УДК-62

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ СТАЦИОНАРНОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Курманалиева Р.Н., Осмонова Р.Ч., Оморов Т.Т.
КГУСТА им. Н Исанова, Национальная академия наук
г.Бишкек, Кыргызстан

В работе рассматривается задача построения передаточной функции линейного объекта управления. Разрабатывается алгоритм идентификации на основе принципа гарантируемой динамики.

In this paper we consider the problem of constructing a linear transfer function of the control object Identification algorithm is developed on the basis of guaranteed dynamics.

Динамическое проектирование систем автоматического управления, включает этап построения модели управляемого объекта. Для этой цели к настоящему времени в рамках теории идентификации динамических систем разработано множество методов [1-3]. В работе предлагается новый алгоритм параметрической идентификации передаточной функции одномерного динамического объекта.

Рассмотрим одномерную линейную динамическую систему, на вход которой поступает сигнал (воздействие) $u_1(t)$, а выходной переменной является $y_1(t)$. В случае, когда её математическая модель задается передаточной функцией $W_i(s)$ то

$$Y_1(s) = W(s)\,U_1(s), \qquad (1)$$

где

$Y_1(s)=L\left[(y_1(t)\right]; \quad U_1(s)=L\left[u_1(t)\right]; \quad L-$ оператор Лапласа.

Как известно, в общем случае передаточная функция линейной стационарной системы представляет собой дробно-рациональное выражение

$$W(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{\sum_{j=0}^{m} b_j s^j}{\sum_{i=1}^{n} a_i s^i}, \qquad (2)$$

где a_i, b_j - вещественные параметры.

Проблема идентификации состоит в определении параметров a_i, b_j ($i=\overline{1,n};\quad j=\overline{1,m}$).

Пусть выполняются следующие условия:

- степень полинома $b(s)$ меньше степени полинома $a(s)$, т.е. $m<n$;
- полином $a(s)$ имеет простые и разные корни $\lambda_i,\quad (i=\overline{1,n})$, т.е. представляется в виде

$$a(s) = a_n\,(s-\lambda_1)\,(s-\lambda_2)...(s-\lambda_n)$$

В этом случае передаточную функцию $W(s)$ можно представить в виде параллельного соединения элементарных звеньев $W_i(s)$, имеющих выходные переменные $z_i(t), i=\overline{1,n}$ (рис.1).

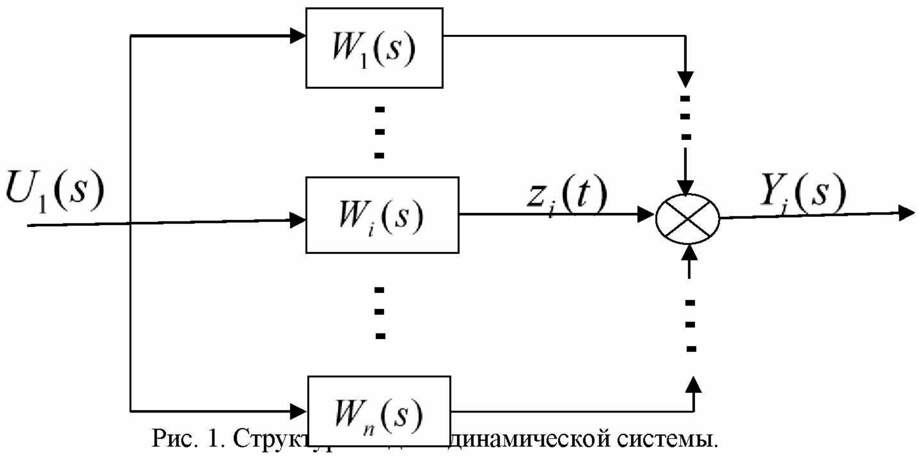

Рис. 1. Структ[illegible] динамической системы.

При этом

$$W(s) = \sum_{i=1}^{n} W_i(s), \qquad (3)$$

а передаточные функции

$$W_i(s) = \frac{c_i}{s-\lambda_i}, \qquad i=\overline{1,n}, \qquad (4)$$

где c_i - вещественные параметры.

Изображения выходов элементарных звеньев с учетом (4) имеют вид

$$Z_i(s) = \frac{c_i}{s-\lambda_i} U_1(s), \qquad i=\overline{1,n}. \qquad (5)$$

Во временной области на основе (5) получаем следующие уравнения:

$$z_i(t) = \lambda_i z_i(t) + c_i\,u_1(t).$$

Такое представление системы приводит к тому, что её выходная переменная

$$y_1(t) = \sum_{i=1}^{n} z_i(t),$$

а её производная по времени

$$\dot{y}_1(t) = \sum_{i=1}^{n} \dot{z}_i(t) = \sum_{i=1}^{n} \left[\lambda_i\,z_i(t) + c_i\,u_1(t)\right] \qquad (6)$$

Теперь задача идентификации состоит в определении параметров λ_i è c_i, рассматриваемых передаточных функций $W_i(s),\quad i=\overline{1,n}$.

Для решения сформулированной задачи рассмотрим возможность использования принципа гарантируемой динамики [4,5] в сочетании с концепцией настраиваемой модели.

Пусть качество идентификации объекта определяется оценочной функцией

$$e_1(t) = F_1\left[y_1(t), y^*_1(t)\right], \quad t \in \left[t_0, T_1\right], \qquad (7)$$

где $y^*_1(t)$ - фактический выход объекта управления; $y_1(t)$ - выход модели объекта; t_0, T_1 - начальный и конечный моменты процесса идентификации.

Выбор оценочной функции $F_1\left[y_1(t), y^*_1(t)\right]$ должен осуществляться так, чтобы при $e_1(t) \to 0$ при $t \to \mathrm{T}_1$ выходная переменная модели $y_1(t) \to y_1^*(t)$.

Для этой цели введем переменные

$$\widetilde{y}_1(t) = y_i(t) + p_1, \quad \widehat{y}_1(t) = y_1^*(t) + p_1, \tag{8}$$

где постоянная величина $p_1 > 0$ выбирается так, чтобы обеспечить положительность новых переменных, т.е.

$$\widetilde{y}_1(t) > 0, \quad \widehat{y}_1(t) > 0.$$

Справедлива следующая теорема [6]:

Теорема. Пусть $\mathrm{e}_1(\mathrm{t}_0) \neq 0$ и для каждого t_0 и $\mathrm{t} > \mathrm{t}_0$ выполняются условия

$$\int_{\mathrm{t}_0}^{\mathrm{t}} \mathrm{e}_1(\tau)\dot{\mathrm{e}}_1(\tau)\mathrm{d}\tau < 0. \tag{9}$$

Тогда модули невязок $|\mathrm{e}_1(\mathrm{t})|$ с течением времени убывают и $\lim\limits_{\mathrm{t} \to \mathrm{T}_1} \mathrm{e}_1(\mathrm{t}) = 0$.

Путем интегрирования левой части соотношения (9) получаем, что

$$\int_{t_0}^{t} e_1(\tau)\, \dot{e}_1(\tau)\, d\tau = 0{,}5\left[e_1^2(t) - e_1^2(t_0)\right]. \tag{10}$$

Отсюда имеем

$$e_1^2(t) = 2\int_{t_0}^{t} e_1(\tau)\, \dot{e}_1(\tau)\, d\tau + e_1^2(t_0). \tag{11}$$

Тогда для $\widetilde{y}_1^2(t)$ справедлива формула

$$\widetilde{y}_1^2(t) = 2\int_{t_0}^{t} \widetilde{y}_1(\tau)\, \dot{y}_1(\tau)\, d\tau + \widetilde{y}_1^2(t_0). \tag{12}$$

Теперь введем новую функцию

$$\overline{y}_1(t) = 2\int_{t_0}^{t} \widehat{y}_1(\tau)\, \dot{y}_1(\tau)\, d\tau + \overline{y}_1^2(t_0). \tag{13}$$

Простой анализ соотношений (12) и (13) показывает, что если разность $\left[\widetilde{y}_1^2(t) - \overline{y}_1^2(t)\right]$ при $t \to T_1$, то $y_1(t) \to y_1^*(t)$, т.е. $\Delta_1(t) \to 0$. Это означает, что в качестве оценочной функции можно выбрать функцию

$$e_1(t) = F_1\left[y_1(t), y_1^*(t)\right] = \widetilde{y}_1^2(t) - \overline{y}_1^2(t). \tag{14}$$

С учетом (12) и (13) выражение для $e_1(t)$ имеет вид

$$e_1(t) = 2\int_{t_0}^{t} \widetilde{y}_1(\tau)\dot{y}_1(\tau)\, d\tau - 2\int_{t_0}^{t} \widehat{y}_1(\tau)\dot{y}_1(\tau)\, d\tau + e_1^2(t_0) = 2\int_{t_0}^{t} \Delta y_1(\tau)\, \dot{y}_1(\tau) + e_1^2(t_0), \tag{15}$$

где $\quad \Delta y_1(t) = y_1(t) - y_1^*(t), \quad e_1^2(t_0) = \widetilde{y}_1^2(t_0) - \overline{y}_1^2(t_0).$

Общая схема идентификации параметров $W(s)$ на основе критериального соотношения (9) и концепции настраиваемой модели приведена на рис. 2.

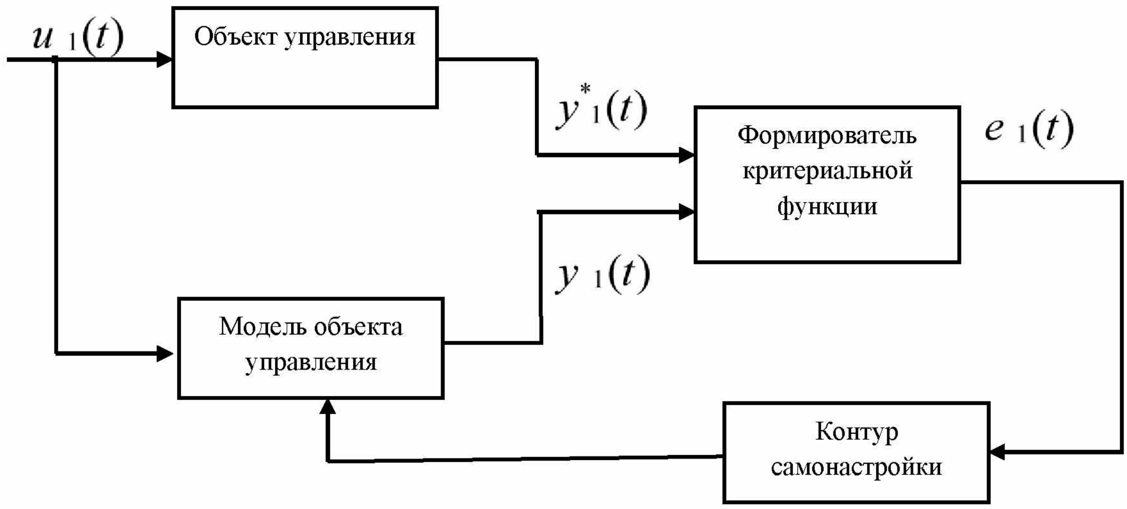

Рис. 2. Общая схема идентификации параметров объекта.

Основная задача заключается в синтезе алгоритма функционирования контура самонастройки, обеспечивающего параметрическую идентификацию модели рассматриваемого динамического объекта. Для этой цели будем использовать критериальное условие (9).

Вначале введем обозначение

$$J_1(t) = \int_{t_0}^{t} e_1(\tau)\, \dot{e}_1(\tau)\, d\tau. \tag{16}$$

При этом производная

$$\dot{e}_1(t) = 2\Delta y_1(t)\, \dot{y}_1(t). \tag{17}$$

Тогда с учетом (6) выражение для $J_1(t)$ имеет вид

$$J_1(t) = 2\sum_{i=1}^{n}\int_{t_0}^{t} e_i\ \Delta y_1(\tau)\left[\lambda_i\ z_i(\tau) + c_i u_1(\tau)\right]d\tau\ . \qquad (18)$$

Теперь потребуем, чтобы динамика параметров λ_i и c_i, $i = \overline{1,n}$, подчинялась следующим соотношениям:

$$\dot{\lambda}_i(t) = \gamma_i^{-1}\ e_1(t)\ \Delta y_1(t)\ z_i(t), \qquad i = \overline{1,n}\ . \qquad (19)$$

$$\dot{c}_i(t) = \xi_i^{-1}\ e_1(t)\ \Delta y_1(t)\ u_1(t), \qquad i = \overline{1,n}\ , \qquad (20)$$

Функции-параметры $\gamma_i(t)$, $\xi_i(t)$, определяются так, чтобы обеспечить выполнение условия

$$J_1(t)\ <\ 0 \qquad (21)$$

и требуемую скорость сходимости настраиваемых параметров $\lambda_i(t)$ и $c_i(t)$ к их установившимся (желаемым) значениям λ_i^* и c_i^*, т.е.

$$\lim_{t\to T_1}\lambda_i(t) = \lambda_i^*\ , \qquad \lim_{t\to T_1}c_i(t) = c_i^*\ , \qquad i = \overline{1,n}\ . \qquad (22)$$

Теперь пусть $t_0 = t - \Delta t$, где Δt - малое положительное число. Тогда с учетом (19) и (20) критериальную функцию $J_1(t)$ можно записать в виде

$$J_1(t) = 2\sum_{i=1}^{n}\left[\int_{t-\Delta t}^{t}\gamma_i\ \lambda_i(\tau)\ \dot{\lambda}_i(\tau)d\tau + \int_{t-\Delta t}^{t}\xi_i\ c_i(\tau)\ \dot{c}_i(\tau)d\tau\right]. \qquad (23)$$

В результате аппроксимации соответствующих интегралов и производных имеем

$$J_1(t) = 2\sum_{i-1}^{n}\left\{\left[\gamma_i\ (t)\ \ \lambda_i(t)\left[\lambda_i(t) - \lambda_i(t-\Delta t)\right] + \xi_i(t)\ c_i(t)\left[c_i(t) - c_i(t-\Delta t)\right]\right]\right\} \qquad (24)$$

Пусть

$$\begin{aligned}\gamma_i\ (t) &= \gamma_i^*\ s_i\ \left\{\left[\lambda_i(t)\ \ \left[\lambda_i(t) - \lambda_i(t-\Delta t)\right]\right]\right\},\\ \xi_i(t) &= \xi_i^*\ s_i\ \left\{\left[c_i(t)\ \ \left[c_i(t) - c_i(t-\Delta t)\right]\right]\right\}\end{aligned} \qquad (25)$$

где $\gamma^*{}_i$,$\xi^*{}_i$ - вещественные параметры;

$$s_i(\varphi_i(t)) = \begin{cases}1, & \text{åñëè}\quad \varphi_i(t)\ >\ 0,\\ -1, & \text{åñëè}\quad \varphi_i(t)\ \le\ 0.\end{cases}$$

С учетом (25) критериальная функция имеет следующий вид:

$$J_1(t) = 2\sum_{i=1}^{n}\left\{\gamma_i^*\left|\lambda_i(t)\ \ \left[\lambda_i(t) - \lambda_i(t-\Delta t)\right]\right| + \xi_i^*\ \left|c_i(t)\ \ \left[c_i(t) - c_i(t-\Delta t)\right]\right|\right\}. \qquad (26)$$

Отсюда видно, что условие (21) будет выполняться, если параметры γ_i^* и ξ_i^* принимают отрицательные значения:

$$\gamma_i^* < 0\ , \qquad \xi_i^* < 0\ , \qquad i = \overline{1,n}\ . \qquad (27)$$

Таким образом, при соблюдении условий (27) алгоритм функционирования контура самонастройки описывается системой дифференциальных уравнений (19) и (20), которая описывает процесс самонастройки параметров модели объекта, заданной в форме (3). Установившиеся решения c_i^* и λ_i^* указанных уравнений и определяет искомые параметры a_i , b_i $(i = \overline{1,n})$ передаточной функции $W(s)$.

Предложенный алгоритм можно обобщать для идентификации матричной передаточной функции многомерного объекта управления.

Литература:

1. Сейдж Э.П., Мел Дж.Л. Идентификация систем управления. – М.: Наука, 1974. -248с.
2. Живоглядов В.П. Адаптивное управление и идентификация – Многокритериальный подход / Изв. АН КиргССР.- 1990. – №2. – С.37-44.
3. Солодовников В.В., Дмитриев А.Н., Егупов Н.Д. Спектральные методы расчета и проектирования систем управления. – М.: Машиностроение, 1986. – 440 с.
4. Оморов, Т.Т. Принцип гарантируемой динамики в теории систем управления. − Бишкек: Илим, 2001.− Кн.1: Синтез линейных автоматических систем. – 150с.
5. Оморов Т.Т, Курманалиева Р.Н. Многокритериальный синтез систем управления по показателям качества и сложности. Б.: Илим, 2007. – 136 с.
6. Оморов Т.Т., Жолдошов Т.М., Кожекова Г.А. Методологические основы синтеза систем автоматического управления с использованием принципа гарантируемой динамики / Известия НАН КР. Бишкек: Илим, 2012, №4, – С.35-40.