УДК 004.94:519.119

ВОПРОСЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ

Р.А. Молдошев, Ч.Э. Абдылдаев, А. Мукамбедшаева, Э.К. Абдылдаев

APPLIED BUSINESS SIMULATION

R.A. Moldoshev, CH.E. Abdyldaev A. Mukambedshaeva, E.K. Abdyldaev

В работе рассматриваются некоторые вопросы построения моделей и дискретизации области массива на МКЭ

This paper discusses some issues of building models and field sampling array FEM

На современном этапе при решении прикладных задач информационная технология является наиболее важной составляющей процесса использования информационных систем и ресурсов общества. К настоящему времени она прошла несколько эволюционных этапов, смена которых определялась главным образом развитием научно-технического прогресса, появлением новых технических средств переработки информации. Следует отметить, что информационная технология тесно связана с информационными системами, которые являются для нее основной средой. Информационная технология является процессом, состоящим из четко регламентированных правил выполнения операций, действий, этапов разной степени сложности над данными, хранящимися в компьютерах. Основная цель информационной технологии - в результате целенаправленных действий по переработке первичной информации получить необходимую для пользователя информацию. Информационная система является средой, составляющими элементами которой являются компьютеры, компьютерные сети, программные продукты, базы данных, люди, различного рода технические и программные средства связи и т.д. Основная цель информационной системы - организация хранения и передачи информации.

Необходимо отметить, что для построения математических моделей используют два принципа: дедуктивный(от общего к частному) и индуктивный (от частного к общему). При первом подходе рассматривается частный случай общеизвестной фундаментальной модели, которая приспосабливается к условиям моделируемого объекта с учетом конкретных обстоятельств. Второй способ предполагает выдвижение гипотез, декомпозицию сложного объекта, анализ, а затем синтез. Здесь широко используется подобие, поиск аналогий, умозаключение с целью формирования каких-либо закономерностей в виде предположений о поведении системы.Технология моделирования требует от исследователя умения корректно формулировать проблемы и задачи, прогнозировать результаты,проводить разумные оценки, выделять главные и второстепенные факторы для построения моделей, находить аналогии и выражать их на языке математики.

В материальных моделях, используемых в геомеханике, существенные свойства натурного объекта представлены самими этими свойствами,но, как правило, в ином масштабе, поэтому их называют моделями геометрического подобия. Наглядные модели внешне похожи на реальный объект, но отличаются от него размерами, представляя собой образы или копии этого объекта. Реальные вещи можно изобразить наглядно в виде трехмерной модели: глобус, модель горной машины или ее узла, макет подземного сооружения и т.п. Эти же объекты можно изобразить в виде двухмерных моделей: фотография, эскиз, план, чертеж. Наглядные модели служат для того, чтобы создать четкий зрительный образ объекта или процесса. В наглядных физических моделях, называемых моделями физического подобия,воспроизводят физические процессы, протекающие в натурном. С помощью методов теории подобия размерные физические величины объединяют в безразмерные комбинации. Благодаря введению безразмерных комбинаций число аргументов сокращается, что упрощает исследование физического процесса. Понятие подобия распространяется на любые физические процессы. Обязательной предпосылкой подобия физических явлений должно быть геометрическое подобие.Большинство физических процессов, подлежащих изучению в горном деле, описывается условиями подобия, которые могут быть разделены на три группы: механические (силовые), гидромеханические и тепловые. При этом в основе механического подобия лежит общий закон подобия Ньютона. Понятие подобия физических явлений применимо только к явлениямодного и того же рода, которые качественно одинаковы и аналитически описываются одинаковыми уравнениями как по форме, так и по содержанию.

Моделирование на физических моделях механических явлений, протекающих в массиве горных пород, разработано и осуществлено в 1936-37гг. профессором Г.Н. Кузнецовым. Такое моделирование получило название «метода эквивалентных материалов» и применяется для исследования проявлений горного давления в подземных капитальных горных выработках, при изучении пучения пород, сдвижения массивов и других физических процессов, происходящих в массиве в связи с проведением в них горных работ. Модели метода эквивалентных материалов нашли широкое применение в исследованиях ВНИМИ и ЛИИЖТа при проектировании станционных и перегонных туннелей метрополитена, безлюдной добычи угля в очистном забое. Сущность метода заключается в следующем. Модель породного массива создается из искусственных материалов, прочность и модуль деформации которых уменьшены в определенном соотношении с натурными величинами.

Для исследования напряжений в горных породах вокруг горизонтальной выработки, осадки сооружений, устойчивости откосов и решения других задач применяют метод центробежного моделирования. Его также используют для исследования процессов взрывного разрушения горных пород и сейсмических колебаний. Сущность метода заключается в том, что масштабную модель выделенной области породного массива помещают на центрифугу, с помощью которой создается механическое подобие сил, действующих в натуре. Иными словами, благодаря действию центробежных сил вес модели увеличивается, и при определенной частоте вращения достигается механическое подобие в соответствии с принятым масштабом линейных размеров в натуре и на модели. Для соблюдения условий подобия необходимо, чтобы в соответствии с соотношением при Nм = Nн удельный вес материала модели γм был во столько раз больше удельного веса породы в натуре γн, во сколько раз линейные размеры в натуре больше размеров в модели. Это достигается за счет инерционных сил, действующих на модель при ее вращении с ускорением a, превышающим естественное ускорение свободного падения g в μl раз.

Наглядным методом моделирования механических процессов в породных массивах, окружающих горные выработки, является оптический (оптико-поляризационный) или метод фотомеханики. Его применяют для определения условий устойчивости породных массивов и элементов обделки подземного сооружения, установления закономерностей взаимодействия породных массивов и подземных сооружений, а также для изучения степени влияния подземных сооружений на окружающие породные массивы.

Возникающие под действием горных работ и сил тяжести механические явления моделируются так же, как при методе эквивалентных материалов специально подобранными в соответствии с критериями механического подобия материалами. В отличие от эквивалентных, эти материалы прозрачны для света и обладают оптической чувствительностью к деформациям и механическим напряжениям. К таким материалам относятся стекло, целлулоид, бакелит, желатин, эпоксидная смола и др. Оптическая чувствительность определяется разностью хода $Г$ двух плоскополяризованных лучей, которая пропорциональна действующим напряжениям и легко регистрируется визуально или с помощью фотоаппарата. Модель породного массива представляет собой плоскую пластинку из оптически чувствительного материала толщиной d, два других размера которой в соответствии с требованиями геометрического подобия определяют глубину и ширину исследуемого участка в натуре. Отверстия в пластинке моделируют горную выработку. Для соблюдения требований механического подобия при больших значениях линейного масштаба используют специально подобранные оптически чувствительные материалы на желатиноглицериновой основе с весьма низким модулем упругости. Такой материал под действием собственного веса растекается, поэтому для его удержания модель породного массива помещают в рамку с прозрачными стенками.

В современном мире все шире применяется процесс компьютерного

моделирования, подразумевающий использование вычислительной техники для проведения экспериментов с моделью. Компьютерная модель– это модель реального процесса или явления, реализованная компьютерными средствами. Если состояние системы меняется со временем, то модели называют динамическими, в противном случае – статическими.Процессы в системе могут протекать по-разному в зависимости от условий, в которых находится система. Следить за поведением реальной системы при различных условиях бывает трудно, а иногда и невозможно. В таких случаях, построив модель, можно многократно возвращаться к начальному состоянию и наблюдать за ее поведением. Этот метод исследования систем называется имитационным моделированием. Моделирование событий реального мира может производиться многими способами. Явления макромира достаточно хорошо описываются моделями, построенными на математике бесконечного и непрерывного. События же, происходящие в микромире, плохо поддаются описанию подобным способом и требуют применения других принципов моделирования. Еще в 1970 году известным математиком А.Н. Колмогоровым давался прогноз, что с «развитием современной вычислительной техники будетво многих случаях разумно вести изучение реальных явлений, избегая промежуточный этап их стилизации в духе математики бесконечного и непрерывного, переходя прямо к дискретным моделям». Сейчас уже можно с уверенностью сказать, что этот прогноз сбылся, так как появилось большое количество разнообразных математических систем, основанных на принципе мелкозернистого параллелизма, и, самое главное, появились программные и аппаратные комплексы, способные моделировать работу таких систем.

В дискретизации рассматриваемой области массива широкое применение получили треугольные элементы из-за удобства конструирования сети конечных элементов. В большинстве случаев конструирование сети элементов производится вручную и представляет собой трудоемкую опе-рацию, особенно если число элементов велико. При этом трудоемкость заключается не только в разбиении области на элементы, нумерации узлов и элементов, вычислении координат каждого узла, но и в необходимости определения для каждого элемента номеров окружающих его узлов. Все это требует, в конечном счете, задания большого объема вводимой информации. От того, как будет сконструирована сеть элементов существенно зависит эффективность работы МКЭ. В силу этого оправданы усилия на разработку приемов автоматизации конструирования сетей конечных элементов для получения эффективной дискретизации области и значительного сокращения объема вводимой информации. Процесс дискретизации состоит из следующих этапов: разбиение на элементы; нумерация узлов и элементов; задания числа размеров и формы подобластей или зон, которые используются для построения дискретной конечно-элементной модели области. При разбиении любой области на элементы она сначала делится на подобласти (зоны). Границы между зонами проходят там, где изменяется геометрия , приложенная нагрузка или свойства материала. При определении размеров элементов следует учитывать заданные условия. Необходимо уменьшать размеры элемента в тех зонах, где ожидаемый результат может очень сильно меняться (большие величины градиентов), и увеличивать их там, где ожидаемый результат почти постоянен (малые величины градиентов). Наиболее часто употребляются треугольные и четырехугольные зоны. Для разбиения треугольной зоны на элементы выбирается определенное число узлов вдоль каждой стороны, и соответствующие узлы соединяются прямыми линиями. Точки пересечения этих линий считаются узлами. Нетрудно показать, что число треугольных элементов в результате разбиения равняется $(n-1)^2$, если на стороне треугольной зоны выбрана n узлов (рис.1). Четырехугольная зона разбивается на элементы соединением узлов на противоположных сторонах. Внутренние узловые точки определяются пересечениями линий.

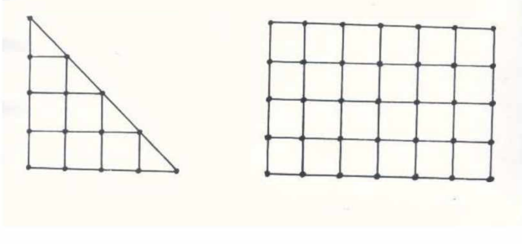

Рисунок 1. Треугольные и четырехугольные зоны области

Внутренние четырехугольники могут рассматриваться как элементы или могут быть разбиты на треугольные элементы проведением диагонали. Число узлов на противоположных сторонах должно быть равным, а на смежных - различным. Если на смежных сторонах четырехугольной зоны зафиксировано n и m узлов, то в результате разбиения будет 2(n-1)(m-1) треугольных элементов (рис. 1). Треугольная и четырехугольная зоны могут иметь общую границу. Для сохранения непрерывности рассматриваемых величин вдоль общей границы элементов, число узлов на границе для обоих зон должно быть одинаковым и относительное положение узлов должно совпадать. Этап нумерации узлов и элементов логически совершенно прост, но усложняется в связи с желанием повысить эффективность вычислений. Номера узлов существенно влияют на эффективность вычислений, необходимых для получения решений. Использование МКЭ приводит к системе линейных алгебраических уравнений с ленточной матрицей коэффициентов. Количество членов в строке ленты матрицы коэффициентов называется шириной полосы и вычисляется по формуле S=Q(P+1), где P-максимальная по элементам величина наибольшей разности между номерами узлов в отдельном элементе, Q- число степеней свободы. Уменьшение ширины полосы приводит к сокращению размеров требуемой машинной памяти и времени вычислений. Как видно из формулы минимизация величины S связана с минимизацией P. Это может быть осуществлено последовательной нумерацией узлов при движении в направлении наименьшего размера области. В качестве типовых будем рассматривать два вида зон: 1) прямоугольную четырехугольную и 2) прямоугольную треугольную. Соединение их различными способами дает возможность строить дискретные модели различных типов областей для задач геомеханики. Будем разбиваемую область представлять в виде конечного числа зон вышеуказанного типа. Так как зоны могут иметь общие границы, то необходимы какие-то данные для их соединения. Для этого будем нумеровать стороны зон следующем образом. Четырехугольная зона нумеруется , как показано на рисунке 2д. Назовем число узлов, фиксированных на сторонах 1 и 3 числом строк, а на сторонах 2 или 4 числом столбцов.

У треугольной зоны в зависимости от положения прямого узла совпадают различные две стороны (рис. 2г).

Для треугольной области в случаях а и б задается число строк (число столбцов полагается равным 0), а в случаях в и г число столбцов (число строк полагается равным 0). Для каждой зоны задается число строк, столбцов и размеры элементов по осям координат. Если размеры элементов во всех зонах одинаковы, то получается равномерное разбиение. Большой интерес представляет нерегулярное разбиение, когда размеры элементов в каждой зоне различны. Зоны нумеруются последовательно слева направо, начиная с самой левой нижней.

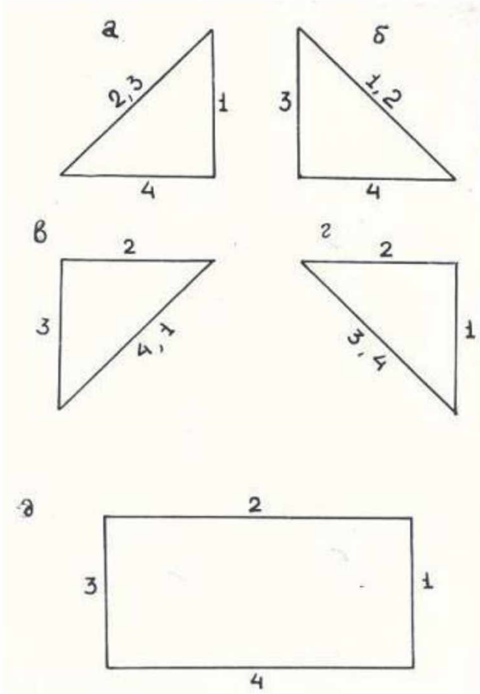

Рисунок 2. Нумерация сторон зоны области

Для моделирования общих границ между зонами для каждой из них задаются соединения, которые представляют собой вектор с двумя столб-цами (двух столбцов для 1 -й и 2-й сторон четырехугольной зоны достаточно, так как зоны нумеруются слева направо). Если i -я сторона J (i=1,2) соединяется с другой зоной K (т.е. две зоны имеют общую сторону), то в соответствующем столбце ставится номер зоны K, противном случаи ставится 0. Если известны число зон в области, их форма, число строк и столбцов в зонах, можно выбрать направление наименьшего размера области. В зависимости от вида рассматриваемой области нумерация узлов ведется вдоль одной из осей координат. Начало осей координат располагается на расстоянии, равном $\sqrt{x^2+y^2}$ от узла 1. Таким образом, узел 1 имеет координаты (x_1, y_1). Координаты остальных узлов будут вычисляться согласно заданным размерам элементов в зонах. Элементы нумеруются параллельно с узлами, и для каждого элемента вычисляются номера окружающих его узлов. Поскольку нумерация узлов ведется в направлении наименьшего размера области, то величина P будет минимально возможной и в итоге получится эффективная сеть конечных элементов для данной области при данном числе узлов и элементов. Общая блок схема программы дискретизации области приводится в табл. 1.

Таблица 1.

1. Ввод информации о числе зон, геометрии зон, данных соединения, размерах элементов.
↓2. Выбор короткой стороны области.
3. Нумерация узлов и вычисление координат, вывод на печать.
↓4. Нумерация элементов и вычисление номеров окружающих узлов, вывод на печать.

Для получения эффективной дискретизации области и значительного сокращения объема вводимой информации составлен алгоритм [1], принцип действия которого заключается в следующем: первоначально область покрывается исходной прямоугольной сеткой, которая впоследствии перестраивается с учетом фактической геометрии области. Имеется возможность добиваться необходимого сгущения сетки в некоторых подобластях исходной области. На втором этапе в каждую из точек, которые определяют геометрию области, переносится ближайший узел сетки.

Литература

1. Абдылдаев Э.К. Численный метод конечных элементов. -Алматы: Эверо, 2009, -53с.

УДК 517.97

ПОСТРОЕНИЕ РЕГУЛЯРИЗИРУЮЩЕГО ОПЕРАТОРА ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С СИММЕТРИЧЕСКИМ НЕПРЕРЫВНЫМ ЯДРОМ

Сабиров Я.А.
Кыргызский государственный технический университет им. И.Раззакова, Бишкек, Кыргызская Республика

CONSTRUCTION OF REGULARIZING OPERATOR FOR SOLUTIONS NONLINEAR INTEGRAL EQUATION WITH SYMMETRIC CONTINUOUS KERNEL

Sabirov Y.A.
Kyrgyz State Technical University after I.Razzakov Bishkek, Kyrgyz Republic

В этой работе исследовано нелинейное интегральное уравнение с непрерывным положительным ядром в пространстве непрерывных функции. Получена сходимость приближенного решения к точному решению

Рассмотрим нелинейное интегральное уравнение вида

$$\int_0^1 K(t,s)\, M\big(s, z(s)\big) ds = u(t), \quad 0 \le t \le 1, \tag{1}$$

где заданы $K(t,s) \in C([0,1] \times [0,1])$ – ядро положительное в операторном смысле и симметричное, $M(t,z) \in C[0,1]$, $u(t) \in C[0,1]$.

Предположим, что при $u(t)=u_0(t)$ уравнение (1) имеет точное решение $z_0(t)$. Введем обозначение

$$g(t)=M(t,z(t)), \tag{2}$$

где $g(t)$–новая неизвестная функция. При $z(t)=z_0(t)$ функция $g_0(t)=M(t,z_0(t))$ является решением уравнения (1). В обозначениях (2) уравнение (1) запишется в виде

$$\int_0^1 K(t,s)\, g(s) ds = u_0(t). \tag{3}$$

гой зоной K (т.е. две зоны имеют общую сторону), то в соответствующем столбце ставится номер зоны K, противном случаи ставится 0. Если известны число зон в области, их форма, число строк и столбцов в зонах, можно выбрать направление наименьшего размера области. В зависимости от вида рассматриваемой области нумерация узлов ведется вдоль одной из осей координат. Начало осей координат располагается на расстоянии, равном $\sqrt{x^2+y^2}$ от узла 1. Таким образом, узел 1 имеет координаты (x_1, y_1). Координаты остальных узлов будут вычисляться согласно заданным размерам элементов в зонах. Элементы нумеруются параллельно с узлами, и для каждого элемента вычисляются номера окружающих его узлов. Поскольку нумерация узлов ведется в направлении наименьшего размера области, то величина P будет минимально возможной и в итоге получится эффективная сеть конечных элементов для данной области при данном числе узлов и элементов. Общая блок схема программы дискретизации области приводится в табл. 1.

Таблица 1.

1. Ввод информации о числе зон, геометрии зон, данных соединения, размерах элементов.
↓2. Выбор короткой стороны области.
3. Нумерация узлов и вычисление координат, вывод на печать.
↓4. Нумерация элементов и вычисление номеров окружающих узлов, вывод на печать.

Для получения эффективной дискретизации области и значительного сокращения объема вводимой информации составлен алгоритм [1], принцип действия которого заключается в следующем: первоначально область покрывается исходной прямоугольной сеткой, которая впоследствии перестраивается с учетом фактической геометрии области. Имеется возможность добиваться необходимого сгущения сетки в некоторых подобластях исходной области. На втором этапе в каждую из точек, которые определяют геометрию области, переносится ближайший узел сетки.

Литература

1. Абдылдаев Э.К. Численный метод конечных элементов. -Алматы: Эверо, 2009, -53с.