УДК: 62-50

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРИ ТАБЛИЧНО ЗАДАННЫХ ПРЕДПИСАННЫХ ТРАЕКТОРИЯХ ДВИЖЕНИЯ

КАДЫРКУЛОВА К.К.
izvestiya@ktu.aknet.kg

Предлагается новый подход синтеза законов управления по осуществления по движения по таблично - заданным предписанным программам при параметрических возмущениях.

На сегодняшний день имеются отдельные подходы синтеза законов управления по осуществлению движения управляемого объекта по предписанной траектории, когда она задается в аналитической форме [1]. В то же время встречается множество примеров из практики, когда предписанные траектории трудно описать аналитически, в этих случаях описание их осуществляется табличным способом. Для этих случаев разработаны определенные подходы синтеза [2,3].

В данной работе осуществляется углубление и расширение рассматриваемых подходов синтеза.

Итак, рассмотрим линейный объект с параметрическим возмущением

$$\frac{dx}{dt} = \overset{0}{x} = A \cdot x + B \cdot u + \Delta A \cdot x, \qquad (1)$$

где $x = (x_1, x_2, \ldots x_n)^T$ – вектор состояния;

$u = (u_1, u_2, \ldots u_m)^T$ – вектор управления;

A, B – заданные числовые матрицы коэффициентов;

ΔA – матрица параметрических возмущений.

В [2] разработан подход синтеза, где для линейного объекта

$$\overset{0}{x} = Ax + Bu \qquad (2)$$

синтезируется закон управления по осуществлению движения объекта (2) по таблично заданной предписанной программе.

Таблица1.

t_k	t_0	t_1	t_2	$\cdots$	t_k
$\bar{x}_k$	$\bar{x}_0$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\cdots$	$\bar{x}_k$

где к=0,1,2,…;

t_k – дискретные моменты времени;

$\bar{x}_k$ – значение вектора состояния в моменты времени t_k.

Для решения задачи математическую модель (2) представляют в конечно-разностном виде

$$x(k+1) = x(k) + \Delta \cdot A(x_k) + \Delta \cdot Bu(k) \qquad (3)$$

Для упрощения выкладок в дальнейшем приращение по времени Δ возьмем $\Delta = 1$.

Искомые значения $u(k)$ в работе [2] отыскиваются из условия минимизации невязки

$$\left\| x_{таб}(k+1) - x_{тек}(k+1) \right\|^2 \Rightarrow \min_{u(k)}, \qquad (4)$$

где $\|\cdot\|$ - символ нормы;

$x_{таб}$ – значения вектора состояния, которые берутся из таблицы;

$x_{тек}$ – значения вектора состояния, которые измерены в текущий момент времени.

Далее, расписывая выражение нормы согласно (3), и затем беря процедуру оптимизации

$$\frac{\partial \|\cdot\|^2}{\partial u(k)} = 0 \Rightarrow u(k) - ? \qquad (5)$$

определяют искомые $u(k)$.

Проведя процедуру минимизации, окончательно получают

$$u(k) = -(B^T B)^{-1} \cdot [B^T x_{таб}(k+1) - B^T \cdot (A+E) \cdot x(k)], \qquad (6)$$

где Е - единичная матрица;

$x(k)$ - текущее значение вектора состояния;

$x_{таб}(k+1)$ - табличное значение вектора состояния.

Для синтеза адаптивного закона в этой работе также используем подход, связанный с минимизацией невязки (4) с учетом параметрических возмущений и его оценки.

Минимизируя (4) с учетом (1) по $u(k)$, имеем

$$u(k) = -(B^T B)^{-1} \left[B^T \cdot x_{таб}(k+1) - B^T (A + E + \Delta A(k-1)) \cdot x(k) \right] \qquad (7)$$

где $k = 0,1,2,\ldots$

Е - единичная матрица.

В выражении (7) мы берем оценку матрицы параметрических возмущений в дискретный момент времени $k-1$. Так как оценка ΔA в момент времени неизвестна, а известна только оценка k предыдущему моменту времени $k-1$. Такой переход справедлив в силу того, что процессы управления протекают намного быстрее по времени, чем изменения параметров.

Для оценки матрицы параметрических возмущений используем соотношение квадрата невязки (4).

Расписав выражение (4), имеем:

$$\|x_{\text{табл}}(k+1)-x(k+1)\|^2=\left(x_{\text{табл}}(k+1)-x(k)-Ax(k)-Bu(k)-\Delta A(k)\cdot x(k)\right)^T\cdot \left(x_{\text{табл}}(k+1)-x(k)-Ax(k)-Bu(k)-\Delta A(k)\cdot x(k)\right) \quad (8)$$

Для дальнейшего (для минимизации по $\Delta A(k)$) выпишем при раскрытии произведения в (8)только те слагаемые, которые содержат выражения $\Delta A(k)$.

Имеем:

$$(x_{\text{табл}}(k+1)-x(k)-Ax(k)-Bu(k)-\Delta A(k)\cdot x(k))^{\mathrm{T}}\cdot\Delta A(k)x(k) \quad (9)$$

Получить в общем виде через векторно-матричное обозначение результат-взятие частной производной от выражения (9) по $\Delta A(k)$, не представляется возможным, но для конкретных математических моделей эта процедура достаточно проста.

Продемонстрируем это на конкретном примере.

Пусть задан объект

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2+\Delta a\cdot x_1\\ \dot{x}_2=u,\end{cases} \quad (10)$$

где $x=(x_1,x_2)^T$; $A=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$;

$\Delta A=\begin{pmatrix}\Delta a&0\\0&0\end{pmatrix}$; Δa-параметрическое возмущение

Для нахождения оценки $\Delta A(k)$ распишем выражение (9) для нашего примера:

$$(x_{\text{табл}}(k+1)-x(k)-Ax(k)-Bu(k)-\Delta A(k)\cdot x(k))^{\mathrm{T}}\cdot\Delta A(k)x(k)=$$

$$=\begin{pmatrix}x_{1\text{табл}}(k+1)-x_1(k)-x_2(k)-\Delta a\cdot x_1(k) & \Delta a\cdot x_1(k)\\ x_{2\text{табл}}(k+1)-x_2(k)+u(k) & 0\end{pmatrix} \quad (11)$$

Отсюда, беря частную производную по $\Delta a(k)$ и приравнивая ее к нулю, имеем:

$$[(x_{\text{табл}}(k+1) - x_1(k) - x_2(k) - 2\Delta a \cdot x_1(k)]x_1(k) = 0$$

$$\Delta a(k) = \frac{1}{2x_1(k)} \cdot [x_{1\text{табл}}(k+1) - x_1(k) - x_2(k)]. \tag{12}$$

Выводы: предложен новый подход адаптивного управления по осуществлению движения по таблично заданным предписанным программам. Процедура эта конструктивная и вычислительных трудностей не вызывает.

Литература

1. Шаршеналиев Ж.Ш, Батырканов Ж.И. Синтез систем управления с заданными показателями качества. - Б.: Илим, 1991.
2. Батырканов Ж.И, Мадраимова А.Д, Кадыркулова К.К. Задача управления по заданной программе // Известия КГТУ им. И. Раззакова, Б.: -2007, №11.

Батырканов Ж.И., Кадыркулова К.К. Адаптивное управление траекторным движением. // Известия, КГТУ им. И.Раззакова, №19,.2009.