пластины в зависимости от вида закрепления края. Удовлетворяя условиям равенства решений, построенных на противоположных краях пластины, приходим к так называемым условиям склеивания для определения волновых чисел [9]:

$$\begin{cases} k_1 a_1 = \operatorname{arctg} u_{11}(k_1, k_2) + \operatorname{arctg} u_{12}(k_1, k_2) + m_1 \pi \\ k_2 a_2 = \operatorname{arctg} u_{21}(k_1, k_2) + \operatorname{arctg} u_{22}(k_1, k_2) + m_2 \pi \end{cases} \quad (6)$$

где $r_1 = \sqrt{k_1^2 + 2k_2^2 - N/D}$, $r_2 = \sqrt{k_2^2 + 2k_1^2 - N/D}$, параметр N - определяется по формуле (2).

После решения системы уравнений и определения волновых чисел k_1, k_2 , их значения подставляют в соотношение (3) и вычисляют собственные частоты. Для расчета частот и форм колебаний пластин с различными крайними условиями в среде Borland Delphi 7.0 был разработан программный комплекс и произведен расчет безразмерных собственных частот колебаний при различных комбинациях закрепления краев [11, 12].

Разработанная методика расчета спектров частот магнитоупругих колебаний ферромагнитных прямоугольных пластин при различных условиях закрепления краев позволяет производить проектирование элементов конструкций энергетического машиностроения. Для случая цилиндрического изгиба консольной пластины (стержневая модель, $k_2 = 0$) соотношение для частот и трансцендентное уравнение для определения волновых чисел имеют вид:

$$k_1 a_1 = 2 \operatorname{arctg} \frac{k_1}{\sqrt{k_1^2 - \frac{N_0}{D}}} + m_1 \pi$$

где

$$N_0 = \frac{2\chi h B_3^2}{\mu_0 \mu_r} \left(1 + \frac{\chi(\chi+2)}{\mu_r(\mu_r \operatorname{sh}(k_1 h) + \operatorname{ch}(k_1 h))} \frac{\operatorname{sh}(k_1 h)}{k_1 h} - \frac{\chi \operatorname{ch}(k_1 h)}{\mu_r(\mu_r \operatorname{sh}(k_1 h) + \operatorname{ch}(k_1 h))} \right)$$

Выражение для частот колебаний стержня-пластины (7), совпадает с выражением для частот из работы [12], проверенных в экспериментальных исследованиях. Установлено хорошее соответствие между теоретическими и экспериментальными значениями частот колебаний стержней в поперечном однородном магнитном поле. В качестве примера практического применения для расчета частот колебаний консольного стержня рассматривался кон-

$$B_c = \left[\frac{D(k_1^2 + k_2^2) \mu_0 \mu_r}{2 \chi h} \left(1 + \frac{\chi(\chi+2)}{\mu_r(\mu_r \operatorname{sh}(kh) + \operatorname{ch}(kh))} \frac{\operatorname{sh}(kh)}{kh} - \frac{\chi \operatorname{ch}(kh)}{\mu_r(\mu_r \operatorname{sh}(kh) + \operatorname{ch}(kh))} \right) \right]^{-1/2}$$

Для контактного сердечника геркона КЭМ-1 критическое значение магнитной индукции равно $B_c = 2.3$ Тл.

Аналогичная картина изменения частот колебаний стержней в магнитном поле наблюдается и при экспериментальных исследованиях [13], что подтверждает достоверность представленных теоретических моделей.

Таким образом на основе обобщенных уравнений колебаний ферромагнитных пластин в

тактный сердечник (КС) геркона КЭМ-1, изготовленный из ферромагнитного материала и имеющий размеры $a_1 = 20$ мм, $2h = 1$ мм. Результаты расчетов первой и второй собственных частот колебаний КС в зависимости от величины индукции магнитного поля приведены на рис. 2 (кривые 1, 2 соответственно). Собственные частоты колебаний стержня при увеличении индукции магнитного поля уменьшаются и при определенном значении индукции магнитного поля стержень теряет устойчивость:

поперечном магнитном поле получена система уравнений для определения собственных частот колебаний пластин с различными условиями закрепления краев. Приведены конечные расчетные формулы для расчета частот колебаний консольных стержней в поперечном магнитном поле, соотношения для величины индукции поперечного магнитного поля, приводящего к потере статической устойчивости стержней и пластин.

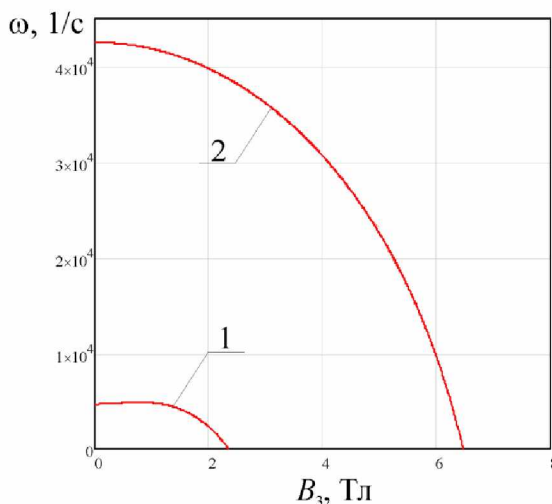


Рис. 2 Зависимость первой (1) и второй (2) частот колебаний консольного стержня от величины индукции магнитного поля

Литература

1. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. М.: Наука. 1977. 272 с.
2. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е. Электропроводящие пластинки и оболочки в магнитном поле. М.: Физматлит, 1996. 286 с.
3. Багдасарян Г. Е. Колебания и устойчивость магнитоупругих систем. Ереван. Тигран Мец. 1999. 436 с.
4. Багдасарян Г. Е. Применение асимптотического метода В. В. Болотина для исследования магнитоупругих колебаний идеально проводящих прямоугольных пластин // Проблемы машино-
5. Коробков Ю.С., Красова Н.С., Хроматов В.Е. Влияние магнитного поля на спектры частот колебаний прямоугольных пластин // Электротехника. 2007, №4. С. 30-34.
6. Хроматов В. Е., Голубева Т. Н. Влияние магнитного поля на колебания контактных сердечников герконов //Тезисы докладов 3-ей международной научно-практической конференции «Магнитоуправляемые контакты (герконы) и изделия на их основе». 28-30 сентября 2011 г., Рязань. С. 70-75
7. Голубева Т.Н., Хроматов В.Е. Влияние магнитного поля на колебания элементов конструкций

- энергетического оборудования // Новое в Российской электроэнергетике. Ежемесячный электронный журнал. 2012. № 3.
8. Голубева Т. Н., Коробков Ю.С., Хроматов В.Е. Влияние продольного магнитного поля на спектры частот колебаний ферромагнитных пластин // Электротехника. 2013. №3. С. 44-49.
 9. Хроматов В. Е., Голубева Т. Н. О влиянии магнитных полей на колебания и устойчивость пластин из ферромагнитного материала // Вестник машиностроения. 2012. № 9. С. 12-16
 10. Вибрации в технике. Справочник в 6-и т. Т.1. Колебания линейных систем / Под ред. В.В. Болотина. М.: Машиностроение. 2-е изд. 1999. 506 с.
 11. Demin A. A., Golubeva T. N., Demina A. S. The program complex for research of fluctuations' ranges of plates and shells in magnetic field // 11th Students' Science Conference "Future Information technology solutions", Bedlewo, 3-6 October 2013
 12. Голубева Т. Н., Корешкова Н. С., Демин А. А. Разработка программного обеспечения для исследования колебаний и устойчивости пластин и оболочек в магнитном поле // Труды XXI международной научно-практической конференции «Информационные средства и технологии» - Москва 19-21 ноября 2013 НИУ МЭИ, М.: Издательский дом МЭИ. 2013. Т. 1. С. 98-104
 13. Мун Ф. С., Пао И-синь. Колебания и динамическая неустойчивость стержня-пластины в поперечном магнитном поле. – Прикл. Механика, 1969, №1 (Тр. Американского общества инженеров-механиков. Сер. Е. ПМ. 1969. Т. 36. С. 98-108)