К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСЕВЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ФАСОННЫХ ПРУЖИН

Абдыжапар Асыл – аспирант
Научный руководитель: Абдрахманов С.А.

Рассматривается вопрос определения осевых перемещений фасонных пружин с малым шагом подъёма, работающих на растяжение (сжатие). Как известно [1], при этом витки пружины, в основном, испытывают кручение. Пусть элемент пружины длиной ds закручен на угол $d\varphi$. Тогда из геометрических соображений для осевого перемещения пружины $d\lambda$ можно записать следующее выражение:

$$d\lambda = Rd\varphi. \qquad (1)$$

Здесь $R = R(s)$ – радиус пружины.

Учитывая, что относительный угол закручивания $\theta = d\varphi/ds$, формулу (1) запишем в виде:

$$d\lambda = R\theta ds. \qquad (2)$$

При известной зависимости относительного угла закручивания от крутящего момента путём интегрирования выражения (2) можно получить величину осевого перемещения пружины как в упругой, так и в неупругой области её деформирования. Здесь мы остановимся на вопросе определения осевого перемещения пружины в случае её деформирования в неупругой области. Такие исследования необходимы, в частности, если пружина изготовлена из материала, обладающего эффектом памяти формы. Для изучения процессов формовосстановления и генерации реактивных усилий такая пружина должна деформироваться за предел упругости с возможностью получения остаточных деформаций при разгрузке.

В нашей работе [2] получена зависимость крутящего момента от относительного угла закручивания для сплошного вала при его деформировании в неупругой области. При этом принято, что материал обладает линейным упрочнением $n * G$. Здесь G – модуль сдвига, а коэффициент n – параметр, характеризующий упрочнение материала. Она меняется от нуля (диаграмма Прандтля) до единицы (диаграмма абсолютно упругого тела), т.е. $0 \le n \le 1$.

В безразмерном виде эта зависимость записывается в следующем виде:

$$\bar{M} = n\bar{\theta} + \frac{1-n}{3}\left(4 - \frac{1}{\bar{\theta}^3}\right). \qquad (\bar{\theta} \ge 1) \quad (3)$$

Здесь безразмерный крутящий момент $\bar{M}$ и относительный угол закручивания $\bar{\theta}$ равны:

$$\bar{M} = \frac{M}{M_{\text{т}}},\ \bar{\theta} = \frac{\theta}{\theta_{\text{т}}},$$

где $M_{\text{т}}$ и $\theta_{\text{т}}$ – соответственно значения крутящего момента и относительного угла закручивания, при котором максимальное касательное напряжение равно пределу текучести материала $\tau_{\text{т}}$. Они определяются следующими формулами:

$$M_{\text{т}} = \tau_{\text{т}} * W_\rho;\ \ \theta_{\text{т}} = \frac{\tau_{\text{т}}}{Gr_0}. \qquad (4)$$

Здесь $W_\rho = J_\rho/r_0$ – момент сопротивления кручению; r_0 – радиус прутка пружины.

Для использования зависимости (3) при определении осевого перемещения пружины необходимо обратить эту зависимость, т.е. получить обратную функцию $\theta = \theta(M)$. Следовательно, для обращения зависимости (3) необходимо решить нижеследующее алгебраическое уравнение относительно θ, которое получается из формулы (3):

$$(1 - 3N)\theta^4 + (4N - M)\theta^3 - N = 0,\ \ (M \ge 1) \qquad (5)$$

где $N = (1 - n)/3$. В дальнейшем, «чёрточки» над функциями $\bar{M}$ и $\bar{\theta}$ опускаем.

Данное уравнение при заданном параметре упрочнения n и нагрузке M имеет четыре корня. При этом известно [3], что если уравнение имеет более чем один корень, обратной функции не существует. Но исходя из физической сути данной задачи можно из четырёх корней выбрать один корень, удовлетворяющий нашим условиям. Таким образом, задаваясь значением нагрузки M и решая для неё уравнение (5), мы можем построить график зависимости θ от M.

Кривую $\theta(M)$ на участке $1 < M < M(\theta^*)$ аппроксимируем параболой, т.е.:

$$\theta(M) = b_0 + b_1M + b_2M^2 \qquad (6)$$

При значениях $M > M(\theta^*)$ принимаем её в виде:

$$\theta = \frac{1}{1-3N}\left[M - \left(4N - \frac{N}{\theta^{*3}}\right)\right] \qquad (7)$$

Величину θ^* выбираем таким образом, чтобы разность между функцией $M(\theta)$ и её асимптотой не превышала 5%.

Следовательно, зная функцию $\theta(M)$, путём интегрирования выражения (2) мы можем определять осевые перемещения любых фасонных пружин в неупругой области её деформирования, т.е. при $\theta > 1$.

Литература

1. Пономарёв С.Д., Андреева Л.Е. Расчёт упругих элементов машин и приборов. М.: Машиностроение, 1980. – 326 с
2. Абдрахманов С.А., Асылбек Абдыжапар. Кручение вала в неупругой области деформирования. Известия КГТУ им. И.Раззакова, №30. Бишкек, 2013
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). М.: Наука, 1973. – 832 с