

УДК 517.97 (575.2) (04)

О РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ, ОПИСЫВАЕМЫМИ ПОЛУЛИНЕЙНЫМИ ПАРАБОЛИЧЕСКИМИ УРАВНЕНИЯМИ

А. Керимбеков, Т.Ю. Урывская

Исследованы вопросы разрешимости задач нелинейного оптимального управления тепловыми и диффузионными процессами, описываемыми полулинейным параболическим уравнением. Установлено, что оптимальное управление определяется как решение нелинейного интегрального уравнения сложной структуры с дополнительным условием в виде дифференциального неравенства.

Ключевые слова: полулинейные параболические уравнения; слабо обобщенное решение; условия оптимальности; дифференциальное неравенство нелинейное интегральное уравнение оптимального управления.

I.

$$Q_T = Q(0, T), \quad V(t, x), \quad [1]$$

$$V_t - AV = f(t, x, V(t, x), u(t)), \quad (1)$$

$$V(0, X) = \varphi(x), \quad x \in Q \quad (2)$$

$$V(t, x) = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) V_{x_i x_j} + c(x) V_t + d(x) V, \quad 0 < t < T, \quad (3)$$

$$V(t, x) \in Q_T; f(t, x, V(t, x), u(t)) \in H(0, T); Q -$$

$$u(t) \in H(0, T); Q - m^n -$$

$$AV(t, x) = \sum_{i,j=1}^n (a_{ij}(x) V_{x_i x_j}) + c(x) V_t + d(x) V, \quad (4)$$

$$\bar{Q} = Q; a(x) \geq 0; c(x) \leq 0 -$$

$$; - ; T - (x) \in g(x); \{z_n(x)\} -$$

$$H(Q) \quad [2]$$

$$Az(x) = -z(x), \quad x \in Q,$$

$$z(x) \in \Theta, \quad x \in Q, \quad (5)$$

$\{ z_n \} -$, $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = 0$.

1.1.
$$V(t, x) = H(Q_T),$$

$$u(t) = H(Q_T)$$

$$V(t, x) = \sum_{n=1}^t e^{-nt} + e^{-n(t-1)} \dots, V(0, x) = \int_0^1 f(t, x) dt + \dots$$
 (6)

$$+ \int_0^t g_n e^{-n(t-\tau)} f(\tau, u(\tau)) d z_n x(\tau)$$

(1)–(4). (6).

1.1.

$$h(t, x) = \sum_{n=1}^t e^{-nt} z_n x(t)$$
 (7)

$$H(Q_T).$$

1.2.
$$K_0[V] = \int_0^1 V(t, x) dt, V(t, x) = H(Q_T)$$

$$K_0[V] = \int_0^1 e^{-nt(t-1)} \dots, V(0, x) = \int_0^1 z_n f(t, x) dt$$
 (8)

$$H(Q_T)$$

1.3.
$$f(t, u(t)) = \dots, u(t) = H(0, T)$$

$$H(0, T). F(t, x, u(t)) = \dots$$

$$F(t, x, u(t)) = \sum_{n=1}^t e^{-n(t-\tau)} g_n f(\tau, u(\tau)) \dots, u(\tau) = H(0, T)$$
 (9)

$$H(0, T) \dots H(Q_T).$$

(1.6) (7), (8) (9)

$$V = K[V],$$
 (10)

$$K[V] = h + K_0[V] \dots$$

1.1–1.3
$$u(t) = H(0, T) \dots H(Q_T)$$

1.1.
$$t, x, V(t, x) \dots V(t, x) = H(Q_T)$$

$$H(Q_T)$$

$$\rho = \sup_{(t,x) \in Q} \left| \frac{[t, x, V]}{V} \right| < 1.$$
 (11)

$$\rho^T < 1$$
 (12)

(1.10)
$$H(Q_T).$$
 [4]

$$V_n(t, x) = K V_{n-1}(t, x), n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\|V(t, x) - V_n(t, x)\|_{H(Q_T)} \leq \frac{(T - t)^n}{1 - T} \|K[V_0]V_0\|_{H(Q_T)} \quad (13)$$

$$H(Q_T) \quad H(0, T) \quad (14)$$

(11) (14).

II.

Задача нелинейной оптимизации. $V(t, x)$ (1)-(4).

$$\begin{aligned} & S[t, x, V], P[t, u], V(T, x) \\ (i) & S[t, x, V] - \frac{S}{V} H(Q_T) \\ (ii) & P[t, u(t)] \quad [0, T] \quad \frac{P}{u} H(0, T) \\ (iii) & [V] \quad Q \quad y_n, \frac{1}{V} H(Q) \\ & (u^0(t), Y^0(t, x) \in H(0, T) \cap H(Q)) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} 2.1. & P[t, u] \quad f[t, u] \quad \frac{P(t, u)}{u} \quad 0, \\ \frac{2P(t, u)}{u^2} H(0, T) & \frac{f(t, x)}{u} \quad 0, \quad \frac{2f(t, u)}{u^2} H(0, T) \\ & (u(t), Y(t, x)) \in H(0, T) \cap H(Q_T) \end{aligned}$$

$$t, x, V(t, x), t, x, u(t) = (g) \int_t^T (dx) f(t, u(t)) P(t, u(t)) \quad (16)$$

$$(t, x) \quad t + A + \frac{S}{V}, x \in Q, 0 \leq t \leq T, \quad (17)$$

$$(T, x) \in \frac{[V]}{V} \in \mathbb{R}, x \in Q, \quad (18)$$

$$(t, x) \in \mathbb{R}, x \in Q, 0 \leq t \leq T, \quad [0, T] \quad (19)$$

$$[t, x, V^0(t, x), (t, x), u^0(t)] = \sup_{u \in D} [t, x, V^0(t, x), (t, x), u], \quad (20)$$

$D - u.$

[3, 4].

$$(16) \quad \int_0^1 g(x) (t,x) dx \frac{f(t,u)}{u} - \frac{P(t,u)}{u} = 0, \quad (21)$$

$$\int_0^1 g(x) (t,x) dx \frac{f^2(t,u)}{u^2} - \frac{P^2(t,u)}{u^2} = 0, \quad (22)$$

$$u^0(t). \quad (14)$$

$$(21) \quad \frac{P[t,u]}{u} \frac{f(t,u)}{u} = \int_0^1 g(x) (t,x) dx. \quad (23)$$

$$\frac{f[t,u]}{u} \frac{P(t,u)}{u} \frac{f(t,u)}{u}^{-1} > 0. \quad (24)$$

$$(24), \quad u^0(t). \quad (23)$$

III.

(17)–(19), (1)–(4).

3.1. $(t,x) \in H(Q_T)$,

$(u(t), V(t,x)) \in H(0,T) \times H(Q_T)$

$$\begin{aligned} (t,x) = & - \int_{n=1}^T e^{-n(t+\tau)} \frac{[L, V(\cdot, \cdot)]}{V} z_n(\tau) d z_n x(\tau) \\ & + \int_{n=1}^T e^{-n(t+\tau)} \frac{S[L, V(\cdot, \cdot)]}{V} z_n(\tau) d z_n x(\tau) \\ & - \int_{n=1}^T e^{-n(T+\tau)} \frac{[V]}{V} z_n(\tau) d z_n x(\tau) \end{aligned} \quad (25)$$

(17)–(19). (25).

3.1.

$$y_1(t,x) = \int_{n=1}^T e^{-n(t+\tau)} \frac{[V]}{V} z_n(\tau) d z_n x(\tau) \in H(Q_T). \quad (26)$$

3.2.

$$y_2(t,x) = \int_{n=1}^T e^{-n(t+\tau)} \frac{S[L, V(\cdot, \cdot)]}{V} z_n(\tau) d z_n x(\tau) \in H(Q_T). \quad (27)$$

3.3.

$(t,x) \in H(Q_T)$ $G_0(t,x) = G_0(t,x)$

$$G_0(t,x) = \int_{n=1}^T e^{-n(t+\tau)} \frac{[L, V]}{V} z_n(\tau) d z_n x(\tau) \quad (28)$$

$$H(Q_T) \quad (25), \quad (26), (27) \quad (28),$$

$$= G[], \quad (29)$$

$$G[] = G_0[] \quad (25)-(27), \quad H(Q_T) \quad (30)$$

3.1. $H(Q_T) \quad (29) \quad (13) \quad (14)$

[3].

$$G_n(t, x) = G_{n-1}(t, x), \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad H(Q_T).$$

$$\| (t, x) - (t, x) \|_{H(Q_T)} \frac{(T - t)^n}{1 - T} \| G[] \|_{H(Q_T)}$$

IV.

$$u^0(t) \quad (23) \quad (24).$$

$$(25), \quad (23)$$

$$\frac{P[t, u]}{u} \frac{f[t, u]}{u} = \sum_{n=1}^T g_n e^{-n(t)} \frac{S[, V]}{V} z_n(d) d - \sum_{n=1}^T g_n e^{-n(t)} \frac{[, V]}{V} (, z_n(d) d) - \sum_{n=1}^T e^{-n(t)} g_n \frac{V(T)}{V} z_n(d)$$

$$V(t, x) = R(t, x, f(t, u(t))) \quad (32)$$

$$(6). \quad (31) \quad V(t, x) = R(t, x, f(t, u(t)))$$

$$\frac{P[t, u]}{u} \frac{f[t, u]}{u} = B(t, f(t, u(t))) \quad (33)$$

$$B[.] \quad (33), \quad (24). \quad u^0(t)$$

$$(33), (24)$$

$$[4], \quad (33),$$

$$\frac{P(t, u(t))}{u} \frac{f(t, u(t))}{u} = (t) \quad (34)$$

$$u(t) = \mu(t), \quad (24) \quad u(t) \quad - \quad (35)$$

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), \quad (34) \quad (35) \quad (33)$$

$$x(t) \in B(t, f(t, x(t), u(t)), t) \quad (36)$$

$$x(t) \quad (36). \quad (35) \quad [5].$$

$$u^0(t), \quad (33).$$

$$u^0(t) \quad (24).$$

$$V^0(t, x)$$

$$(32). \quad u^0(t) \quad V^0(t, x) \quad (15) \quad J u^0.$$

$$(u^0(t), V^0(t, x), J u^0)$$

Литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. . – .: , 1972. – 735 .
2. Плотников В.И. // . . – 1968. – .32. – 4. – .743–755.
3. Егоров А.И. 1978. – 464 .
4. Керимбеков А. - , 2008. – 132 .
5. Люстерник Л.Н., Соболев В.И. . – .: , 1965. – 520 .