

ПОЛУЧЕНИЕ ШАТУННЫХ КРИВЫХ В СИСТЕМЕ MAPLE

Дракунов Ю.М.

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан

RECEIVING ROD CURVES IN THE MAPLE

Drakunov Yu.M.

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, The Republic of Kazakhstan

E-mail: drakunov50@mail.ru

Рассматривается методика автоматизированного вывода уравнений шатунных кривых в система Maple для различных типов диад и механизмов.

Результаты работы могут быть использованы при решении задач кинематического анализа и метрического синтеза плоских рычажных механизмов.

Одной из самых важных и трудных задач в механике машин является задача кинематического анализа и синтеза хотя бы плоских рычажных механизмов. Интересная задача получается при получении уравнения шатунной кривой простых рычажных механизмов с вращательными и поступательными парами. В этой работе предлагается автоматизированное получение шатунных кривых в системе компьютерной математики Maple.

Пусть задано уравнение шатунной кривой в виде $F(x, y) = 0$ и требуется спроектировать простой плоский механизм воспроизводящий эту зависимость по крайней мере приближенно. Если точка $M(x, y)$ лежит на кривой $F(x, y) = 0$ то координаты любой другой точки шатуна например $B(x_B, y_B)$ являются функциями от x, y следующего вида

$$\left. \begin{aligned} x_B &= f_1(x, y), \\ y_B &= f_2(x, y) \end{aligned} \right\} \tag{1}$$

Для получения уравнений вида (1) рассмотрим три различные диады, которые наиболее часто встречаются при кинематическом анализе и синтезе механизмов и приводят к уравнения шатунных кривых наиболее высокого порядка.

Задача 1. Рассмотрим диаду типа ВВ (на рисунке 1 она самая левая). и найдем координаты точки B , выраженные через координаты точки M .

$$\left. \begin{aligned} x_B &= x - k \cos(\omega + \alpha) + b \cos \alpha, \\ y_B &= y - k \sin(\omega + \alpha) + b \sin \alpha \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

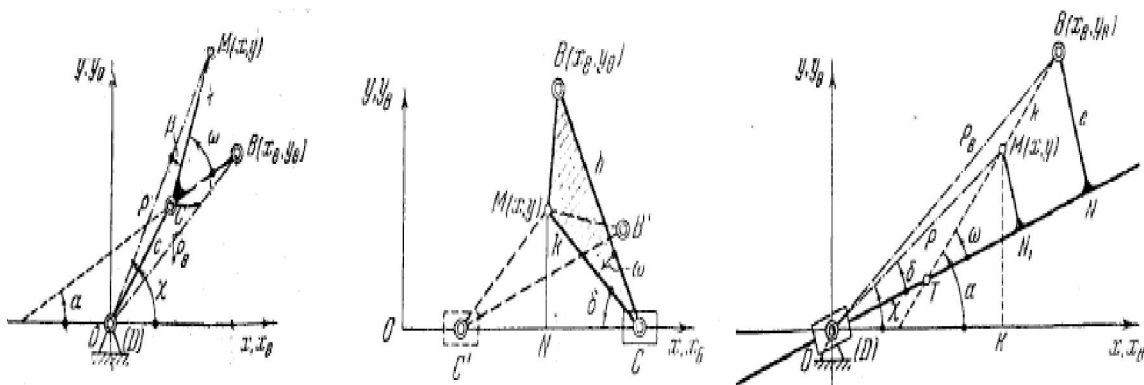


Рисунок 1. Диады типа ВВ, ПВ и ВП для вывода уравнений шатунной точки

Кроме этого основного уравнения имеем следующие очевидные соотношения

$$\begin{aligned} \alpha &= \chi + \beta - \omega \\ \cos \beta &= \frac{\rho^2 + k^2 - c^2}{2k\rho}, \quad \sin \beta = \pm \frac{\sqrt{4k^2\rho^2 - (\rho^2 + k^2 - c^2)^2}}{2k\rho} \\ \cos \chi &= \frac{x}{\rho}, \quad \sin \chi = \frac{y}{\rho}, \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

Подставляя предыдущие соотношения в уравнения (2) получим после преобразования искомые рекуррентные кинематические преобразования

$$\left. \begin{aligned} x_B &= x + \frac{VQ + WT}{2k}, \\ y_B &= y + \frac{VT - WQ}{2k} \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

где

$$\begin{aligned} V &= \pm \frac{\sqrt{4k^2\rho^2 - (\rho^2 + k^2 - c^2)^2}}{\rho^2}, \quad W = \frac{\rho^2 + k^2 - c^2}{\rho^2} \\ Q &= x b \sin \omega - y(b \cos \omega - k), \quad T = y b \sin \omega + x(b \cos \omega - k) \end{aligned}$$

На рисунке 2 показан пример построения шарнирного четырехзвенника из диады ВВ для двух сборок, при этом точка M движется по окружности. Точка B очерчивает две различные шатунные кривые соответствующим разным сборкам.

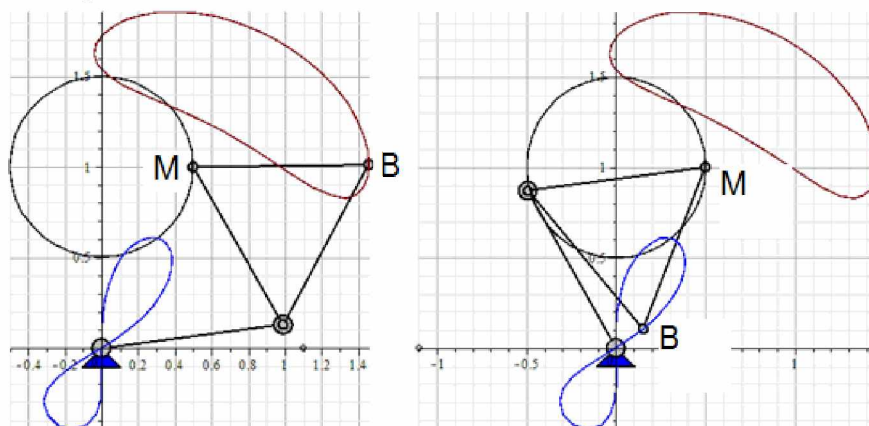


Рисунок 2. Пример построения механизма для диады ВВ в системе Maple

Подставляя соотношения (3) в уравнение окружности, на которой должна лежать точка B

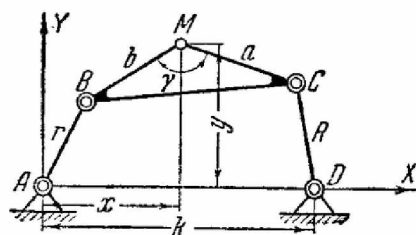
$$(x_B - d)^2 + y_B^2 = a^2, \tag{4}$$

получаем искомое уравнение шатунной кривой

$$U^2 + V^2 = W^2 \tag{5}$$

где

$$\begin{aligned} U &= a[(x - k) \cos \gamma + y \sin \gamma](x^2 + y^2 + b^2 - r^2) - bx[(x - k)^2 + y^2 + a^2 - R^2], \\ V &= a[(x - k) \sin \gamma - y \cos \gamma](x^2 + y^2 + b^2 - r^2) + by[(x - k)^2 + y^2 + a^2 - R^2], \\ W &= 2absin \gamma [x(x - k) + y^2 k \cot \gamma] \end{aligned} \tag{6}$$



В формулах (5) и (6) заменены обозначения конкретно для механизма, изображенного на рисунке. Как мы видим из предыдущих формул уравнение шатунной кривой имеет шестой порядок. Для выполнения громоздких вычислений и преобразований в системе компьютерной алгебры Maple созданы соответствующие программы. Для каждой диады составлены программы кинематического преобразования шатунных кривых от точки M к точке B . Аналогичная процедура имеется и для обратного преобразования, т.е. для заданной

точки B определяются координаты точки M . Кривые обратного преобразования здесь не приводятся т.к. они являются симметричными относительно прямого преобразования.

Задача 2. Рассмотрим диаду типа ПВ (на рисунке 1 она находится в середине) и найдем координаты точки B , выраженные через координаты точки M .

$$\left. \begin{aligned} x_B &= x + k \cos \delta - b \cos(\omega + \delta), \\ y_B &= b \sin(\omega + \delta) \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

Кроме этого основного уравнения имеем следующие очевидные тригонометрические соотношения угла δ

$$\sin \delta = \frac{y}{k}, \quad \cos \delta = \pm \frac{\sqrt{k^2 - y^2}}{k}$$

Подставляя эти значения в уравнение (7), получим искомые соотношения для координат точки B

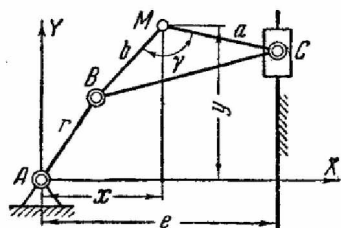
$$\left. \begin{aligned} x_B &= x + \frac{b \sin \omega}{k} y \pm \frac{k - b \cos \omega}{k} \sqrt{k^2 - y^2}, \\ y_B &= \frac{b \cos \omega}{k} y \pm \frac{b \sin \omega}{k} \sqrt{k^2 - y^2} \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

Двойному знаку перед квадратным корнем в формулах (8) соответствуют два различных положения точки B при одном и том же положении точки M .

Для вывода уравнения шатунной кривой, описываемой точкой M дезаксиального кривошипно-шатунного механизма, запишем уравнение окружности, описываемой точкой B .

$$x_B^2 + (y_B - e)^2 = a^2 \tag{9}$$

Уравнение шатунной кривой, описываемой точкой M , получается после подстановки в уравнение (9) рекуррентных соотношений (8). Уравнение в традиционной записи имеет вид (5) для которого введены следующие обозначения



$$\begin{aligned} U &= a(x^2 + y^2 + b^2 - r^2) \sin \gamma + 2by(x - e), \\ V &= a(x^2 + y^2 + b^2 - r^2) \cos \gamma - 2bx(x - e), \\ W &= 2ab(x \sin \gamma + y \cos \gamma) \end{aligned} \tag{10}$$

Здесь введены несколько другие обозначения согласно конкретному механизму, изображенному на рисунке справа. Как мы видим из уравнений (5) и (10) в данном случае для кривошипно-шатунного механизма мы получили уравнение шатунной кривой четвертого порядка.

На рисунке 3 показан пример построения кривошипно-шатунного механизма из диады ПВ для двух сборок, при этом точка M движется по окружности. Точка B очерчивает две различные шатунные кривые соответствующим разным сборкам.

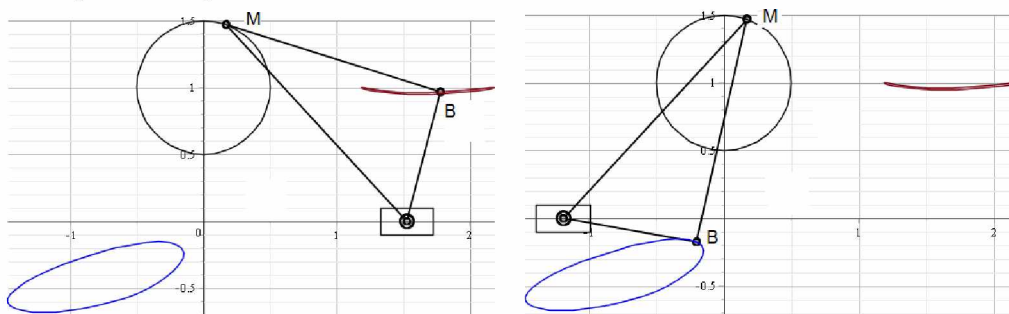


Рисунок 3. Пример построения механизма для диады ПВ в системе Maple

Задача 3. Рассмотрим диаду типа ВП (на рисунке 1 она находится справа) и найдем координаты точки B , выраженные через координаты точки M .

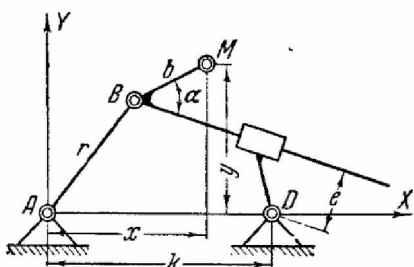
$$x_B = x + k \cos \alpha, \quad y_B = y + k \sin \alpha \tag{11}$$

Для получения рекуррентных соотношений следует выразить функции $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ через координаты (x, y) точки M . Имеем вполне очевидные соотношения

$$\begin{aligned} \alpha &= \omega + \chi - \delta, \\ \sin \delta &= \frac{e - k \sin \omega}{\rho}, \quad \cos \delta = \pm \frac{\sqrt{\rho^2 - (e - k \sin \omega)^2}}{\rho}, \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \cos \chi &= \frac{x}{\rho}, \quad \sin \chi = \frac{y}{\rho}, \end{aligned}$$

Подставляя последние соотношения в формулу (11) после некоторых преобразований получим искомое рекуррентное соотношение между координатами точек B и M .

$$\begin{aligned} x_B &= x \pm k(x \cos \omega - y \sin \omega) \frac{\sqrt{\rho^2 - (e - k \sin \omega)^2}}{\rho^2} + k(e - k \sin \omega) \frac{x \sin \omega + y \cos \omega}{\rho^2} \\ y_B &= y \pm k(x \sin \omega + y \cos \omega) \frac{\sqrt{\rho^2 - (e - k \sin \omega)^2}}{\rho^2} - k(e - k \sin \omega) \frac{x \cos \omega - y \sin \omega}{\rho^2} \end{aligned} \tag{12}$$



Для получения уравнения шатунной кривой необходимо предыдущие соотношения подставить в уравнение траектории точки B . Например в уравнение окружности

$$x_B^2 + (y_B - d)^2 = a^2 \tag{13}$$

Для конкретного кулисного механизма, с учетом принятых на рисунке обозначениями, можно записать коэффициенты уравнения (5) в следующем виде.

$$\begin{aligned}
 U &= (k-x)(x^2+y^2+b^2-r^2)+2b(e+b\sin\alpha)(x\sin\alpha-y\cos\alpha), \\
 V &= y(x^2+y^2+b^2-r^2)-2b(e+b\sin\alpha)(x\cos\alpha+y\sin\alpha), \\
 W &= 2b\cos\alpha[x(x-k)+y^2+ky\tg\alpha]
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Как мы видим из уравнений (5) и (14) мы получили уравнение шатунной кривой, которая имеет также шестой порядок.

На рисунке 4 показан пример построения кривошипно-кулисного механизма из диады типа ПВ для двух сборок, при этом точка M движется по окружности. Точка B очерчивает две различные шатунные кривые соответствующим разным сборкам.

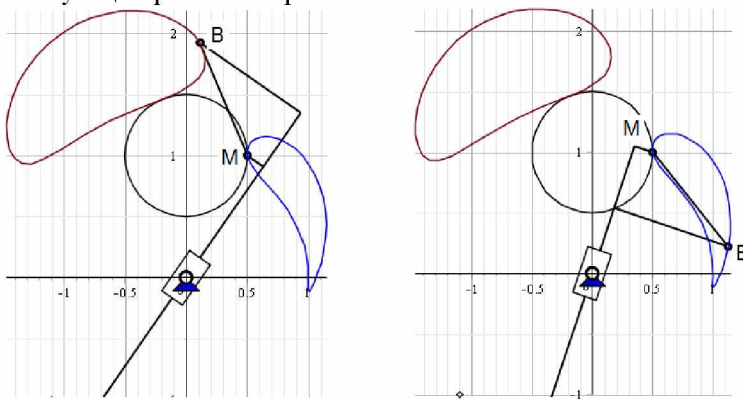


Рисунок 4. Пример построения механизма для диады ВП в системе Maple

Разработанный пакет прикладных программ в системе Maple позволяет получать уравнения шатунных кривых в аналитической и численной форме. Кинематические преобразования шатунных кривых с помощью диад позволит использовать программы при синтезе плоских рычажных механизмов. Кроме этого аналитические представления шатунных кривых позволит глубже изучить их свойства и возможности, получить новые условия существования механизма и кривошипа, построить различные механизмы для вычерчивания сложных траекторий с новыми свойствами.

Литература

1. Артоболевский И.И. Синтез плоских механизмов./И.И. Артоболевский, Н.М. Левитский, С.А. Черкудинов.-М.: Физматгиз, 1959.-1084 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов. -М.: 1963.-640 с.
3. Пейсах Э.Е., Нестеров В.А. Система проектирования плоских рычажных механизмов. -М.: Машиностроение, 1988. -232 с
4. Дьяконов В.П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. - М.: ДМК Пресс, 2011, 802 с.

УДК 621.01. 622.23

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНОГО УСИЛИЯ ПРИЖАТИЯ КРИВОШИПНО-КОРОМЫСЛОВОГО УДАРНОГО МЕХАНИЗМА К ОБРАБАТЫВАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

*Еремьянц В.Э., Алишер Арстанбек
Кыргызско-Российский Славянский университет им. Б.Н. Ельцина,
Бишкек, Кыргызская Республика*

DEFINITION OF THE RATIONAL PRESSING FORCE OF THE CRANK-ROCKER IMPACT MECHANISM TO THE TREAT SURFACE

*Eremjants V.E., AlisherArstanbek
Kyrgyz-Russian Slavic University named after B.N. Yeltsin, Bishkek, Kyrgyz Republic
E-mail: eremjants@inbox.ru, alisherarstanbek@mail.ru*

Рассмотрены силы, действующие на корпус кривошипно-коромыслового ударного механизма при его работе. Составлена математическая модель и определено рациональное значение усилия прижатия корпуса к рабочему инструменту.

$$\begin{aligned}
 U &= (k-x)(x^2+y^2+b^2-r^2)+2b(e+b\sin\alpha)(x\sin\alpha-y\cos\alpha), \\
 V &= y(x^2+y^2+b^2-r^2)-2b(e+b\sin\alpha)(x\cos\alpha+y\sin\alpha), \\
 W &= 2b\cos\alpha[x(x-k)+y^2+ky\tg\alpha]
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Как мы видим из уравнений (5) и (14) мы получили уравнение шатунной кривой, которая имеет также шестой порядок.

На рисунке 4 показан пример построения кривошипно-кулисного механизма из диады типа ПВ для двух сборок, при этом точка *M* движется по окружности. Точка *B* очерчивает две различные шатунные кривые соответствующим разным сборкам.

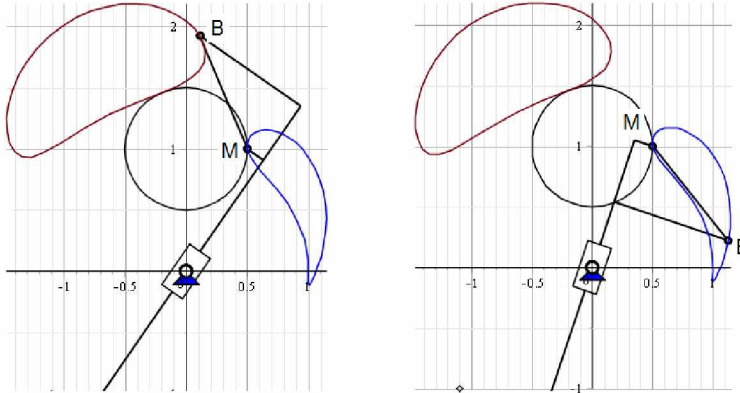


Рисунок 4. Пример построения механизма для диады ПВ в системе Maple

Разработанный пакет прикладных программ в системе Maple позволяет получать уравнения шатунных кривых в аналитической и численной форме. Кинематические преобразования шатунных кривых с помощью диад позволит использовать программы при синтезе плоских рычажных механизмов. Кроме этого аналитические представления шатунных кривых позволит глубже изучить их свойства и возможности, получить новые условия существования механизма и кривошипа, построить различные механизмы для вычерчивания сложных траекторий с новыми свойствами.

Литература

1. Артоболевский И.И. Синтез плоских механизмов./И.И. Артоболевский, Н.М. Левитский, С.А. Черкудинов.-М.: Физматиз, 1959.-1084 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов. -М.: 1963.-640 с.
3. Пейсах Э.Е., Нестеров В.А. Система проектирования плоских рычажных механизмов. -М.: Машиностроение, 1988. -232 с
4. Дьяконов В.П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. - М.: ДМК Пресс, 2011, 802 с.