УДК 517.958:532

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Аблабеков Б.С., Исанаева Г.К
Институт горного дела и горных технологий им. академика У.Асаналиева КГТУ.им.И. Раззакова, Бишкек, Кыргызстан

Рассматривается фильтрация в неоднородных трещиновато-пористых пластах нефтегазовых месторождений. Обсуждаетсявопросорешениизадачопределенияполядавлений.

We consider the filtration in heterogeneous porous fractured reservoir oil and gas fields. The question of solving the problem of determining the pressure field

Введение. Трещиновато-пористые пласты представляют весьма распространенный вид коллекторов нефти и газа. Геологи их называют и карбонатными коллекторами. Главные запасы нефти в таких средах находятся в пористых блоках, а основное движение нефтегазового потока происходит по трещинам. В качестве математической модели такой среды принимается модель Баренблатта-Желтова. В ней реальная среда представляется в виде двух вложенных друг в друга разномасштабных пористых сред с различными коэффициентами проницаемости. Для описания нестационарной фильтрации жидкости к горизонтальной скважине (ГС) в деформируемом трещиновато-пористом пласте используется модель Г.И. Баренблатта, Ю.П.Желтова, И.Н. Кочиной [3,4], которое, описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \beta_1^* \dfrac{\partial p_1}{\partial t}(x,t) = div[\dfrac{k(p_1)}{\mu} grad\, p(x,t)] + \dfrac{\alpha}{\mu}(p_2 - p_1), \\ \beta_2^* \dfrac{\partial p_1}{\partial t}(x,t) = -\dfrac{\alpha}{\mu}(p_2 - p_1), \quad x \in Q \subset R^3, \quad t \in (0,T], \end{cases} \tag{1}$$

при следующих начальных

$$p_1(x,0) = p_0(x), \quad p_2(x,0) = p_1(x), \quad x \in \overline{Q}, \tag{2}$$

и граничных условиях

$$\begin{aligned} &(grad \frac{k(p_1(x,t))}{\mu}, n)\Big|_{\partial Q} = 0, \quad p_1(x,t)\big|_{\partial Q} = 0, \\ &(grad \frac{k(p_1(x,t))}{\mu}, n)\Big|_{S_c} = q(x,t), \end{aligned} \tag{3}$$

где $p_i(x,t)$ - (i=1,2) искомые функции, характеризующая давление жидкости, β_i^* - коэффициент сжимаемости жидкости в трещинах и блоков соответственно; $k(p_1)$ - коэффициент проницаемости трещин; μ - вязкость жидкости, $\omega = -grad \dfrac{k(p_1(x,t))}{\mu}$ скорость фильтрации жидкости в трещинах, n – единичный вектор нормали,
α - параметр перетока, характеризующий обмен жидкостью между блоками и трещинами, S_c – поверхность ГС;
$\partial V = \partial V_1 \bigcup \partial V_2$ – внешняя граница области фильтрации V, $q(x,t)$ – приток флюида, приходящийся на единицу поверхности ствола ГС. Приток $q(x,t)$ в условии (4) вычисляется из предположения, что давление по стволу горизонтальной скважины не меняется и

$$Q(t) = \int_S q(x,t)d\sigma + C\frac{\partial p_1}{\partial t},$$

где$Q(t)$- дебит, С - коэффициент влияния ствола скважины.

Постановка задачи. Предполагается, что движение жидкости происходит по трещинам, а пористые блоки непрерывно питают систему трещин. Прямая задача состоит в нахождении функций давления $p_i(r,t), \quad i=1,2,$ удовлетворяющих системе нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \beta_1^* \dfrac{\partial p_1}{\partial t}(r,t) = \dfrac{1}{\mu}\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}[k(p_1)r\dfrac{\partial p_1(r,t)}{\partial r}] + \dfrac{\alpha}{\mu}(p_2 - p_1), \\ \beta_2^* \dfrac{\partial p_1}{\partial t}(r,t) = -\dfrac{\alpha}{\mu}(p_2 - p_1), \quad r_c < r < R_c, \quad t \in (0,T], \end{cases} \tag{1}$$

при следующих начальных

$$p_1(r,0) = p_2(r,0) = p_0(r), \quad r_c < r < R_c, \tag{2}$$

и граничных условиях

$$2\pi H \frac{k(p_1)}{\mu} r \frac{\partial p_1}{\partial r}\bigg|_{r=r_c} = Q(t), \quad p_1(R_c,t) = p, \tag{3}$$

В случае, когда коэффициент проницаемости $\beta_0(r)$, $k(r) = const$,исключая функцию $p_2(r,t)$, систему (1) перепишем в виде

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\eta \frac{\partial^2 p}{\partial t \partial r} + \chi \frac{\partial p}{\partial r}\right)(r,t)\right] - \frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = 0, \quad r > r_0, \quad 0 < t < T, \tag{4}$$

где $p_1(r,t) = p(r,t)$.

Тогда функция $p(r,t)$удовлетворяют следующим начальным и граничным условиям:

$$p(r,o) = p_0(r), \quad r \geq r_0, \tag{5}$$

$$2\pi r_0 \left(\eta \frac{\partial^2 p}{\partial t \partial r} + \chi \frac{\partial p}{\partial r}\right)\bigg|_{r=r_0} = q_1(t), \quad 0 \leq t \leq T \cdot \tag{6}$$

Задача (4)-(6) представляет собой задачу Коши на полупрямой для уравнения фильтрации жидкости в трещиновато-пористой среде с постоянными коэффициентами.

ТЕОРЕМА 1. Пусть $p_0(r) \in C^{(2)}_{M_\gamma}(r \geq r_0)$ при $\gamma < 1 - T,$ кроме того $q_1(t) \in C[0,T]$ и $q_1(0) = p_0'(0) = 0$.Тогда существует единственное классическое решение задачи (4)-(6), принадлежащее $C^{(2,1)}_{M_\gamma}(\Omega_T)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Используя фундаментальное решение оператора

$$L = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r(\eta \frac{\partial^3}{\partial t \partial x^2} + \chi \frac{\partial^2}{\partial x^2}) - \frac{\partial}{\partial t}$$

построенное в работе [1],получим явное решение задачи (4)-(6):

$$p(r,t) = \int_0^\infty G(r,s,t) L_1[u_0](s) ds + \int_0^t G(r,0,t-\tau) q_1(\tau) d\tau,$$

где

$$G(x,y,t) = \varepsilon(r-s,t) + \varepsilon(r+s,t), L_1 = \frac{d^2}{dx^2} - I.$$

Замечание. Как и в работе [2],можно исследовать свойства полученного решения, а также ее асимптотического поведения.

Литература:

1. Аблабеков Б.С. Фундаментальное решение и задачи Коши для двумерного уравнения фильтрации жидкости в трещиновато-пористой среде //Известия КГТУ им. И. Раззакова, №19, Бишкек, 2009. – С.98– 101.
2. Аблабеков Б.С.Начально-краевая задача для двумерного уравнения фильтрации жидкостей в трещиновато-пористой среде на неограниченном канале // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. – Бишкек: Илим, 2009. –Вып.41. – С. 165– 169.
3.Баренблатт Г.И. О некоторых краевых задачах для уравнений фильтрации жидкости в трещиноватых породах // Прикл. матем. и мех. - 1963. – Т. 27, №2. – С. 348– 350.
4.Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // Прикл. матем. и мех. – 1960. – Т. 24, №5. – С. 852– 864