

УДК 004.9:(005.94:78)

## РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ДУАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

В.П. Живоглядов

Кыргызско-Российский Славянский университет, Бишкек, Кыргызстан

e-mail: zhi@krsu.edu.kg

## DEVELOPMENT OF THE THEORY OF DUAL CONTROL

V.P. Zhivoglyadov

Kyrgyz-Russian Slavic University, Bishkek, Kyrgyzstan

e-mail: zhi@krsu.edu.kg

*Развивается конструктивный подход к синтезу алгоритмов дуального управления, названный «дуальное управление 2.0». Рассмотренные задачи не поддаются аналитическому решению в рамках классической теории дуального управления. Осуществлен синтез ряда оптимальных регулярных и рандомизированных алгоритмов управления объектами со случайными параметрами.*

**Ключевые слова:** дуальное управление 2.0, синтез алгоритмов управления, дельта-функция, многокритериальная оптимизация, рандомизированная стратегия.

*Developing a constructive approach to the synthesis of dual control algorithms, called "dual control 2.0." Considered problems are not amenable to analytical solution in the framework of the classical theory of dual control. The synthesis of a series of regular and optimal randomized algorithms for control objects with random parameters.*

**Keywords:** dual control 2.0, synthesis of control algorithms, the delta-function, multi-criteria optimization, randomized strategy

**Введение и постановка задачи**

Создание теории дуального управления явилось крупным вкладом в развитие современной теории оптимального управления в условиях неопределенности [1]. Идея дуального управления с зондированием оказалась привлекательной для специалистов в области проектирования компьютерных систем управления, математической теории управления, прикладных экономических исследований [2-4]. Но в рамках принятой формализованной модели во многих случаях аналитический синтез оптимальных активно-адаптивных алгоритмов управления с использованием функциональных уравнений динамического программирования практически невозможен. Применение вычислительных методов также сталкивается с огромными трудностями. Поэтому в [5] был предложен и в данной работе развивается новый конструктивный подход к синтезу алгоритмов дуального управления, названный «дуальное управление 2.0».

Сформулируем постановку задачи.

Приняты обозначения:  $x[s]$  - выход объекта в момент времени  $s$ ,  $x^*[s]$  - задающее воздействие,  $h[s]$  - случайная помеха,  $u[s]$  - управляющее воздействие,  $U^T[s] = (u[s], u[s-1], \dots, u[s-r+1])$ . Модель объекта управления в дискретном времени  $s$  задана с точностью до вектора случайных параметров  $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_r)^T$ . Коэффициент  $s$  известен. Применяется байесов подход. Плотности вероятности  $P(\mu)$  и  $P(h[s])$  случайных факторов известны. Считаем, что параметры  $\mu$  и помехи  $h[s]$  подчиняются нормальному закону распределения вероятностей.  $P(\mu|I[s])$  - апостериорная плотность вероятности. Стратегию управления  $I^*[s] = P(u[s]|x^*[s], I[s])$  предполагаем для общности случайной (рандомизированной), заданной в виде условной плотности вероятности  $P(\cdot)$ , зависящей от задания  $x^*[s]$  и информации  $I[s] = I_s$ , накопленной к  $s$ -му моменту времени и содержащейся в априорных сведениях и множестве измерений входов и выходов объекта  $(u^{\rightarrow}[s-1], y^{\rightarrow}[s-1])$ . Стрелками сверху отмечены временные векторы вида  $u^{\rightarrow}[s] = (u[1], \dots, u[s])^T$ .

Требуется осуществить синтез алгоритмов с дуальными свойствами, чтобы оптимизировать векторный критерий успешности управления при некоторых ограничениях  $G$  на управления  $u[s]$ . Здесь  $M[s] = E\{e[s]\}$  - локальный критерий для  $s$ -го момента времени;  $e[s]$  - специально выбранная целевая функция. Локально оптимальное управление  $u^*[s]$  зависит от  $I_s$  и задания  $x^*[s]$ . В данной постановке задача не полностью определена и нуждается в доопределении в процессе синтеза алгоритмов с учетом предпочтений

разработчика системы управления.

**Метод синтеза алгоритмов дуального управления 2.0**

Предложенная в [5] методология дуального управления 2.0 позволяет преодолеть многие трудности, которые встречаются в классической теории. Метод синтеза включает следующие этапы:

1. Независимое рассмотрение двух обратных задач:
  - Обратной коэффициентной задачи управления в условиях определенности,
  - Задачи нахождения апостериорной плотности вероятности неизвестных параметров  $\mu$ .
2. Интеграция полученных результатов и оптимизация по локальному критерию, нахождение локально оптимальной стратегии управления  $\Gamma^*[s]$ .
3. Многокритериальный синтез алгоритмов дуального управления.

Интеграцию решений первых двух задач (управления и идентификации) осуществляем путем введения локального для  $s$ -го момента критерия  $J[s]$  – индекса успешности управления с выбором специальной целевой дельта-функции  $e[s] = \delta(\mu^* - \mu) = \delta(\mu - \mu^*)$ , где  $\mu^*$  – результат решения обратной коэффициентной задачи управления в условиях определенности.

**Синтез алгоритмов дуального управления**

Задачу синтеза алгоритмов дуального управления с активным накоплением информации сформулируем как задачу многокритериальной оптимизации по вектору критериев с ограничениями  $G_1, G_2$ : двух типов)

Рассмотрим две задачи многокритериальной оптимизации:

$$\text{с ограничением } G_1 : \max_{u[s]} \{J(s+1, n) | G_1\}, \tag{1}$$

$$\text{и с ограничениями } G_1 \text{ и } G_2 : \max_{u[s]} \{J(s+1, n) | G_1, G_2\}. \tag{2}$$

Обозначено

$$J(s+1, n) = (J^*[s+1], \dots, J^*[n])^T,$$

$$J[s] = \int_{\Omega(u[s])} \alpha[s] P(u[s] | u^{\rightarrow}[s-1], y^{\rightarrow}[s-1], x^*[s]) d\Omega,$$

где  $\alpha[s] = \int_{\Omega(\mu)} e[s] P(\mu | u^{\rightarrow}[s-1], y^{\rightarrow}[s-1]) d\mu$

От управления  $u[s]$  могут зависеть не только критерии  $J[s]$ , но и векторы критериев  $J(s+1, n) = (J^*[s+1], \dots, J^*[n])^T$ . Звездочками отмечены локально оптимальные значения. В системе возможно активное накопление информации, если  $J^*[s+i]$  зависят от управлений  $u[s]$ . Рассматриваются ограничения  $G$  двух типов (3) и (4):

$$G_1 : u[s] \in \Omega_u[s] : u^*[s] - \Delta[s] \leq u[s] \leq u^*[s] + \Delta[s] \tag{3}$$

$$G_2 : E \{u[s]\} = \int_{\Omega(u)} u[s] \Gamma[s] d\Omega = u^*[s] \tag{4}$$

Ограничение (3) определяет допустимую область  $\Omega_u[s]$  изменения  $u[s]$  в окрестности локально оптимального управления  $u^*[s]$ , то есть величину допустимых уступок, на которые можно пойти для более активного зондирования и более эффективного управления в будущем. Величину уступок логично выбирать в прямой зависимости от уровня текущей неопределенности. Стохастическое ограничение (4) означает, что управления  $u[s]$  в моменты  $(1, \dots, s, \dots, n-1)$  должны быть в среднем равны локально оптимальным значениям  $u^*[s]$ .

**Алгоритмы дуального управления**

Оптимальное по вектору критериев управление находится с применением метода уступок с учетом ограничений на область изменения управлений и вероятностных ограничений. От управления  $u[n]$  зависит только критерий  $J[n]$ . Поэтому оптимальное управление  $u^{opt}[n]$  в последний момент времени  $n$  совпадает с локально оптимальным управлением  $u^*[n]$ . Обобщенная структура алгоритмов дуального управления, полученных при исследовании ряда частных различных задач, имеет вид:

$$u^{opt}[s] = u^*[s] + \psi[s] \tag{5}$$

Алгоритм (5) включает две составляющих части: локально оптимальную составляющую  $u^*[s]$  управления и зондирующую составляющую  $\psi[s]$ .

Заметим, что такая структура получена в результате аналитического синтеза по новой методике, а не предложена эвристическим путем. При этом конкретный вид составляющей  $u^*[s]$  зависит от модели объекта, а ограничения  $G$  на управления определяют вид зондирующей составляющей  $\psi[s]$ .

Методология применена для исследования различных задач управления, в том числе: регрессионным объектом с памятью, мультипликативным объектом, объектом с экстремальной характеристикой, объектом с авторегрессионной моделью [5-8].

Вначале рассмотрим задачи нахождения локально оптимальных стратегий управления, затем получение зондирующих составляющих  $\psi[s]$ .

**Задача 1.** Пусть выбрана динамическая регрессионная модель объекта управления:

$$x[s] - U^T[s]\mu = 0 \tag{6}$$

Получен локально оптимальный алгоритм:

$$u^*[s] = (m_1[s])^{-1} (x^*[s] - \sum_{i=2}^r m_i[s]u[s-i+1]) \tag{7}$$

Рекуррентные формулы имеют вид:

$$m[s+1] = Q_{s+1}^{-1} (\sigma^{-2}U[s]x[s] + Q_s m[s]) \tag{8}$$

$$Q_{s+1} = Q_s + \sigma^{-2}U[s]U^T[s], \tag{9}$$

где  $m[s] = (m_1[s] \dots m_r[s])^T$  – математическое ожидание параметра  $\mu$  на основе информации  $I_s$ ,  $Q_s^{-1} = Q^{-1}[s]$  – ковариационная матрица апостериорного распределения.

По структуре алгоритм (7) эквивалентен алгоритму управления в условиях полной определенности.

**Задача 2.** Пусть выбранная динамическая модель объекта управления имеет вид:

$$x[s] - cx[s-1] - \mu_1 u[s] - \sum_{i=2}^r \mu_i u[s-i+1] = 0 \tag{10}$$

Получен локально оптимальный алгоритм:

$$u^*[s] = (m_1[s])^{-1} (x^*[s] - cx[s-1] - \sum_{i=2}^r m_i[s]u[s-i+1]) \tag{11}$$

**Задача 3.** Рассмотрим задачу дуального управления мультипликативным объектом. Пусть выбранная динамическая модель объекта управления имеет вид:

$$x[s] - cx[s-1] - \mu_1 u[s] - h[s] = 0 \tag{12}$$

Численное решение подобной задачи управления интегратором со случайным коэффициентом усиления связано со значительными трудностями [3]. Нами получен алгоритм дуального управления вида (5), где

$$u^*[s] = (m_1[s])^{-1} (x^*[s] - cx[s-1]) \tag{13}$$

Видно, что дуальное управление (5) носит разрывный характер – при переходе  $u^*[s]$  через нуль оно меняется скачком.

**Задача 4**

Пусть выбрана авторегрессионная модель (AR-модель) объекта управления, которая имеет вид:

$$x[s] = U^T[s]\mu - h[s] = 0 \tag{14}$$

Здесь приняты обозначения:  $U^T[s] = (u[s], x[s-1], \dots, x[s-r+1])$ .

Пассивно адаптивное управление  $u[s]$  в  $s$ -е моменты времени находим

$$u^*[s] = (m_1[s])^{-1} (x^*[s] - \sum_{i=2}^r m_i[s]x[s-i+1]). \tag{15}$$

По структуре алгоритм (15) эквивалентен алгоритму управления в условиях полной определенности.

#### Задача 5.

Покажем применение методологии для одномерного экстремального объекта с моделью:  $x[s] = \mu u[s] - c(u[s])^2$ ,  $y[s] = x[s] + h[s]$ . (16)

Параметр  $c$  известен. Коэффициент  $\mu$  не известен.

Цель управления состоит в обеспечении максимума функции  $x[n]$  в последний момент времени при ограничениях  $G$  типа (3) и (4) на область изменения управлений  $u[s]$  в предыдущие моменты  $(1, \dots, n-1)$ . В рамках классической теории дуального управления задача не имеет точного аналитического решения.

Локально оптимальное управление  $u^*[s]$  имеет вид:  $u^*[s] = m[s] / 2c$ . (17)

Дуальное управление  $s$ -й момент принимает вид:

$$u^{opt}[s] = u^*[s] + (\text{sign } u^*[s]) \Delta[s], u^*[s] = m[s] / 2c. \quad (18)$$

#### Формирование зондирующих составляющих алгоритмов дуального управления.

Рассмотрим вначале задачу (1) с ограничением (3),  $G_1$ . В системе возможно активное накопление информации, если критерии  $J(s+1, n) = (J^*[s+1], \dots, J^*[n])^T$  зависят от управлений  $u[s]$ . В рассмотренных выше задачах они являются возрастающими функциями. При этом оптимальное решение лежит на границе области (3). Оптимальная стратегия регулярная, алгоритм дуального управления имеет вид:

$u^{opt}[s] = u^*[s] + (\text{sign } u^*[s]) \Delta[s]$ , а зондирующая составляющая равна

$$\psi[s] = (\text{sign } u^*[s]) \Delta[s]$$

Естественно выбирать величины  $\Delta[s]$  уступок в зависимости от уровня текущей неопределенности.

Перейдем к синтезу алгоритмов дуального управления при наличии вероятностных ограничений. Стохастическое ограничение (4) предполагает возможность применения рандомизированной стратегии. Решение будем искать в классе случайных стратегий  $\Gamma[s]$ . В полученной таким образом задаче стохастической оптимизации все критерии  $J^*[s], s = 1, 2, \dots, n$ , - это выпуклые вниз функции управлений  $(u[1], \dots, u[s-1])^T$ .

Поэтому оптимальная стратегия  $\Gamma^{opt}[s]$  смешанная (рандомизированная):

$$\psi[s] = \begin{pmatrix} \Delta[s] & \text{с вероятностью } 0,5 \\ -\Delta[s] & \text{с вероятностью } 0,5 \end{pmatrix}$$

Такой же вид  $\Gamma^o[s]$  имеет и для многих других моделей объектов, для которых условие выпуклости соблюдается. В противном случае оптимальная стратегия  $\Gamma^o[s]$  регулярная. Таким образом, существует класс задач дуального управления, в которых смешанные (рандомизированные) стратегии лучше регулярных.

Смешанную стратегию можно аппроксимировать регулярной стратегией, заменив  $\psi[s]$  на знакопеременную зондирующую составляющую  $\psi[s] = (-1)^s \Delta[s]$ .

#### Заключение

Развитая в данной работе методология, названная «дуальное управление 2.0», принципиально отличается от принятой в классической теории дуального управления. Она позволяет осуществлять аналитический синтез регулярных и рандомизированных алгоритмов управления объектами со случайными параметрами. Фактически речь идет о построении основ новой генерации теории дуального управления. Использование предложенной методологии позволяет находить решения задач, не поддающихся решению в классической теории дуального управления. Получены конкретные алгоритмы управления. Впервые в теории дуального управления формализованная процедура синтеза привела к неожиданному результату — получению оптимальной рандомизированной стратегии управления. Заметим, что в классической теории дуального управления оптимальные стратегии регулярные. Предложенный подход открывает практические возможности проектирования автоматизированных систем с активным накоплением информации.

#### Литература

1. Фельдбаум А.А., Теория дуального управления. I, II, III, IV // Автоматика и телемеханика. - 1960.- 21(9), 21(11), 1961. - 22(1), 22(2)

2. Filatov, N. M., and H. Unbenhauen , Adaptive Dual Control: Theory and Applications, vol. 302 of Lecture Notes in Control and Information Sciences. New York: Springer-Verlag , 2004
3. Åström K.J. and A. Helmersson, Dual control of an integrator with unknown gain // Computers & Mathematics with Applications, Volume 12, Issue 6, Part A, June 1986, Pages 653–662
4. Morozov S. Bayesian Dual Control: Review of the Literature. - [www.wavelet3000.org/images/litreview.pdf](http://www.wavelet3000.org/images/litreview.pdf) 24.04.2008
5. Живоглядов В.П. Построение альтернативной теории дуального управления // Вестник КРСУ. Том 12, №10, 2012.
6. Живоглядов В.П. Многокритериальное дуальное управление экстремальными объектами // Известия НАН КР, 3, 2012
7. Живоглядов В.П. Синтез алгоритмов компенсации возмущений в системах дуального управления // Вестник КРСУ, 2013, Т.13, № 8.
8. Живоглядов В.П. Теория дуального управления: вторая генерация // Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений. Том 1 . Бишкек: Изд-во Махprint, 2013

УДК 004.09:37.014.553:004.738.12

### ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ШКОЛОЙ НА ОСНОВЕ ВЕБ-САЙТА И ЕЕ ПОДСИСТЕМЫ

*У.Бримкулов, Ч.Жумабаева, К.Барыктабасов*  
*Кыргызско-Турецкий Университет “Манас”, Бишкек, Кыргызстан*  
*unbrim@gmail.com, bkchk@mail.ru, kasymk@gmail.com*

*U.Brimkulov, Ch.Jumabaeva, K.Baryktasov*  
*Kyrgyzstan, Bishkek, Kyrgyz-Turkish Manas University*  
*unbrim@gmail.com, bkchk@mail.ru, kasymk@gmail.com*

*В статье предлагается поэтапная разработка, внедрение и использование подсистем информационной системы управления школой (ИСУШ), построенной на основе веб-сайта. В качестве примеров для поэтапной разработки ИСУШ приведены подсистема мониторинга успеваемости и качества школьного обучения и подсистема движения учащихся.*

*In this article the step-by-step development, implementation and usage of subsystems of school information management system (SIMS) on the base of WEB-site are suggested. As an example of step-by-step development the academic performance and quality monitoring subsystem and the pupil's movement monitoring subsystem are produced.*

На сегодняшний день вопрос внедрения информационно-коммуникационных технологий в управление учебным процессом в школах остается актуальным. По мнению авторов, наиболее эффективным способом их внедрения является использование информационных систем управления (ИСУ).

Беря за основу классическое определение ИСУ[1] можно дать следующее определение информационной системы управления школой (ИСУШ).

ИСУШ – комплекс аппаратных и программных средств, предназначенный для управления различными процессами (административными, учебно-методическими, хозяйственными и т.д.) в рамках общеобразовательного учреждения[2].

Проведенный ранее анализ использования ИСУШ в Кыргызстане[2] показал, что в некоторых школах имеются отдельные элементы ИСУ, которые позволяют частично автоматизировать те или иные операции. По мнению авторов, отсутствие ИСУШ вызвано тем, что при их разработке и внедрении возникает ряд вопросов и проблем, которые трудноразрешимы в рамках отдельной школы. Вследствие этого процесс внедрения ИСУШ в Кыргызстане идет очень слабо или отсутствует вообще.

Для того, чтобы интенсифицировать этот процесс, авторы предлагают начинать с разработки первоначальной школьной системы с небольшим функционалом (т.е. на первом этапе это может быть самый простой информационный сайт школы), но которая может в дальнейшем расширяться, модернизироваться, дополняться в соответствии с увеличивающимися требованиями к ИСУШ.

#### **ИСУШ на основе веб сайта**

Разработка подобной системы накладывает ограничение на технологии, которые можно было бы использовать при разработке ИСУ. Необходимо использование технологий, которые позволят создавать ИСУ, учитывающие возникающие при этом проблемы.

2. Filatov, N. M., and H. Unbenhauen , Adaptive Dual Control: Theory and Applications, vol. 302 of Lecture Notes in Control and Information Sciences. New York: Springer-Verlag, , 2004
3. Åström K.J. and A. Helmersson, Dual control of an integrator with unknown gain // Computers & Mathematics with Applications, Volume 12, Issue 6, Part A, June 1986, Pages 653–662
4. Morozov S. Bayesian Dual Control: Review of the Literature. - [www.wavelet3000.org/images/litreview.pdf](http://www.wavelet3000.org/images/litreview.pdf) 24.04.2008
5. Живоглядов В.П. Построение альтернативной теории дуального управления //Вестник КРСУ. Том 12, №10, 2012.
6. Живоглядов В.П. Многокритериальное дуальное управление экстремальными объектами // Известия НАН КР, 3, 2012
7. Живоглядов В.П. Синтез алгоритмов компенсации возмущений в системах дуального управления // Вестник КРСУ, 2013, Т.13, № 8.
8. Живоглядов В.П. Теория дуального управления: вторая генерация // Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений. Том 1 . Бишкек: Изд-во Махprint, 2013