УДК:621.3.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КАТАСТРОФ К ЗАДАЧАМ АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Четвертак Ю.С., Четвертак Д.А.
izvestiya@ktu.aknet.kg

В статье рассмотрены понятия и основные свойства «теории катастроф, аттрактора, теории бифуркаций», а также математическая модель при анализе устойчивости энергетической системы с учетом малых изменений подводимой механической мощности и отводимой электрической энергии и сопротивления системы как, многообразие катастрофы сборки.

This article considers the idea and basic features of "the theory of catastrophes, attractor, bifurcation", and mathematical model while analyzing energetic system stability considering minor changes of input mechanical power and output electrical power and resistance of the system as a variety of "assembly-type catastrophe" as well.

Математическая теория, анализирующая поведение нелинейных динамических систем при изменении их параметров, называется теорией катастроф. Значение элементарной теории катастроф состоит в том, что она сводит огромное многообразие ситуаций к небольшому числу стандартных схем, которые можно детально исследовать. Различают семь видов катастроф для функций одной либо двух переменных и числа управляющих параметров не более пяти.

Траектория нелинейной динамической системы ведет себя необычным образом, но при определенных условиях существует некоторая область, называемая «странным аттрактором» Лоренца, которая притягивает к себе все траектории из окрестных областей. Попадая в нее, близкие траектории расходятся, а выбранное наугад решение, будет блуждать и со временем подойдет достаточно близко к любой точке аттрактора, который по топологии представляет собой фрактальное множество, характеризующееся дробной размерностью.

Быстрое расхождение двух близких в начальный момент траекторий показывает очень большую чувствительность решений к малому изменению начальных условий, этим обусловлена практическая невозможность долгосрочного прогноза поведения нелинейных динамических систем.[3-7].

Область существования различных структур и принципы их устойчивости помогает определить теория катастроф. Для изучения динамики системы необходимо знать, каким образом новые решения «ответвляются» от известного решения, т.е. возникают новые решения при критическом значении параметров. Ответ на этот вопрос дает теория бифуркаций(разветвлений).[8]. В реальных условиях при углублении неравновесности открытой системы возникает определенная последовательность бифуркаций (разветвлений), которая сопровождается сменой структур.

Визуально изучить поведение системы под действием малых возмущений можно путем подбора подходящего «многообразия катастрофы» в трехмерном пространстве. В пространстве управления устойчивой зоне соответствует бифуркационная область [3] или область раздвоения, неустойчивой зоне – пространство вне области раздвоения.

В качестве математической модели при анализе устойчивости энергетической системы с учетом малых изменений подводимой механической мощности и отводимой электрической энергии, а также сопротивления системы может быть рассмотрено многообразие катастрофы сборки.

Пусть энергетическая функция имеет вид:

$$F = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + bx \qquad (1)$$

После дифференцирования получим уравнение для исследования положения равновесия:

$$DF=x^3+ax+b \qquad (2)$$

При сложении множества кривых семейства функций (2) получится трехмерное пространство:

$DF=x^3+ax+b=x_1^3+x_1x_2+x_3=P(x)$ (3)

Пусть $x_2=a$, тогда точка $(x_1,a,x_3) \in S$, где множество $S=\{x \in R^3/P(x)=0\}$.

Тогда для каждого**a** уравнение (3) определяет кривую в плоскости, форма которой зависит от значения **a** [1].

Рассмотрим некоторую точку **(a,b)**, которая является проекцией(2), тогда (рис. 1):

- если точка **(a,b)** лежит в области**I**$D=4a^3+27b^2<0$, то F имеет три вещественных различных корня. Такая система устойчива.

- если точка **(a,b)** лежит в области **E** $4a^3+27b^2>0$, то F имеет один вещественный корень, тогда система не устойчива.

- если точка **(a,b)** лежит в области **B_1 B_2, (**бифуркация**),** то F имеет три корня, два из которых совпадают с наименьшим корнем со стороны B_1 и наибольшим корнем B_2. [1]

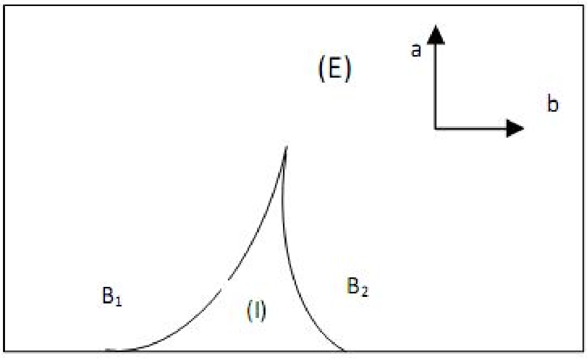

Рис 1.

Рассмотрим уравнение, определяющее состояние равновесия генераторов:

$$I\frac{d^2\delta}{dt^2}=P_T-P_{эл}, \qquad (4)$$

где $P_т$-мощность турбины,

$P_{эл}$- электрическая мощность

$$Pэл=\frac{EU}{x_d}sin\delta+\frac{U^2}{2}\frac{x_d-x_q}{x_dx_q}sin2\delta,$$

где U=1о.е

Условие равновесия $I\frac{d^2\delta}{dt^2}=0$, тогда

$$P_T-P_{max}sin\delta-Ksin2\delta=0, \qquad (5)$$

где $K=-\frac{x_d-x_q}{2x_dx_q}$

$$P_T-P_{max}\left(\partial-\frac{\delta^3}{6}\right)-K\left(2\partial-\frac{8\delta^3}{6}\right)=0$$

$$6P_T-6P_{max}\delta+P_{max}\delta^3-12K\,\delta+8K\delta^3=0$$

$$6P_T-6(2K+P_{max})\,\partial+(P_{max}+8K)\delta^3=0$$

Если A=-K,

тогда $6P_T+6(2A-P_{max})\delta+(P_{max}-8A)\delta^3=0$

$$\delta^3+\frac{6(2A-P_{max})}{(P_{max}-8A)}\delta+\frac{6P_T}{(P_{max}-8A)}=0,$$

$$\delta^3_{max}+a\delta_{max}+b=0 \qquad (6)$$

где $A=-K=\frac{x_d-x_q}{2x_dx_q}$ $\quad a=\frac{6(2A-P_{max})}{(P_{max}-8A)}$ $b=\frac{6P_T}{(P_{max}-8A)}$

Если вместо ∂ подставить x, получим x^3+ax+b (2)– это и есть дифференциал энергетической функции $F = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + bx$ (1). Эта функция одна из самых стандартных функций катастроф.

Выводы:

-Любая система, в которой присутствуют нелинейные элементы или нелинейные свойства, может вызвать хаотические колебания со следующими признаками: чувствительность к изменению начальных условий; широкий спектр движения; фрактальные свойства движения в фазовом пространстве, которые указывают на присутствие странного аттрактора; переходные или перемежаемые хаотические движения.

- В качестве математической модели при анализе устойчивости энергетической системы с учетом малых изменений подводимой механической мощности и отводимой электрической энергии, а также сопротивления системы может быть рассмотрено многообразие катастрофы сборки. Причем теория катастроф позволяет получить визуальное наблюдение за поведением системы в трехмерном пространстве.

- Теория катастроф позволяет определить, каким образом состояние равновесия (устойчивое состояние) потенциальной функции (электроэнергетической системы) изменяется при изменении параметров. [1].

Литература

1. Апышев Д.А. Теоретические и методологические основы создания электроэнергетических систем с элементами адаптации. Докторская диссертация. - Б., 2006 .
2. Хейл Дж. Колебание в нелинейных системах. –М.: Мир, 1966.
3. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. - М.: Ир, 1984.
4. ТомпсонДж. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике. -М.: Мир,1985.
5. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения.- М.: Мир, 1980.
6. Брекер Т. Андер Л. Дифференцируемые ростки и катастрофы. -М.: Мир, 1977.
7. Марсден Д., Мак-Кракен М. Бифуркация, рождения цикла, ее приложения. -М.: Мир, 1980.