

**КРАТКИЙ ОБЗОР МЕТОДОВ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА НЕЛИНЕЙНЫХ САУ****ОМОРОВ Т.Т., ДЖОЛДОШЕВ Б.О.****НАН КР, КГТУ им. И. Раззакова**izvestiya@ktu.aknet.kg

Теория систем автоматического управления (САУ), обладающих нелинейными свойствами, в настоящее время разработана недостаточно полно, чем теория линейных автоматических систем. Особенно это касается многомерных нелинейных САУ. В теории нелинейных систем, как известно, выделяют две важнейшие проблемы:

- 1) проблему анализа управляемых систем;
- 2) проблему синтеза САУ.

Проблема анализа включает исследование ряда важных свойств и характеристик системы таких как:

- устойчивость состояния равновесия и периодических режимов САУ;
- качество процессов управления;
- робастность систем управления.

Большинство методов исследования устойчивости нелинейных САУ основано на использовании функций Ляпунова [1-5]. Одним из основных методов является так называемый прямой метод Ляпунова, который позволяет находить достаточные условия устойчивости нелинейных автоматических систем при больших возмущениях [1-4].

Другой широко используемый метод исследования устойчивости нелинейных САУ – это частотный метод В.М. Попова [5], который также основан на достаточных условиях устойчивости вынужденных периодических колебаний.

Для определения и исследования устойчивости периодических режимов в нелинейных системах широко используют метод гармонической линеаризации, метод гармонического баланса, метод эквивалентного комплексного эквивалента усиления [6, 7] и другие методы [8], в разработку которых большой вклад внесли Л.С. Гольдфарб, Е.П. Попов, В. Оппельт, А. Тастин, Р.Дж. Когенбургер, И. Джонсон. Указанные методы базируются на идеях принципиального исследования периодических колебаний, сформулированных Н.М. Крыловым и Н.Н. Боголюбовым [7].

В связи с развитием методов пространства состояний [9, 10], большое внимание уделяется вопросам управляемости и наблюдаемости динамических систем [11]. Для исследования нелинейных САУ широкое применение получили методы фазового пространства [14, 15]. Метод точечных отображений Пуанкаре-Биркгофа [7] относится к этой группе методов. Дальнейшее развитие он получил в работах А.А. Андропова и других [9, 10]. А. Андронов усмотрел тождество замкнутых фазовых кривых предельным циклом, которые были открыты и исследованы Пуанкаре вне всякой связи с техникой. Общетеоретические основы этого метода были изложены им в докладе "Теория точечных преобразований Пуанкаре-Брауера-Биркгофа и теория нелинейных колебаний" [9]. Метод точечных отображений [10] позволил существенно продвинуться в изучении динамики самых разнообразных конкретных систем и тем самым сыграл значительную роль в формировании понимания целей и задач исследования динамических систем. А.А. Андронов сформировал задачу изучения динамических систем, как задачу совместного качественного и количественного исследований структур разбиения и фазового пространства и пространства параметров. При этом очень важное значение придавалось геометризации основных колебательных явлений - построению адекватных им геометрических образов и понятий. Было введено понятие "грубости" динамической системы. Получили дальнейшее развитие качественная теория дифференциальных уравнений, теория устойчивости, теория бифуркаций и метод точечных отображений, была создана математическая модель разрывных колебаний. Их основной недостаток – практически при порядке системы $n > 3$ аналитическое исследование нелинейных САУ становится сложной проблемой. Несмотря на это, методы фазового пространства применены для



исследования и расчета различных классов автоматических систем, в том числе оптимальных и адаптивных систем.

Для исследования качества процессов управления в нелинейных САУ широко используются:

- 1) численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений [11, 12, 13];
- 2) спектральные методы [14, 53].

Разработаны и эффективно применяются программные системы автоматизации моделирования систем автоматического управления [18-21]. Это системы МАТЛАБ. Результаты использования приложения SIMULINK приведены в [20, 21].

Наряду с устойчивостью, в практике автоматического управления фундаментальное значение имеет свойство робастности проектируемой САУ [22, 23]. В робастной системе управления при изменении ее структуры и (или) параметров в окрестности расчетных (оптимальных, номинальных) значений основные свойства не должны изменяться, а характеристики должны оставаться в пределах допустимого.

В теории автоматического управления к настоящему времени разработано множество методов синтеза нелинейных систем.

Значительная роль в теории и практике принадлежит частотным методам синтеза. Наиболее полное решение задачи синтеза одномерных стационарных САУ по инженерным показателям качества было осуществлено профессором В.В. Солодовниковым на основе метода логарифмических амплитудно-частотных характеристик (ЛАЧХ) [8]. Его применение для синтеза многомерных нелинейных стационарных систем возможно, если выполняются условия автономности и малости отклонения управляемых переменных от их номинальных значений, а также условия диагональной доминантности [24, 25]. В последнем случае оно означает сведение взаимовлияния контуров управления в многосвязной системе управления до требуемого уровня. «Автономизацию» системы можно осуществить различными способами, в частности, с помощью специальных перекрестных связей [25] или при достаточно большом коэффициенте усиления разомкнутой системы. В последнем случае возникают трудности с обеспечением устойчивости и технической реализацией системы. Условия диагональной доминантности матрицы возвратной разности или обратных матричных передаточных функций достигаются путем выбора соответствующего компенсатора на основании построения семейства инверсных годографов Найквиста [16, 28]. Однако способ «автономизации» часто приводит к усложнению технической реализации системы управления и не всегда применим на практике, так как для технических объектов желательно, чтобы учитывались именно взаимосвязи между управляемыми переменными.

В [26-29] и другими авторами разработаны частотные методы синтеза нелинейных автоматических систем на методе гармонической линеаризации Е.П.Попова [6, 7]. При этом нелинейные объекты и звенья, в основном, статического типа. Опыт исследования этих методов показал, что такое представление нелинейных свойств объектов управления приводит и к количественным, и к качественным ошибкам. В [30] разработаны методы синтеза САУ с нелинейными динамическими звеньями, которые дают возможность обеспечить необходимые требования к точности и качеству. Динамические звенья характеризуются тем, что они базируются на методе связи между их входами и выходами, описываются дифференциальными уравнениями. Несмотря на это все указанные частотные методы являются приближенными, поскольку основаны на гармонической линеаризации нелинейных элементов.

В последние годы в рамках частотного направления разрабатываются методы так называемой H^∞ -теории [31, 32]. Полученные на ее основе методы синтеза САУ направлены на гарантированное обеспечение ограничений на частотные характеристики и модули передаточных функций проектируемой системы, в частности, на показатели колебательности. Следует отметить, что указанная теория равномерно-частотной оптимизации является достаточно эффективным средством расчета регуляторов систем управления в условиях неполной информации о возмущающих воздействиях.

Начиная с 1960 г. при проектировании САУ широкое применение получили методы оптимального управления. Среди них наиболее известными являются: принцип максимума Л.С. Понтрягина [33]; динамическое программирование [34]; аналитическое конструирование оптимальных регуляторов (АКОР) [35, 36]; L-проблема моментов [37].



В настоящее время именно методы оптимизации управления составляют основу современной теории управления, с их помощью синтезированы высококачественные автоматические системы для важнейших отраслей техники и производства. На достаточно высоком уровне разработана теория линейных оптимальных систем управления (АКОР, L-проблема моментов и др. методы). Применение указанных подходов для синтеза управляющих подсистем для нелинейных объектов приводит к нелинейным краевым задачам. Решение подобных задач уже при порядке системы $n > 3$ приводят к сложным вычислительным процедурам [38, 39]. Кроме этого, в общем случае вопрос о выборе весовых коэффициентов, входящих в функционалы оптимальности, остается открытым. До сих пор единой эффективной методики их выбора не существует. Поэтому задача синтеза оптимального (в том или ином смысле) регулятора решается многократно с целью достижения заданных показателей качества переходных процессов, отражающих инженерные требования к проектируемой САУ.

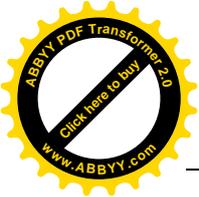
Достаточно широкое множество методов синтеза САУ основаны на функциях Ляпунова [1-4]. Применение этих функций позволили получить ряд важных результатов по синтезу стабилизирующих для определенного класса нелинейных систем управления. Однако рассматриваемые методы в общем случае не ориентированы на обеспечение качества процессов управления, а, как правило, решают задачи устойчивости систем [4].

Для синтеза САУ наиболее эффективной оказалась идея систем с переменной структурой (СПС), предложенная С.В. Емельяновым [40]. Выполненные под его руководством, исследования привели к созданию теории и синтеза указанного класса. В системах с переменной структурой обеспечивается более высокое качество процессов управления как при полной информации, так и в условиях существенной неопределенности о состоянии объекта. При этом увеличение коэффициента усиления системы не отражается на её устойчивости. В классе СПС достаточно эффективно решается проблема инвариантности без измерения внешних возмущений за счет конечных коэффициентов усиления в различных каналах управления. В рамках указанной теории измерений параметров управляемого объекта системы с переменной структурой обладают свойством робастности.

В проблеме управления многомерными нелинейными объектами значительные результаты получены в рамках концепции обратных задач динамики [41-44]. В этом направлении существенные результаты получены с использованием дифференциально-геометрического подхода [44] и критерия минимума энергии ускорения [43]. Процедуры синтеза в рамках данной концепции включают два этапа. На первом этапе в соответствии с целью управления конструируются желаемые траектории движения объекта или переходные процессы с заданными показателями качества, а на втором – синтезируются законы управления с обратной связью по вектору состояния, обеспечивающие требуемое программное движение объекта. Методы данной группы позволяют решать широкий круг задач управления (слежения, терминального управления и др.), в том числе задачи построения адаптивных систем в условиях неопределенности. В то же время учет конструктивных ограничений на координаты САУ и управляющие воздействия связаны с определенными трудностями. Для выбора законов управления в этом случае используются эвристические приемы и сложные итерационные процедуры, связанные с математическим моделированием.

Более широкими возможностями обладают методы математического (нелинейного) программирования с точки зрения обеспечения заданных показателей качества системы и требуемых ограничений задачи управления [45]. Однако использование нелинейного программирования для синтеза САУ сопряжено с известными вычислительными трудностями, связанными с проблемой «размерности» и определением начальной точки в пространстве искомых параметров проектируемой автоматической системы.

С практической точки зрения наиболее перспективными представляются методы синтеза регуляторов, направленные на обеспечение свойств робастности [22, 23, 46, 47, 48], поскольку возможные вариации параметров системы могут привести к ухудшению не только качества САУ, но и к потере устойчивости, т. е. к аварийным ситуациям. В известных работах по методам синтеза систем управления в основном рассматриваются вопросы робастной устойчивости [23, 46], а проблемы робастного управления по показателям переходных процессов по существу не рассматриваются.



Как известно, в теории автоматического управления разработан целый ряд методов синтеза управляющих подсистем (регуляторов). Они классифицируются по различным признакам, в качестве которых в основном используются такие как тип задачи синтеза, концепция проектирования системы, используемый математический аппарат и др. Один из возможных вариантов классификации приведен в таблице 1.

Классификация методов синтеза САУ

Таблица 1.

№	Признаки классификации	Методы синтеза систем управления
1	Тип задачи синтеза	1.1. Методы структурного синтеза. 1.2. Методы параметрического синтеза.
2	Форма математического описания системы	2.1. Методы синтеза линейных систем. 2.2. Методы синтеза нелинейных систем.
3	Размерность проектируемой системы	3.1. Методы синтеза одномерных систем. 3.2. Методы синтеза многомерных систем.
4	Концепция проектирования САУ	4.1. Методы оптимизации управления. 4.2. Методы, основанные на концепции допустимости. 4.3. Методы обратной задачи динамики

Приведем краткий обзор существующих методов синтеза систем управления с точки зрения решения проблемы управления.

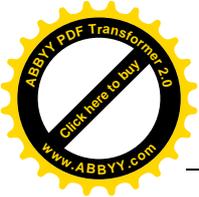
В методах параметрического синтеза структура управляющего устройства задается, а задача синтеза состоит в отыскании его параметров, удовлетворяющих заданному критерию или критериальным ограничениям. Методы структурного синтеза ориентированы на одновременное определение и структуры и параметров проектируемой системы управления. Из методов этой группы в инженерной практике в основном для синтеза одномерных систем наибольшее применение нашел метод логарифмических амплитудно-частотных характеристик (ЛАЧХ), разработанный профессором В.В.Солодовниковым [49-51]. Следует отметить, что методом ЛАЧХ впервые была решена задача синтеза корректирующего устройства [51], обеспечивающего требуемые прямые показатели качества переходного процесса. Метод дает возможность учитывать динамические свойства объекта управления при формировании желаемого поведения системы в переходном режиме, что важно для ограничения сложности синтезируемой системы. Однако постановкой задачи синтеза метода ЛАЧХ не охватываются случаи, возможные в практике управления. Как известно, многие объекты могут иметь такие особенности, как неминимально-фазовость и неустойчивость. Возможны ситуации, когда регулятор необходимо включать так, чтобы он образовал сложное соединение с элементами управляемого объекта, имеющими, например, перекрещивающиеся связи. С точки зрения выбора технически реализуемых значений варьируемых параметров необходимо задание ограничений для них, например, в виде допустимых интервалов изменения. Применение метода ЛАЧХ для синтеза регуляторов при указанных условиях затруднительно.

Аналогичные замечания относятся и к методам параметрического синтеза регуляторов, из которых следует отметить следующие:

- метод стандартных коэффициентов [52];
- методы, основанные на разложении характеристик системы в степенные ряды [53];
- метод, основанный на характеристиках мнимых частот, предложенный И.А.Огурком [54];
- метод корневых годографов [55].
- метод неравенств [56-58].

Впервые метод стандартных коэффициентов рассматривался академиком В.С.Кулебакиным в работе [52]. Ему же принадлежит идея разделения задачи синтеза системы регулирования на следующие этапы:

1) выбор желаемой передаточной функции замкнутой системы, удовлетворяющей техническим условиям;



2) определение параметров регулятора, структура которого задана, из условия равенства соответствующих коэффициентов желаемой и фактической передаточных функций замкнутой системы.

Отметим, что во всех упомянутых выше методах (за исключением метода неравенств [56, 57, 58]) используется именно такой путь построения регулятора. В основном в этих методах задача параметрического синтеза осуществляется на основе единой методологии. Основные отличия состоят в различиях условий, лежащих в основе формирования уравнений синтеза – системы алгебраических уравнений, подлежащих решению относительно искомым параметров. Так, в методе стандартных коэффициентов эти уравнения получаются из условия равенства соответствующих коэффициентов желаемой и фактической передаточных функций замкнутой системы, а в остальных методах они формируются из условия совпадения первых нескольких коэффициентов разложений в ряды Тейлора или Маклорена соответствующих изображений регулируемой координаты или передаточных функций. В методе, предложенном в [54], указанные уравнения выводятся из условия совпадения значений желаемой и фактической характеристик мнимых частот в заданных узлах. В случае синтеза регулятора для обобщенного объекта уравнения синтеза представляют собой систему нелинейных уравнений. Вопрос о разрешимости этих уравнений является центральным при синтезе системы указанными методами, и он рассматривался в работах [52-58]. Однако вне зависимости от результатов этих исследований рассматриваемые подходы остаются неэффективными при малом числе варьируемых параметров, что связано с уменьшением точности воспроизведения желаемого переходного процесса синтезируемой системой. Увеличение же числа варьируемых параметров не всегда желательно, так как оно может быть достигнуто, как правило, путем увеличения сложности регулятора, например, повышением порядков полиномов числителя и знаменателя его передаточной функции. Отметим, что для разрешимости уравнений синтеза необходимо, чтобы количество варьируемых параметров должно быть равно или больше числа уравнений. При невыполнении этого условия нужно определить их приближенные решения, например, путем минимизации суммы квадратов невязок уравнений [56, 58], которые могут и не обеспечить требуемые показатели переходного процесса.

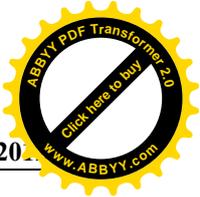
В рассматриваемых методах уравнения синтеза не учитывают условий физической реализуемости параметров синтезируемого регулятора. Учет этих условий в виде ограничений на эти параметры может привести к неразрешимости уравнений, а приближенные решения, как отмечено выше, могут и не обеспечить заданное качество системы.

В общем случае применение рассмотренных методов параметрического синтеза не гарантирует устойчивость замкнутой системы. Поэтому необходимы специальные приемы, позволяющие его обеспечивать, но усложняющие процедуру синтеза. К ним, например, относится графическое построение областей устойчивости по варьируемым параметрам [59, 60].

Метод корневых годографов для решения задачи синтеза регулятора обладает ограниченными возможностями. В основном это связано с тем, что количество параметров, подлежащих варьированию (выбору), не велико и обычно равняется одному или двум. По мере их увеличения расчеты сильно усложняются.

Метод неравенств, предложенный в [57, 58], основан на решении системы алгебраических неравенств, формируемых непосредственно по техническим условиям задачи синтеза, в частности, по заданным показателям качества системы. При этом параметры переходного процесса: время регулирования, перерегулирования и другие оцениваются непосредственно путем численного обращения преобразования Лапласа [58]. При этом фактический переходный процесс аппроксимируется по методу наименьших квадратов некоторым рядом, число членов которого является функцией не только от параметров регулятора, но и от разрядной сетки используемой вычислительной машины. Указанные факты усложняют оценку точности аппроксимации. К тому же следует отметить, что задача обращения преобразования Лапласа относится к классу некорректных задач [61]. Очевидно, что такой путь к синтезу системы регулирования является чрезмерно сложным и в алгоритмическом, и в вычислительном отношениях. Как видно из сказанного, некоторые моменты метода недостаточно разработаны и подлежат обоснованию.

Как известно, при заданной структуре системы для выбора её параметров можно использовать и интегральные критерии качества [33-39, 59, 62, 63]. Однако их использование не позволяет достичь требуемых показателей переходного процесса по той причине, что



квадратичные критерии, к которым относятся указанные выше критерии, не могут обеспечить приближение в равномерной метрике, и в силу этого реальный и желаемый переходные процессы могут в отдельные моменты времени сильно отличаться друг от друга. Имеются отдельные рекомендации [59] по выбору коэффициентов квадратичных интегральных оценок, обеспечивающих приближенно заданные показатели переходного процесса, и работы [62, 63], направленные на достижение требуемых прямых показателей качества системы на основе использования квадратичных интегральных критериев.

Рассмотренные методы синтеза, в основном, используются для синтеза одномерных линейных систем управления. Среди методов динамического проектирования многомерных линейных систем следует выделить:

- аналитическое конструирование оптимальных регуляторов (АКОР) [35, 36, 63-66];
- модальное управление [67-70];
- теория H^∞ [31, 32, 71, 72].

В рамках АКОР получено аналитическое (явное) решение задачи синтеза линейной обратной связи на основе минимизации интегрального квадратичного критерия качества. Однако его практическое применение связано с рядом трудностей. Одна из них заключается в том, что до сих пор не установлена функциональная связь между реальными показателями качества управления и весовыми коэффициентами функционала оптимальности, что приводит к многократному повторению процедуры синтеза регулятора для достижения требуемых показателей переходных процессов синтезируемой САУ [63-66].

Модальное управление позволяет обеспечить желаемое размещение полюсов многомерной замкнутой САУ с помощью линейной обратной связи. Как известно [68, 69], динамика системы зависит не только от полюсов, но и от нулей передаточной функции объекта. При наличии последних эффективное применение данного метода затруднительно. АКОР и модальное управление не ориентированы на учет сложности проектирования САУ.

В последние годы существенное развитие получило новое направление в теории автоматического управления, названное вложением систем [73, 74]. Использование аппарата этого подхода предполагает представление системы (объекта) с помощью так называемой проблемной матрицы (проматрицы), которая с исчерпывающей полнотой описывает её динамику. Этот подход имеет универсальный характер и может использоваться для решения не только задач управления, но и задач моделирования (анализа) и наблюдения. Операции с проматрицами разрабатываются таким образом, чтобы исключить процедуры обращения матриц. На основе теории вложения систем развиты методы модального управления.

В последние годы в Национальной академии наук Кыргызской Республики интенсивно развивается концепция допустимости процессов управления [75-84]. В её рамках разработан новый подход к решению достаточно широкого класса задач управления, который назван принципом гарантируемой динамики [75]. Использование этого принципа дало возможность синтезировать управляющие подсистемы, в основном, для многомерных динамических систем по прямым инженерным требованиям [79-84] и квадратичным показателям качества управления [76-78]. При этом исследованы также задачи синтеза робастных САУ [79, 81-84], обладающих заданными динамическими свойствами. В то же время в рамках данной технологии динамического проектирования можно решать и многие другие проблемы автоматического управления, в частности, задачи построения эталонных моделей, идентификаторов состояний многомерных объектов [76, 77], структурного и параметрического синтеза регуляторов линейных и нелинейных систем управления с учетом сложности их технической реализации и неконтролируемых внешних возмущающих воздействий [77].

Литература

1. Барбашин Е.А. Функции Ляпунова. –М.: Наука, 1970.
2. Пропой А.И. О построении функций Ляпунова. I, II // Автоматика и телемеханика. – М.: Наука, 2000. – № 5. – С. 32–39; №6. –61–69.
3. Кунцевич В.М., Лычак М.М. Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова. - М.: Наука, 1977.
4. Зубов. В.И. Методы Ляпунова и их применение.–Л.: Издательство ЛГУ, 1957.
5. Попов В.М. Гиперустойчивость автоматических систем. –М.: Наука, 1970.



6. Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1988. – 256 с.
7. Попов Е.П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах.- М.: Наука, 1973. – 584с.
8. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования / под ред. В.В. Солодовникова. – М.: Машиностроение, 1967, 1968. – Кн. 1, 2, 3.
9. Андронов А.А. Предельные циклы Пуанкаре и теория автоколебаний. Собрание трудов Андронова А.А. Изд. АН СССР, 1956. – 41 с.
10. Андронов А.А. Математические проблемы теории автоколебаний. Собрание трудов Андронова А.А. Изд. АН СССР, 1956. – 85 с.