

ВЛИЯНИЕ ТИПА ПОДШИПНИКА КАЧЕНИЯ НА ПРИВЕДЕННЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ЕГО ЖЕСТКОСТИ

В.Э. Еремьянц

Приведены расчетные формулы для определения коэффициентов жесткости шариковых и роликовых радиальных подшипников. Установлены зависимости этих коэффициентов от внутреннего диаметра подшипников различных серий.

Ключевые слова: подшипник; коэффициент жесткости; внутренний диаметр.

При составлении динамических моделей машин и механизмов приходится учитывать податливость подшипников качения, которая может оказывать существенное влияние на динамические реакции в опорах. В литературных источниках [2, 3, 5–7] приводятся расчетные формулы для определения податливости некоторых типов подшипников. Результаты, получаемые по формулам различных авторов, зачастую отличаются друг от друга. К тому же эти формулы не дают представления о влиянии размеров подшипников того или иного типа на их податливость или коэффициент жесткости, пред-

ставляющий собой величину, обратную податливости. В связи с этим в задачи данной работы входила систематизация результатов, полученных в данном направлении ранее, и установление влияния размера подшипников различных типов на коэффициент их жесткости (рис. 1).

Коэффициент податливости подшипника качения может быть найден как сумма податливостей контактных зон тел качения с внутренним и наружным кольцами.

При действии на внутреннее кольцо подшипника со стороны оси силы T она распределяется между телами качения. При этом в контакте i -го тела качения с внутренним и наружным кольцом действуют одинаковые силы T_i (рис. 1а). Сумма этих сил уравнивает силу T и, следовательно, можно записать:

$$T = T_0 + 2 \sum_{i=1}^n T_i \cos i\gamma, \quad (1)$$

где T_0 – сила, действующая на тело качения, расположенное на линии действия внешней силы T ; γ – угловой шаг между телами качения, $\gamma = 2\pi/z$; z – число тел качения в подшипнике; n – число пар тел качения, находящихся под нагрузкой, исключая тело качения, расположенное на линии действия внешней силы T (рис. 1а). При $z = 6 - 8$, $n = 1$; $z = 9 - 12$, $n = 2$; $z = 13 - 16$, $n = 3$; $z = 14 - 20$, $n = 4$.

Шариковые подшипники качения. Рассмотрим силы, действующие на тело качения, расположенное на линии действия внешней силы T . Принимая для определения податливости шарикового подшипника контактную теорию Герца, можно записать для контакта шарика с внутренним и наружным кольцами следующие соотношения:

$$\alpha_B = (T_0 / k_B)^{2/3}, \quad \alpha_H = (T_0 / k_H)^{2/3}, \quad (2)$$

где α_B , α_H – сближение центра масс шарика с поверхностью соответственно внутреннего и наружного кольца; k_B , k_H – коэффициенты, зависящие от модуля упругости E , коэффициента Пуассона μ материалов шарика и колец и радиусов их кривизны.

На кольцах шариковых подшипников имеются беговые дорожки для шариков с радиусом r_4 (рис. 1б). При этом $r_4 \approx 1,03 r_3$. Вследствие этого контакт шарика с внутренним и наружными кольцами происходит по поверхностям колец, имеющим разные радиусы во взаимно-перпендикулярных направлениях.

В этом случае в соответствии с контактной теорией Герца сближение центра шарика с поверхностью внутреннего и наружного кольца определяется формулами [2]:

$$\alpha_B = 0,655 n_{\delta 1}^3 \sqrt{4D_0^2 \varrho^2 \left(\frac{2}{r_3} - \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_1} \right)}, \quad \alpha_H = 0,655 n_{\delta 2}^3 \sqrt{4T_0^2 \varrho^2 \left(\frac{2}{r_3} - \frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_2} \right)},$$

из которых с учетом соотношения (2) следует:

$$k_B = \frac{0,943}{\varrho n_{\delta 1}^{1,5}} \sqrt{\frac{r_1 r_3 r_4}{r_1 (2r_4 - r_3) + r_3 r_4}}, \quad k_H = \frac{0,943}{\varrho n_{\delta 2}^{1,5}} \sqrt{\frac{r_2 r_3 r_4}{r_2 (2r_4 - r_3) - r_3 r_4}}. \quad (3)$$

В этих формулах $\nu = (1 - \mu^2)/E$; $n_{\delta 1}$ – коэффициент, зависящий от отношения главных кривизн соприкасающихся поверхностей А/В, определяемый по табл. 1.

Для контакта шарика с внутренним кольцом: $A = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right)$, $B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_1} \right)$,

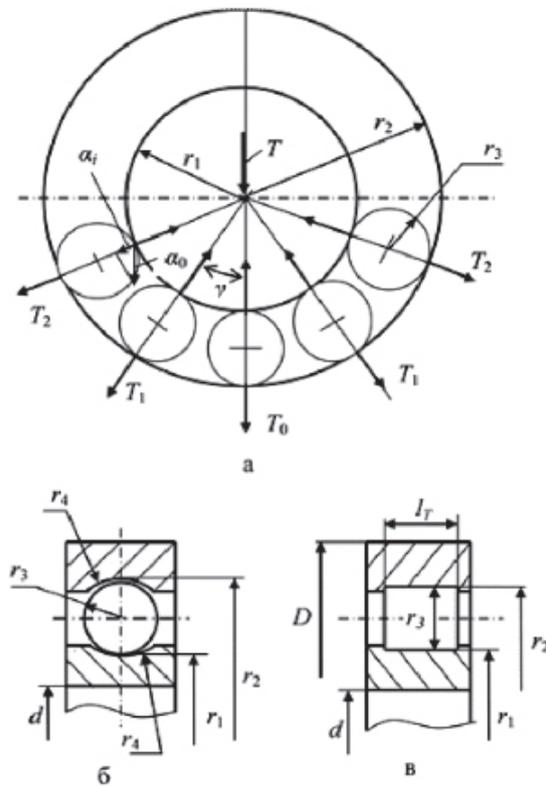


Рис. 1. Расчетные схемы к определению коэффициента жесткости подшипника качения

для контакта с внешним кольцом: $A = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right)$, $B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_2} \right)$.

Таблица 1

Численные значения коэффициента $n\delta$

A/B	$n\delta$	A/B	$n\delta$	A/B	$n\delta$	A/B	$n\delta$
1,0000	1,0000	0,3518	0,9432	0,1739	0,8566	0,04032	0,6409
0,9623	0,9999	0,3410	0,9400	0,1603	0,8451	0,03823	0,6333
0,9240	0,9997	0,3301	0,9366	0,1462	0,8320	0,03613	0,6251
0,8852	0,9992	0,3191	0,9329	0,1317	0,8168	0,03400	0,6164
0,8459	0,9985	0,3080	0,9290	0,1166	0,7990	0,03183	0,6071
0,8059	0,9974	0,2967	0,9248	0,1010	0,7775	0,02962	0,5970
0,7652	0,9960	0,2853	0,9203	0,09287	0,7650	0,02737	0,5860
0,7238	0,9942	0,2738	0,9155	0,08456	0,7509	0,02508	0,5741
0,6816	0,9919	0,2620	0,9102	0,07600	0,7349	0,02273	0,5608
0,6384	0,9889	0,2501	0,9045	0,06715	0,7163	0,02033	0,5460
0,5942	0,9852	0,2380	0,8983	0,05797	0,6943	0,01787	0,5292
0,5489	0,9804	0,2257	0,8916	0,04838	0,6675	0,01533	0,5096
0,5022	0,9744	0,2132	0,8841	0,04639	0,6613	0,01269	0,4864
0,4540	0,9667	0,2004	0,8759	0,04439	0,6549	0,009934	0,4574
0,4040	0,9566	0,1873	0,8668	0,04237	0,6481	0,007018	0,4186

Поскольку контактные зоны расположены последовательно, то общая деформация обеих контактных зон определится как:

$$\alpha_0 = \alpha_b + \alpha_H$$

Подставляя в эту формулу соотношения (2), и выражая из полученной зависимости T_0 , запишем:

$$T_0 = k\alpha_0^{3/2}, k = \left(k_B^{-2/3} + k_H^{-2/3} \right)^{-3/2}. \quad (4)$$

Учитывая соотношения (3) общий коэффициент k можно выразить через коэффициент k_B контактной зоны шарика с внутренним кольцом

$$k = k_B b^{-3/2}, \quad (5)$$

где

$$b = 1 + \frac{n_{\delta 2}}{n_{\delta 1}} \sqrt[3]{\frac{(2r_4 - r_3) - (r_3 r_4 / r_2)}{(2r_4 - r_3) + (r_3 r_4 / r_1)}}. \quad (6)$$

Для определения силы T_i действующей на i -е тело качения, примем, что при деформации подшипника вертикальные перемещения точек контакта колец подшипника с телами качения одинаковые для всех тел и равны α_0 (рис. 1а). При этом смещения контактных точек в направлении нормали к поверхностям колец будут описываться соотношениями:

$$\alpha_i = \alpha_0 \cos i\gamma,$$

а нормальная сила, действующая на i -е тело качения, определится как

$$T_i = k\alpha_i^{3/2} = k\alpha_0^{3/2} \cos^{3/2}(i\gamma).$$

Подставляя это выражение в (1) и учитывая (4), запишем:

$$T = T_0 \left(1 + 2 \sum_{i=1}^n \cos^{5/2}(i\gamma) \right). \quad (7)$$

Выражение, стоящее в скобках, учитывает распределение нагрузки между телами качения и является функцией угла γ , который зависит от числа тел качения в подшипнике z . Расчеты показывают, что при числе тел качения от 8 до 20 значение отношения

$$k_z = \frac{z}{1 + 2 \sum_{i=1}^n \cos^{5/2}(i\gamma)}$$

практически постоянное и равно 4,367.

С учетом этого формулу (7) можно представить в виде:

$$T = T_0 z / k_z. \quad (8)$$

Эта формула справедлива как для шариковых, так и для роликовых подшипников качения, но функции $T_0(\alpha)$ и коэффициенты k_z , входящие в эту формулу, для шариковых и роликовых подшипников различные. В работе [3] отмечается, что при учете зазоров в шариковых подшипниках следует принимать $k_z = 5$. При этом связь между внешней силой и местными деформациями для шариковых подшипников с учетом (4), (5), (8) будет описываться нелинейной функцией:

$$T = 0,2zk_b b^{-3/2} \alpha_0^{3/2}. \quad (9)$$

Для упрощения математической модели опоры целесообразно провести линеаризацию полученной зависимости методом Бидермана [4], представив её в виде:

$$T = 0, \quad 0 < \alpha < \alpha_{01}, \\ T = c_{II} (\alpha_1 - \alpha_{01}), \quad \alpha > \alpha_{01},$$

где c_{II} – приведенный коэффициент жесткости подшипника; $\alpha_{01} = \alpha_m/5$, α_m – максимальное сближение колец при действии силы T_m .

Приведенный коэффициент жесткости определяется по формуле:

$$c_{II} = 1,25 \left(0,2zk_b b^{-3/2} \right)^{2/3} T_m^{1/3} = k_n T_m^{1/3}, \quad (10)$$

где $k_n = 0,427 (zk_b)^{2/3} / b$.

В каталогах на подшипники приводится их внутренний диаметр d мм; наружный диаметр D мм; диаметр тел качения d_T мм; число тел качения z . По этим параметрам, принимая, что кольца подшипника имеют одинаковую толщину, можно рассчитать радиусы сопрягаемых поверхностей:

$$r_3 = d_T/2, \quad r_1 = r_C - r_3, \quad r_2 = r_C + r_3, \quad r_C = (D + d)/4,$$

где r_C – радиус окружности, проходящей через центры тел качения, а затем вычислить значения коэффициентов k_b , b , k_n в формуле (10).

В табл. 2 приведены значения коэффициентов k_b , b , k_n для радиальных шариковых подшипников легкой (1), средней (2) и тяжелой (3) серий, рассчитанные по формулам (4), (11), (18). Из этих данных видно, что для подшипников различных типов и размеров коэффициент b изменяется незначительно и отличается от среднего значения, равного 1,957, не более чем на 0,7%. Поэтому для рассматриваемых типов подшипников коэффициент b можно считать постоянным.

На рис. 2 приведены диаграммы зависимости коэффициента k_b от внутреннего диаметра подшипника. Они близки к линейным, причем при переходе от легкой серии к средней и от средней к тяжелой коэффициент k_b возрастает в среднем на 15–18%.

Поскольку коэффициент k_b входит в формулу (10) в степени 2/3, то зависимость коэффициента k_n от диаметра подшипника должна быть нелинейной. Но как следует из диаграммы на рис. 3 эта нелинейность незначительна.

Таблица 2

Значения коэффициентов жесткости k_n радиальных шариковых подшипников

d, мм	кВ·10–9, Н3/2/м			b			кн·10–6, Н2/3/м		
	Тип подшипника			Тип подшипника			Тип подшипника		
	200	300	400	200	300	400	200	300	400
30	30,847	34,843	42,774	1,963	1,957	1,943	9,251	9,310	8,874
40	35,578	38,631	46,367	1,962	1,958	1,947	10,185	9,966	9,347
50	35,576	43,385	49,710	1,968	1,958	1,950	10,933	10,773	10,836
60	39,955	46,899	52,826	1,967	1,958	1,951	11,777	11,343	11,273
70	41,949	50,147	58,329	1,968	1,957	1,950	12,157	11,858	12,050
80	43,861	53,219	60,995	1,969	1,959	1,951	12,516	12,334	12,407
90	47,339	56,098	–	1,968	1,959	–	13,176	12,773	–
100	50,560	60,110	–	1,968	1,959	–	13,772	13,381	–

Большую нелинейность в зависимость $k_n(d)$ вносит число тел качения z , также входящее в формулу (10). В то же время число тел качения сглаживает различия в значениях коэффициентов k_n для подшипников легкой, средней и тяжелой серии. В результате этого для большинства подшипников рассмат-

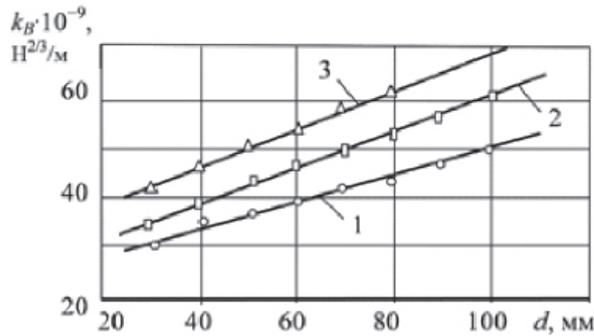


Рис. 2. Диаграммы зависимости коэффициента k_B от внутреннего диаметра подшипников серии 200 (1), 300 (2) и 400 (3)

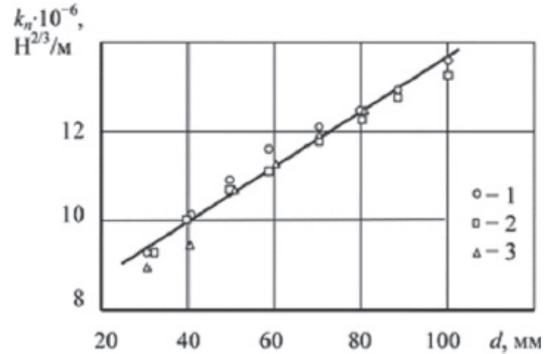


Рис. 3. Диаграмма зависимости коэффициента k_n от внутреннего диаметра подшипников серии 200 (1), 300 (2) и 400 (3)

риваемых типов в диапазоне изменения их внутренних диаметров от 30 до 100 мм зависимость $k_n(d)$ с погрешностью, не превышающей 1%, можно описать линейной функцией вида:

$$k_n = 7,5 \cdot 10^6 (1 + 8,2d) H^{2/3} / M, \quad (11)$$

где диаметр d измеряется в метрах.

Из этой функции выбиваются значения коэффициентов k_n для подшипников тяжелой серии с диаметрами 30 и 40 мм. Это как раз связано с тем, что эти подшипники имеют малое число тел качения ($z = 6$).

Роликовые подшипники качения. Сближение центра ролика с внутренним кольцом при одинаковых модулях упругости их материалов определяется по формуле [2]:

$$\alpha_B = \frac{2T_0 \mathcal{G}}{\pi l_T} \left(0,814 + \ln \frac{(r_1 + r_3) \pi l_T}{2T_0 \mathcal{G}} \right),$$

где $\mathcal{G} = (1 - \mu^2) / E$, l_T – длина тела качения (ролика).

Выражая из (8) $T_0 = Tk_z / z$, обозначая $2k_z \mathcal{G} / z \pi l_T = q$ и учитывая, что $r_1 + r_3 = r_c$, последнюю формулу можно представить в виде:

$$\alpha_B = qT \left(0,814 + \ln \frac{r_c}{qT} \right). \quad (12)$$

Для роликовых подшипников при линейной зависимости сближения колец от радиальной силы вместо (7) получается:

$$T = T_0 \left(1 + 2 \sum_{i=1}^n \cos^2(i\gamma) \right) \text{ и } k_z = \frac{z}{1 + 2 \sum_{i=1}^n \cos^2(i\gamma)} = 4. \quad (13)$$

С учетом зазоров в подшипнике в [3] для роликовых подшипников рекомендуется принимать $k_z = 4,6$.

Сближение наружного кольца с центром ролика, как отмечается в работе [5], с достаточной для инженерных расчетов точностью можно определить по формуле взаимодействия цилиндра с плоскостью:

$$\alpha_H = \frac{2T_0 \mathcal{G}}{\pi l_T} \left(0,407 + \ln \sqrt{\frac{r_3 \pi l_T}{T_0 \mathcal{G}}} \right) = qT \left(0,407 + \ln \sqrt{\frac{2r_3}{qT}} \right).$$

Но в [6] приводится приближенная формула, учитывающая радиус кривизны наружного кольца, которая в принятых нами обозначениях имеет вид:

$$\alpha_H = qT \left(\frac{1}{3} + \ln \sqrt{\frac{r_3 r_c}{r_2 q T}} \right). \quad (14)$$

С учетом последней формулы общее сближение внутреннего и наружного кольца определится как

$$\alpha_0 = qT \left(1,147 + \ln \sqrt{\frac{r_3 r_c^3}{r_2 q^3 T^3}} \right). \quad (15)$$

Преобразуем эту формулу, выделив в ней члены, зависящие только от параметров подшипника и члены, зависящие от радиальных сил:

$$\alpha_0 = qT \left(1,147 + \ln \sqrt{\frac{r_3 r_c^3}{r_2 q^3}} - 1,5 \ln T \right). \quad (16)$$

Используя её можно построить график функции $T(\alpha_0)$. Такие графики для роликовых подшипников различных типов и диаметров приведены на рис. 4. Параметры подшипников, по которым производились расчеты, представлены в табл. 3.

Из этих графиков видно, что в диапазоне допустимых нагрузок для каждого типа подшипников зависимости $T(\alpha_0)$ практически линейные и при $T = 0$ сходятся в одной точке с координатой α_3 , которая показывает величину зазоров в подшипнике. Тангенс угла наклона этих линий к оси абсцисс представляет собой приведенный коэффициент жесткости подшипника, который находится как

$$c_{II} = \frac{T(\alpha_0)}{\alpha_0 - \alpha_3}. \quad (17)$$

Значения приведенных коэффициентов жесткости, вычисленные по этой формуле в пределах динамической грузоподъемности подшипников, приведены в табл. 3.

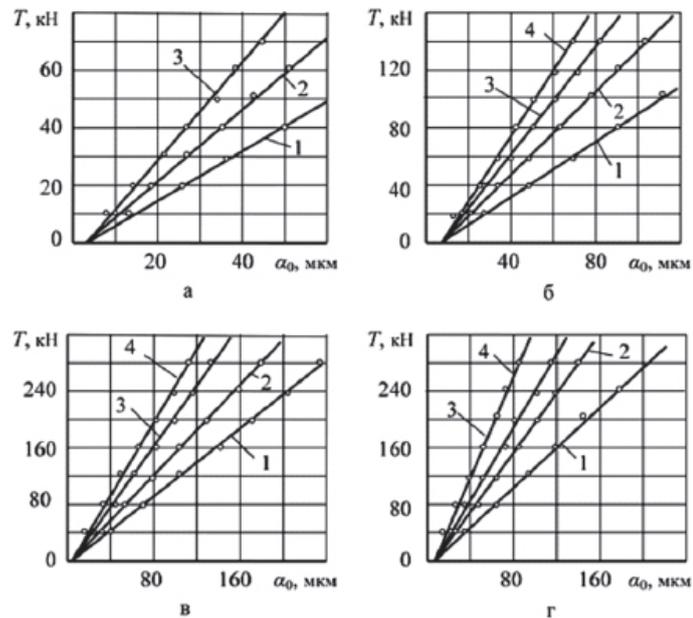


Рис. 4. Диаграммы взаимосвязи радиальной силы со сближением колец радиальных роликовых подшипников различных типов: а – легкая узкая серия 2200; б – средняя узкая серия 2300; в – тяжелая узкая серия 2400; г – средняя широкая серия 2600. Внутренний диаметр подшипника: 1 – 40 мм; 2 – 60 мм; 3 – 80 мм; 4 – 100 мм

Таблица 3

Параметры и приведенные коэффициенты жесткости радиальных роликовых подшипников с короткими роликами

d, мм	D, мм	dT = lT, мм	z	cП·10 ⁻⁸ Н/м	d, мм	D, мм	dT, мм	lT, мм	z	cП·10 ⁻⁸ Н/м
Легкая узкая серия 2200, 12200...					Средняя узкая серия 2300, 12300...					
30	62	7,5	13	6,0	30	72	10	dT=lT	12	7,8
40	80	10,0	14	8,4	40	90	12	–	12	8,8
50	90	10,0	17	10,0	50	110	14	–	12	10,4
60	110	12	18	11,9	60	130	18	–	13	14,1
70	125	13	17	12,7	70	150	20	–	14	16,6
80	140	15	18	15,5	80	170	22	–	14	18,1
90	160	18	17	18,3	90	190	25	–	14	20,5
100	180	20	16	19,5	100	215	28	–	14	22,6
Тяжелая узкая серия 2400, 32400...					Средняя широкая серия 2600, 12600...					
30	–	–	–	–	30	72	10	14	12	11,1
40	110	17	11	12,1	40	90	12	18	12	13,8
50	130	20	11	13,5	50	110	15	25	12	17,8
60	150	22	12	16,4	60	130	18	26	13	20,6
70	180	26	12	19,0	70	150	20	30	14	25,0
80	200	30	12	21,6	80	170	22	34	13	26,3
90	225	34	12	24,3	90	190	28	36	14	29,8
100	250	36	13	27,2	100	215	28	44	14	35,4

Их анализ показывает, что при проведении предварительных расчетов для большинства подшипников величину приведенного коэффициента жесткости можно считать пропорциональной внутреннему диаметру подшипника d . При этом в диапазоне изменения внутренних диаметров от 40 до 100 мм для подшипников различных серий можно принять:

$$\begin{aligned} c_{П2200} &= 200 \cdot 10^8 d, & c_{П2300} &= 225 \cdot 10^8 d, \\ c_{П2400} &= 270 \cdot 10^8 d, & c_{П2600} &= 340 \cdot 10^8 d, \end{aligned} \quad (18)$$

где d – внутренний диаметр подшипника в м. Тип подшипника указан в индексе коэффициента жесткости. Исключение составляют подшипники типов 2208, 2214, 2310, 2408 для которых погрешность определения коэффициента жесткости по формулам (18) может достигать 10 %.

Однако такой путь определения коэффициента жесткости неудобен для расчетов тем, что вначале необходимо найти зависимость $T(\alpha_0)$, а уже потом вычислять приведенный коэффициент жесткости по формуле (17).

Более удобными являются формулы, приведенные в работе Д. Н. Решетова [7]. Автор считает, что для радиальных роликовых подшипников при диаметре внутреннего кольца d , изменяющимся в диапазоне от 4 до 10 см, зависимость упругих сближений колец подшипника от радиальной силы можно описать функцией:

$$\alpha_0 = \frac{C}{d} T, \quad (19)$$

где α_0 – сближение колец подшипника в мкм (здесь сохранены принятые нами обозначения); d – диаметр внутреннего кольца в мм; T – радиальная сила в кГ; C – коэффициент, равный: для конических роликоподшипников нормальных серий 0,52, широких серий 0,33; для цилиндрических роликоподшипников 0,65; для двухрядных роликоподшипников с коническим отверстием 0,4.

Если в формуле (19) сближение α_0 и диаметр внутреннего кольца d измеряется в метрах, а сила T – в ньютонах, то указанные Д. Н. Решетовым значения коэффициента C необходимо умножить на $1,02 \cdot 10^{-10}$. Размерность этого коэффициента в системе “СИ” – $\text{м}^2/\text{Н}$.

Из формулы (19) легко находится приведенный коэффициент жесткости подшипника как

$$c_{П} = d / C. \quad (20)$$

Основным недостатком данного метода является то, что он дает одинаковые значения коэффициента жесткости для подшипников легкой, средней и тяжелой серий, что не подтверждается данными, полученными более точным методом (табл. 3).

Значения жесткости, рассчитанные по формуле (20) для подшипников типа 2200 в среднем на 24–25% меньше, чем указанные в табл. 3. Для подшипников типа 2300 эти расхождения достигают 30–35%, для подшипников типа 2400 – 40–50 % и для подшипников типа 2600 – 10–15 %.

Расчет коэффициента жесткости конических роликовых подшипников сложнее, чем цилиндрических. Поэтому для приближенных расчетов удобнее воспользоваться формулой (20), в которой коэффициенты жесткости для узких серий подшипников следует увеличить на 30 – 40 %, а широких серий – на 10–15 %.

Литература

1. Еремьянц В.Э. Влияние типа шарикового подшипника на жесткость опоры коромысла ударного механизма // Машиноведение: Сб. научн. трудов. Вып. 6. Бишкек: Илим, 2008. С. 27–31.
2. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. Киев: Наукова думка, 1975. 703 с.
3. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Шнейдерович Р.М. Расчет на прочность деталей машин. Справочное пособие. М.: Машиностроение, 1966. 616 с.
4. Еремьянц В.Э. Расчет ударных процессов в машинах. Часть 2. Модели продольного соударения тел с дискретными параметрами и их анализ: учебно-метод. пособие. Бишкек: Изд-во КРСУ, 2001. 51 с.
5. Спришевский А.И. Подшипники качения. М.: Машиностроение, 1968. 632 с.
6. Детали машин: Сборник материалов по расчету и конструированию /Под ред. проф., д-ра техн. наук М.А. Саверина. М.: Госуд. научно-технич. изд-во машиностр. лит., 1951. 1094 с.
7. Решетов Д.Н. Работоспособность и надежность деталей машин. М.: Высшая школа, 1974. 205 с.