УДК 681.5

СИНТЕЗ САУ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССОМ НАМОТКИ ДЛИННОМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ

ОМОРОВ Т.Т., ЖОЛДОШОВ Т.М.,
КОЖЕКОВА Г.А., ДЖОЛДОШОВ Б.О.
izvestiya@ktu.aknet.kg

Рассматривается задача проектирования регулятора системы автоматического управления (САУ) процессом намотки длинномерных материалов, математическое описание которой дается уравнениями с переменными параметрами. Динамический расчет САУ осуществляется с использованием метода синтеза систем с переменной структурой на основе принципа гарантируемой динамики.

Динамическое проектирование систем автоматического управления (САУ) нестационарными объектами представляет большие трудности, несмотря на то, что для синтеза соответствующих регуляторов в теории управления существует ряд методов [1-4]. В работе [5] на основе принципа гарантируемой динамики [6] предложен альтернативный метод расчета САУ с переменной структурой для указанного класса объектов, суть которого заключается в следующем.

Рассматривается нестационарный линейный многомерный управляемый объект, математическая модель которого задана в отклонениях в пространстве состояний:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(t_0) = x^0, \qquad (1)$$

где $x(t) = [x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t)]^T$ – n-мерный вектор состояния объекта в отклонениях; $u(t) = [u_1(t), u_2(t), ..., u_n(t)]^T$ - m-мерный вектор управляющих воздействий; вещественные матрицы $A(t) = \{a_{ij}(t)\}_{n\times n}$, $B(t) = \{b_{\ell i}(t)\}_{m\times m}$; x^0- вектор начального состояния объекта в начальный момент времени t_0; T – знак транспонирования.

Считается, что объект обладает свойством управляемости, а компоненты вектора состояния x(t) измеряются.

Проблема состоит в синтезе автоматического регулятора, обеспечивающего проектируемой системе управления заданные динамические свойства, т.е. устойчивость замкнутой САУ и требуемые показатели качества системы по точности и быстродействию.

Далее предполагается, что синтезируемый регулятор строится в виде линейной обратной связи по вектору состояния x(t), т.е. его структура задается в виде

$$u(t) = K(t)x(t), \qquad (2)$$

где матрица регулятора $K(t) = \{k_{\nu i}\}_{m\times n}$.

С учетом закона управления (2) векторное уравнение объекта (1), замкнутого обратной связью, имеет вид

$$\dot{x}(t) = S(t)x(t),$$

где матрица замкнутой системы $S(t) = \{s_{ij}(t)\}_{n\times n}$.

Для синтеза искомого закона управления u(t) используется следующий результат [6].

Теорема 1. Пусть $x_i(t) \neq 0, \quad i = \overline{1,n},$ и для каждого t_0 и $t > t_0$ выполняются условия

$$\int_{t_0}^{t} x_i(t)\dot{x}_i(t)dt < 0, \ i = \overline{1,n}. \qquad (3)$$

Тогда модули невязок $|x_i(t)|$ с течением времени убывают и

$$\lim_{t\to\infty} x_i(t) = 0, \qquad i = \overline{1,n}.$$

На основе теоремы 1 в [5] получены условия, при выполнении которых обеспечиваются критериальные соотношения (3).

Теорема 2. Пусть управляемый объект и алгоритм управления описываются соответственно соотношениями (1) и (2). Тогда, для выполнения критериальных условий (3) параметры замкнутой САУ должны определяться по формулам:

$$s_{ij}(t) = s_{ij}^{*}\mathrm{sign}[x_i(t)x_j(t)], \ i,j = \overline{1,n}, \qquad (4)$$

а матрица регулятора должна удовлетворять соотношению

$$B(t)K(t) = S(t) - A(t), \qquad (5)$$

где s_{ij}^{*} – отрицательные вещественные параметры ($s_{ij}^{*} < 0$).

В результате проблема синтеза регулятора для многомерной линейной нестационарной системы (1) сводится к решению матричного уравнения (5) относительно матрицы линейной обратной связи K(t).

В случае, когда m=n, а B(t) имеет обратную матрицу $B^{-1}(t)$, матрица регулятора K(t) определяется в явной форме:

$$K(t) = B^{-1}(t)[S(t) - A(t)]. \qquad (6)$$

В противном случае, а также когда B(t) не является квадратной, нахождение решения уравнения (5) можно осуществить на основе обобщенного обращения $B^{+}(t)$ матрицы B(t) [4]:

$$B^{+} = \left[B^{\grave{O}} \hat{A}\right]^{-1} B^{\grave{O}} \qquad (7)$$

Тогда квазирешение матричного уравнения (5) дается формулой:

$$K(t) = B^{+}(t)\left[S(t) - A(t)\right]. \qquad (8)$$

Формулировка задачи управления взаимосвязанными электроприводами. Теперь рассмотрим задачу динамического расчета регулятора САУ технологическим процессом намотки длинномерных материалов с использованием изложенного выше метода. Данный объект (рис. 1) является составной частью технологического комплекса и состоит из двух электроприводов [7].

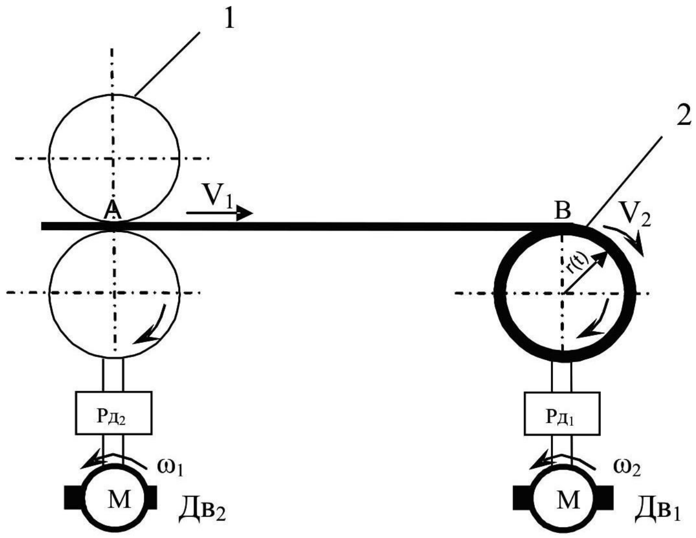


Рис. 1. Кинематическая схема системы.

Обрабатываемый материал (лента, проволока и др.) наматывается на приемную катушку 2 проходя через валки 1, вращение которых обеспечивает соответствующие двигатели (Дв1, Дв2). В процессе управления момент инерции Дв2 возрастает, так как при этом увеличивается диаметр катушки r(t). При этом в целях повышения показателей качества технологического процесса возникает проблема взаимосвязанного и функционального управления электроприводами, входящими в структуру технологического комплекса. Важной задачей является поддержание определенных соотношений между переменными системы, характеризующие протекание технологического процесса. В качестве основных параметров процесса при этом служат линейные скорости движения материала $V_1(t)$ и $V_2(t)$ в соответствующих местах (точке А и В) и длина обрабатываемого материала между ними.

Математическая модель рассматриваемой системы получена в виде следующей системы уравнений [7]:

ABBYY PDF Transformer 2.0
Click here to buy
www.ABBYY.com

$$\dot{V}_1(t) = a_{11}V_1(t) + b_{11}u_1(t)\ ,$$
$$\dot{V}_2(t) = a_{22}V_2(t) + a_3V_2^{\ 2}(t) + b_{22}u_2(t)\ ,$$
$$\dot{r}(t) = a_4(t)V_2(t)\ ,$$
$$\dot{J}_2(t) = c_2r^3(t)\dot{r}(t),$$

(9)

где а $u_1(t)$, $u_2(t)$ – напряжения на входе усилителей мощности, которые являются управляющими воздействиями первого и второго двигателей;

J_1, J_2 – моменты инерции, приведенные к валам соответствующих двигателей; параметры системы

$$a_{11} = -\frac{k_1\beta_1}{J_1},\qquad a_{22} = -\frac{\beta_2 k_2}{J_2(t)},\qquad a_3 = a_3(r) = \frac{c_1k_2}{r^2(t)},$$
$$b_{11} = \frac{k_1\eta_1}{J_1},\qquad b_{22} = b_{22}(r) = \frac{r_2\,r(t)k_2}{J_2(t)},\quad a_4 = a_4(r) = \frac{c_1}{r(t)}. \qquad (10)$$

Здесь $k_1, k_2, \eta_1, \eta_2, \beta_1, \beta_2, c_1$ - постоянные коэффициенты.

Вначале сформулируем технологические требования к проектируемой системе управления. Введем величины:

ℓ^* – расстояние между точкой касания валков 1 (точка А) и верхней частью (точка В) приемной катушки (рис.1);

$\ell(t)$ – фактическая длина обрабатываемого длинномерного материала (полотна) между точками А и В в момент времени t.

Синтерзируемой регулятор САУ должен обеспечивать:

стаблизацию выходных переменных системы $V_1(t)$ и $V_2(t)$ на уровне желаемого значения V^* линейных скоростей:

$$V_1(t)=V^*=\text{const},$$
$$V_2(t)=V^*=\text{const}. \qquad (11)$$

выполнение технологического условия:

$$\ell(t) = \ell^*, \qquad (12)$$

что позволяет достичь определенного натяжения обрабатываемого материала;

допустимое время управления T_i, $i = \overline{1,3}$.

В результате задача динамического проектирования САУ заключается в отыскании законов управления $u_1(t)$ и $u_2(t)$ по заданным технологическим требованиям (11), (12) и быстродействию системы T_i, $i = \overline{1,3}$.

Уравнения объекта в переменных состояния. Введем следующие переменные:

$$\ell_1(t) = \int_0^t V_1(t)dt, \quad \ell_2(t) = \int_0^t V_2(\tau)d\tau, \tag{13}$$

где $\ell_1(t)$, $\ell_2(t)$ - длины обрабатываемого материала через точку А и В соответственно в момент времени t.

Рассматривается разность

$$\Delta\ell(t) = \ell_1(t) - \ell_2(t),$$

которая с учетом формул (13) выражение имеет вид:

$$\Delta\ell(t) = \int_0^t (V_1 - V_2)d\tau. \tag{14}$$

Для обеспечения технологического условия (11) отклонение $\Delta\ell(t)$ должно стремится к нулю:

$$\Delta\ell(t) \to 0.$$

В целях учета условия (14) необходимо получить соответствующее уравнение динамики отклонения $\Delta\ell(t)$ длины обрабатываемого материала от заданного значения ℓ^*, которое можно определить путем дифференцирования по t левой и правой частей соотношения (14):

$$\Delta\dot{\ell}(t) = V_1(t) - V_2(t).$$

Введем следующие переменные состояния:

$$x_1(t) = v_1(t) - v_1^*,$$

$$x_2(t) = v_2(t) - v_2^*,$$

$$x_3(t) = \Delta\ell(t).$$

В результате линейные уравнения объекта в отклонениях запишутся в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_1 x_1 + b_1 u_1 \\ \dot{x}_2 &= \tilde{a}_2 x_2 + b_2 u_2 \\ \dot{x}_3 &= a_1 x_1 + (2a_3 V_2^* - a_2)x_2 + b_1 u_1 + b_2 u_2. \end{aligned} \tag{15}$$

Систему уравнений (15) можно записать в матричной форме (1):

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t),$$

где $x(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$ - вектор состояния объекта; $u(t) = [u_1(t), u_2(t)]^T$ - вектор управляющих воздействий; A(t) и B(t) – вещественные матрицы:

$$A(t)=\begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{a}_2 & 0 \\ a_1 & a_3V_2^* - a_2 & 0 \end{bmatrix}; \qquad B(t)=\begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix}.$$

В соответствии с изложенным выше методом синтеза САУ закон управления u(t) определяется соотношением (2), а матрица регулятора

$$K(t) = B^+(t)[S(t) - A(t)]$$

При этом обобщенное обращение $B^+(t)$ матрицы B(t) определяется формулой (7), а элементы матрицы S(t) имеют вид:

$$\begin{aligned} s_{11}(t) &= s_{11}^* sign[x_1^2(t)], & s_{21}(t) &= s_{21}^* sign[x_2(t)x_1(t)], \\ s_{12}(t) &= s_{12}^* sign[x_1(t)x_2(t)], & s_{22}(t) &= s_{22}^* sign[x_2^2(t)], \\ s_{13}(t) &= s_{13}^* sign[x_1(t)x_3(t)], & s_{23}(t) &= s_{23}^* sign[x_2(t)x_3(t)], \end{aligned} \qquad (16)$$

$$\begin{aligned} s_{31}(t) &= s_{31}^* sign[x_3(t)x_1(t)], \\ s_{32}(t) &= s_{32}^* sign[x_3(t)x_2(t)], \\ s_{33}(t) &= s_{33}^* sign[x_3^2(t)]. \end{aligned}$$

При этом вычисления показывают, что

$$B^+(t) = \begin{bmatrix} \frac{2}{3b_1} & -\frac{1}{3b_1} & \frac{1}{3b_1} \\ -\frac{1}{3b_2} & \frac{2}{3b_2} & \frac{1}{3b_2} \end{bmatrix}.$$

$$S(t) - A(t) = \begin{bmatrix} s_{11} - a_1 & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} - \tilde{a}_2 & s_{23} \\ s_{31} - a_1 & s_{32} - (2a_3V_2^* - a_2) & s_{33} \end{bmatrix}.$$

Таким образом матрица регулятора определяется соотношением:

$$K(t) = \begin{bmatrix} \frac{2}{3b_1} & -\frac{1}{3b_1} & \frac{1}{3b_1} \\ -\frac{1}{3b_2} & \frac{2}{3b_2} & \frac{1}{3b_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_{11} - a_1 & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} - \tilde{a}_2 & s_{23} \\ s_{31} - a_1 & s_{32} - (2a_3V_2^* - a_2) & s_{33} \end{bmatrix}, \qquad (17)$$

а ее элементы определяются следующими выражениями:

$$k_{11}(t) = -\frac{s_{21}}{3b_1} - \frac{2(a_1 - s_{11})}{3b_1} - \frac{a_1 - s_{31}}{3b_1};$$

$$k_{12}(t) = \frac{a_2 + s_{32} - 2V_2^* a_3}{3b_1} + \frac{2s_{12}}{3b_1} + \frac{\tilde{a}_2 - s_{22}}{3b_1};$$

$$k_{13}(t) = \frac{2s_{13}}{3b_1} - \frac{s_{23}}{3b_1} + \frac{s_{33}}{3b_1};$$

$$k_{21}(t) = \frac{2s_{21}}{3b_2} + \frac{a_1 - s_{11}}{3b_2} - \frac{a_1 - s_{31}}{3b_2};$$

$$k_{22}(t) = \frac{a_2 + s_{32} - 2V_2^* a_3}{3b_2} - \frac{s_{12}}{3b_2} - \frac{2\left(\tilde{a}_2 - s_{22}\right)}{3b_2};$$

$$k_{23}(t) = \frac{2s_{23}}{3b_2} - \frac{s_{13}}{3b_2} + \frac{s_{33}}{3b_2}.$$

В результате искомый закон управления имеет вид:

$$\begin{aligned} u_1(t) = & \left(\frac{s_{21}}{3b_1}\frac{\cdot 2(a_1 - s_{11})}{3b_1} + \frac{a_1 - s_{31}}{3b_1}\right)x_1 + \left(\frac{(a_2 + s_{32} - 2V_2^* a_3)}{3b_1} + \frac{2s_{12}}{3b_1} + \frac{\tilde{a}_2 - s_{22}}{3b_1}\right)x_2 + \\ & + \left(\frac{2s_{13}}{3b_1} - \frac{s_{23}}{3b_1} + \frac{s_{33}}{3b_1}\right)x_3; \\ u_2(t) = & \left(\frac{2s_{21}}{3b_2} + \frac{a_1 - s_{11}}{3b_2} - \frac{a_1 - s_{31}}{3b_2}\right)x_1 - \left(\frac{s12}{3b_2} - \frac{a_2 + s_{32} - 2V_2^* a_3}{3b_2} + \frac{2(\tilde{a}_2 - s_{22})}{3b_2}\right)x_2 + \\ & + \left(\frac{2s_{23}}{3b_2} - \frac{s_{13}}{3b_2} + \frac{s_{33}}{3b_2}\right)x_3. \end{aligned} \tag{18}$$

Расчет параметров синтезированного регулятора с законом управления (18) выполнен при следующих параметрах технологического объекта:

$J_1 = 0{,}02\ кг \cdot с^2$, $\beta_1 = 0{,}01\ кг \cdot м^2/с$, $\eta_1 = 0{,}1\ кг \cdot м^2 \cdot рад/(В \cdot с^2)$,

$J_2(t_0) = 0{,}03\ кг \cdot с^2$, $\beta_2 = 0{,}018\ кг \cdot м^2/с$, $\eta_2 = 0{,}16\ кг \cdot м^2 \cdot рад/(В \cdot с^2)$.

При этом элементы матриц A(t) и B(t) имеют следующие выражения:

$a_{11} = -0{,}5 с^{-1}$, $a_{22} = \dfrac{-0{,}018}{J_2(t)}$, $a_3 = \dfrac{0{,}16 \cdot 10^{-3}}{r^2(t)}$, $\tilde{a}_3 = a_2 + 6a_3$,

$b_{11} = 5{,}0\ рад/(В \cdot с^2)$, $b_{22} = \dfrac{r(t)}{J_2(t)}$, $c_1 = 0{,}01$, $c_2 = 0{,}001$.

Задание для регулятора определим следующим образом:

$V_1(t) = V_2(t) = V^* = 3{,}5\ ì\ /c.$,

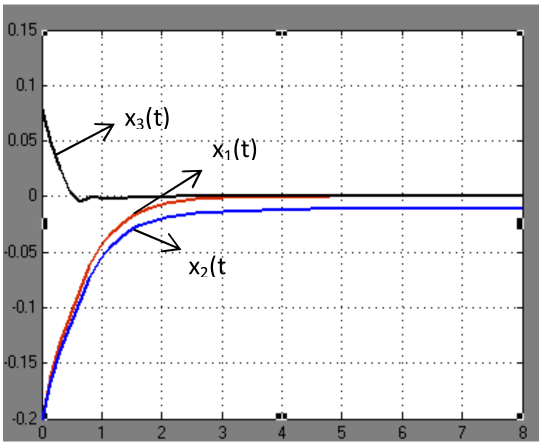
а требования к быстродействию условиями:

$T_1\ J\ 3{,}0c.$, $T_2\ J\ 3{,}0c.$, $T_3\ J\ 3{,}5c.$

При этом параметры синтезированного закона управления u(t) принимают следующие значения:

$s_{ij}^* = -\ 0.5, \quad i, j = \overline{1{,}3}.$

В целях определения качества и эффективности с проектированной САУ проведено ее компьютерное моделирование с использованием программной системы MATLAB/Simulink. Полученные при этом результаты при различных начальных условиях показаны на рис. 2 – 5.



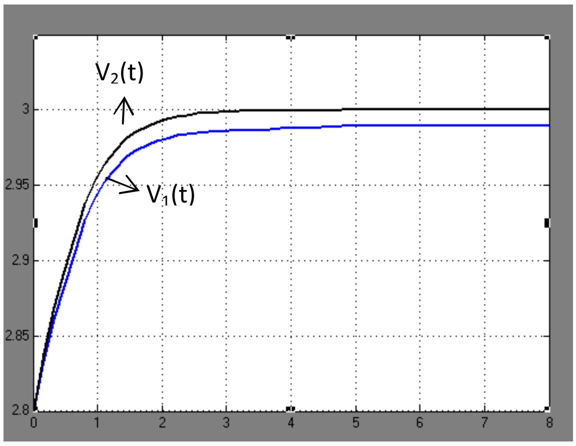
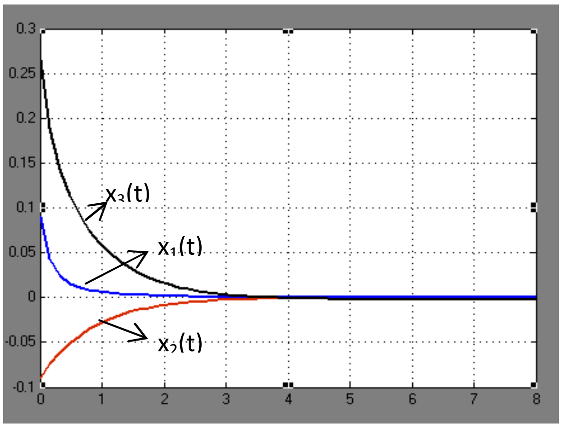


Рис.2. Переходные процессы по x(t) ***Рис.3 Переходные процессы по V(t)***



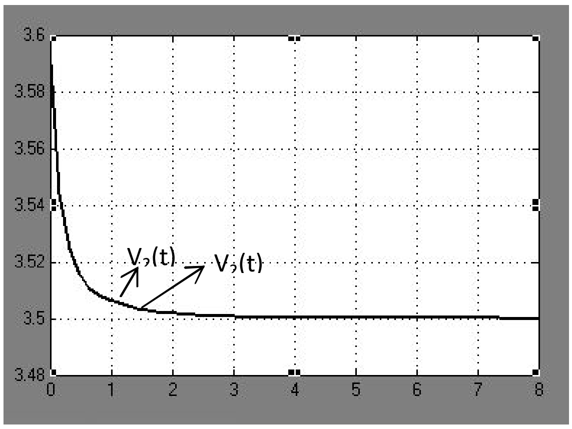


Рис.5. Переходные процессы по x(t) ***Рис.5 Переходные процессы по V(t)***

Анализ полученных результатов показывает, что спроектированная САУ обладает заданными показателями качества управления технологическим процессом намотки длинномерных материалов.

Литература

1. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами: Инженерные методы анализа и синтеза / Петров Б.Н., Соколов, А.В. Липатов и др. – М.: Машиностроение, 1986. – 256 с.

2. Емельянов, С.И., Уткин В.И, Таран В.А. Теория систем с переменной структурой.- М.: Наука, 1970. – 592 с.

3. Солодовников В.В., Дмитриев А.Н., Егупов Н.Д. Спектральные методы расчета и проектирования систем управления. – М.: Машиностроение, 1986.- 440 с.

4. Анжело Г.Д. Линейные системы с переменными параметрами.- М.:Машиностроение, 1974.- 288 с.

5. Оморов Т.Т., Кожекова Г.А., Жолдошов Т.М. Метод синтеза автоматических регуляторов для нестационарных линейных многомерных систем Известия НАН КР. Бишкек: Илим, 2012,-№3.

6. Оморов Т.Т., Жолдошов Т.М., Кожекова Г.А. Методологические основы синтеза систем автоматического управления с использованием принципа гарантируемой динамики Известия НАН КР. Бишкек: Илим, 2012,-№4.-с.35-41.

Оморов Т.Т., Кожекова Г.А. Синтез законов управления взаимосвязанными электроприводами. // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. Москва. 2009. №10.-С.10-13.