

УДК 53.087/088+53.08:68/.3 (575.2) (04)

О ПЕРИОДИЧНОСТЯХ В ДИНАМИКЕ АЭРОЗОЛЯ В СЛОЕ АКТИВНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ

Б.Б. Чен – докт. физ.-мат. наук,
П.В. Козлов – канд. физ.-мат. наук

On base wavelet-analysis spectrums of coefficients continuous wavelet-transformation fluctuation of aerosol backscattering coefficient are considered. It is discovered that in active turbulent mixing layer multifractal exists that is to say multiplicity of values of the Hurst parameter. It is revealed that in boundary layer, as a rule, two, maximum three of the aerosol structure stand out in interval of the heights 1,4–1,5 km summer and 1,3–1,6 km in winter, change which on height with definite by periodicity occurs under the law, close to exponential. It is shown that delta-dispersion to velocities of the change the backscattering coefficient on height the turbulence in active turbulent mixing layer enough well describes.

Введение. Известно [1], что в атмосфере при определенных условиях аэрозольные частицы могут коагулироваться, создавая рыхлые агрегаты фрактальной структуры. Подобные структуры могут также образовываться и при конденсации или сублимации продуктов сгорания с быстрой последующей коагуляцией частиц при $N \geq 10^8 \text{ см}^{-3}$. При таких процессах движение аэрозольных частиц можно рассматривать как броуновское (БД). В этом случае задачу о динамике частицы можно свести к рассмотрению траектории некоторой броуновской частицы. Тогда столкновения между частицами аэрозоля можно считать неупругими, в результате которых могут образовываться агрегаты, образуемые множеством частиц. Размеры агрегатов будут существенно меньше размеров системы и мало отличаться для отдельных первичных частиц, а расположение друг относительно друга внутри агрегата описываться достаточно общими статистическими законами, т.е. будет наблюдаться самоподобие и масштабная инвариантность пространственной структуры в очень широких пределах [1].

Условия самоподобия (или самоаффинности) для аэрозольной частицы, обладающей конкретным оптическим свойством, можно записать следующим образом. Статистические свойства приращения коэффициента обратного аэрозольного рассеяния $\Delta\beta_a(\tau) = \beta_a(t + \tau) - \beta_a(t)$ зависят от сдвига τ , но не порознь от обоих моментов времени. При этом, если изменим сдвиг в n раз ($n > 0$), получим, что $\Delta\beta_a(n\tau)$ в среднем изменится в n^H раз:

$$\Delta\beta_a(n\tau) \equiv n^H \Delta\beta_a(\tau), \quad (1)$$

где H – параметр Херста.

Обычного энергетического спектра, как у преобразования Фурье корреляционной функции, у БД нет. Вместо него используется преобразование Вигнера-Вилля, согласно которому средний спектр БД равен [2]

$$S(\omega) = \text{const} |\omega|^{-(2H+1)}. \quad (2)$$

Поэтому широко применяемый корреляционно-спектральный анализ не вполне применим к БД. Более пригодным для этого является вейвлетный анализ [2, 3].

При $H=1/3$ спектр (2) соответствует колмогоровскому автомодельному спектру “5/3”.

Теория. Основы вейвлет-анализа были разработаны в середине 80-х годов Гроссманом и Морле как альтернатива преобразованию Фурье для исследования временных (пространственных) рядов с выраженной неоднородностью. В отличие от преобразования Фурье, локализуящего частоты, но не дающего временного разрешения процесса, и от аппарата δ -функций, локализуящего моменты времени, но не имеющего частотного разрешения, вейвлет-преобразование, обладающее самонастраивающимся подвижным частотно-временным окном, одинаково хорошо выявляет как низкочастотные, так и высокочастотные характеристики сигнала на разных временных масштабах. По этой причине вейвлет-анализ часто сравнивают с “математическим микроскопом”, вскрывающим внутреннюю структуру существенно неоднородных объектов.

Указанная универсальность обеспечила вейвлет-анализу широкое использование в самых различных областях знаний. Семейства анализирующих функций, называемых вейвлетами, применяются при анализе изображений различной природы, для изучения структуры турбулентных полей, для сжатия больших объемов информации, в задачах распознавания образов, при обработке и синтезе сигналов, например речевых, для определения характеристик фрактальных объектов.

Подобно тому, как в основе аппарата преобразований Фурье лежит единственная функция $w(t)=exp(it)$, порождающая ортонормированный базис пространства $L^2(0,2\pi)$ путем масштабного преобразования, так и вейвлет-преобразование строится на основе единственной базисной функции $\psi(t)$, имеющей солитоноподобный характер и принадлежащей пространству $L^2(R)$, т.е. всей числовой оси.

В западной литературе за этой функцией закрепилось название “вейвлет”, что означает “маленькая волна”, в отечественной иногда называют “всплеском”, отражая в этом названии и локализацию, и осцилляционный характер поведения.

При конструировании базисной анализирующей функции $\psi(t)$ должны выполняться следующие необходимые условия.

Локализация – вейвлет должен быть локализован вблизи нуля аргумента как во временном, так и в частотном пространстве.

$$\text{Нулевое среднее: } \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 .$$

Как следствие, вейвлет должен быть знакопеременной функцией.

$$\text{Ограниченность: } \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty .$$

Вейвлет должен быть достаточно быстроубывающей функцией временной (пространственной) переменной.

Базис одномерного дискретного вейвлет-преобразования (ДВП) строится на основе вейвлета $\psi(t)$ посредством операций сдвигов и растяжений вдоль оси t . Вводя аналог синусоидальной частоты и принимая для простоты в качестве ее значений степени двойки, получаем для функций базиса $\psi_{jk}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k)$.

Базис нормирован, если вейвлет имеет единичную норму.

Вейвлет называется ортогональным, если семейство $\{\psi_{jk}\}$ представляет ортонормированный базис функционального пространства $L^2(R)$, т.е. $\langle \psi_{jk}, \psi_{lm} \rangle = \delta_{jl} \delta_{km}$. В этом случае любая функция $f \in L^2(R)$ может быть представлена в виде ряда

$$f(t) = \sum_{j,k=-\infty}^{\infty} c_{jk} \psi_{jk}(t),$$

$$\text{где } c_{jk} = 2^{j/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi(2^j t - k) dt.$$

Непрерывное вейвлет-преобразование (НВП) строится аналогичным образом с помощью непрерывных масштабных преобразований и переносов вейвлета $\psi(t)$ с произвольными значениями масштабного коэффициента a и параметра сдвига b :

$$W(a,b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (3)$$

где символ * обозначает операцию комплексного сопряжения.

Вейвлет-преобразование обратимо для функций f из $L^2(R)$

$$f(t) = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(a,b) \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) \frac{dadb}{a^2}. \quad (4)$$

Таким образом, любая функция из $L^2(R)$ может быть представлена суперпозицией масштабных преобразований и сдвигов базисного вейвлета с коэффициентами, зависящими от масштаба (частоты) и параметра сдвига (времени).

Двухпараметрическая функция $W(a,b)$ дает информацию об изменении относительного вклада компонент разного масштаба во времени и называется спектром коэффициентов вейвлет-преобразования.

Располагая вейвлет-спектром, можно рассчитать полную энергию сигнала

$$E_f = \int f^2(t)dt = \iint W^2(a,b) \frac{dadb}{a^2} \quad (5)$$

и глобальный спектр энергии – распределение полной энергии по масштабам (скейлограмму вейвлет-преобразования)

$$E_w(a) = \int W^2(a,b)db. \quad (6)$$

Скейлограмма соответствует спектру мощности Фурье-преобразования сигнала, сглаженному на каждом масштабе спектром Фурье анализирующего вейвлета:

$$E_w(a) = \int \left| \hat{f}(\omega) \hat{\psi}(a\omega) \right|^2 d\omega,$$

где знак $\hat{}$ обозначает Фурье-образ функции.

На практике чаще приходится иметь дело с сигналами, заданными не аналитическими функциями, а с дискретным набором данных, определенном на конечном временном интервале. В этом случае принимается, что при $t_k \leq t < t_{k+1}, f(t) = s_k, k = 1, 2, \dots, n,$ и формула (3) для коэффициентов вейвлет-преобразования модифицируется следующим образом

$$W(a,b) = \frac{1}{a^{1/2}} \sum_k s_k (\Phi_{k+1} - \Phi_k), \quad (7)$$

где $\Phi_k = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{t_k} \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt.$

Выбор того или иного класса анализирующих функций диктуется спецификой задачи, тем, какую информацию нужно извлечь из сигнала.

Анализ результатов. Указанный подход использовался нами ранее при вейвлет-анализе временных рядов отклонений температуры от среднемесячных значений по результатам измерений на метеорологической станции Фрунзе (Бишкек) за период 1931–1998 г. [5]. Оказа-

лось, что значение параметра Херста $H=0,9$ близко к значению, приведенному в [2] и рассчитанному по той же методике ($H=0,81$). Полученные близкие значения параметра Херста на разных временных рядах разной продолжительности позволяют высказать предположение, что динамическим системам, какой, в частности, является климатическая, присущи скрытые внутренние характеристики, статистически воспроизводимые на различных временных масштабах. Здесь же отметим, что этот показатель непосредственно определяет важные характеристики и других случайных процессов, например, дисперсию, низкочастотную асимптотику спектра и т.д. [10].

На рис. 1 приведены спектры коэффициентов НВП флуктуаций коэффициента обратного аэрозольного рассеяния β_a , полученные с помощью вейвлета Морле, где нет суммирования по b , что привлекательно при работе с конечным рядом данных и уменьшает краевой эффект [2]; по оси абсцисс отложен $b=h$ (км) – параметр сдвига, по оси ординат a – масштабный коэффициент ВП.

На этом рисунке ВП представлено как непрерывное поле $W(a,b)$ в полуплоскости $(b,a), a>0$. Краевая коррекция здесь не введена. Видно, что наблюдаются разветвляющиеся вверх в сторону малых масштабов положительные и отрицательные области с экстремумами, локализованными в узких полосах масштабного коэффициента a , т.е. наблюдается скрытая периодичность аэрозольных структур. Подобная картина является типичной для ВП автотомельных каскадных процессов типа, наблюдаемого в инерционном интервале развитой турбулентности [6].

Сравнение спектров ВП на рис. 1 с такими картинками для стандартных автотомельных структур (см., например, [7]) по несимметрии ветвлений позволяет говорить о том, что имеет место мультифрактальность, т.е. множественность значений параметра Херста. Это хорошо видно на рис. 2, где в течение суток в августе 2004 г. параметр Херста менялся от 0,82 до 1,01, что соответствует наклону энергетического спектра (2) $2H+1 = 2,64 - 3,02$.

Если использовать для нашего случая понятие обобщенного броуновского движения, введенное Мандельбротом, результат которого

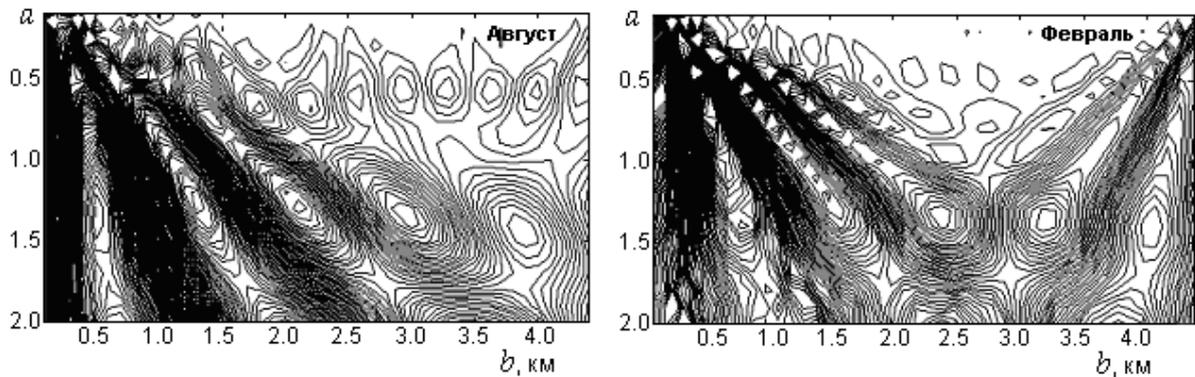


Рис. 1. Спектры коэффициентов вейвлет-преобразований флуктуаций коэффициента обратного аэрозольного рассеяния в пограничном слое для 22 ч в августе и феврале 2004 г.

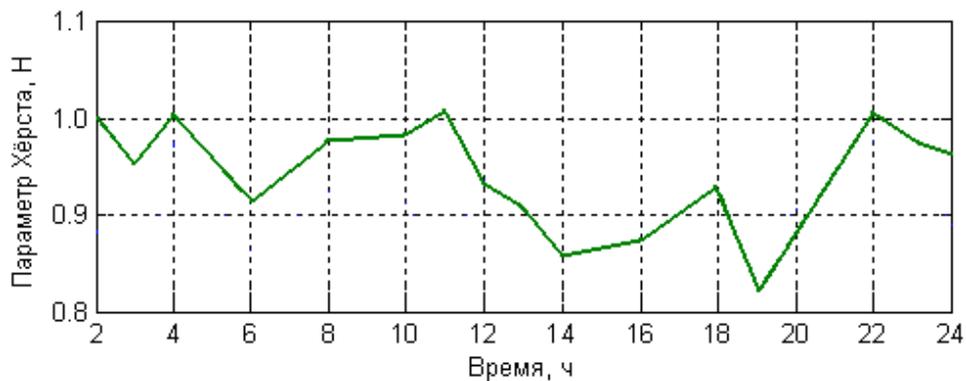


Рис. 2. Параметр Херста в течение суток в августе 2004 г.

обозначается через $B_H(t)$, то функция корреляции будущих приращений $B_H(t)$ с прошлыми $-B_H(-t)$, как известно [9], есть:

$$C(t) = \frac{\langle -B_H(-t)B_H(t) \rangle}{\langle B_H^2(t) \rangle} = 2^{2H-1} - 1, \quad (8)$$

нормированная на дисперсию B_H .

При $H \neq 1/2$ (8) не равна нулю независимо от t , которое отражает замечательное свойство обобщенного броуновского движения, заключающееся в персистентности (сохранении тенденции) и антиперсистентности. При $H > 1/2$ поддерживается имеющаяся тенденция, т.е. для процесса тенденция к увеличению в прошлом означает тенденцию к увеличению в будущем и наоборот. Следовательно, из данных рис. 2 следует, что процесс динамики аэрозоля в пограничном слое является персистентным.

Для указанных выше аэрозольных агрегатов фрактальной структуры процесс гравитационной седиментации в связи с их рыхлостью

мало эффективен. В основном удаление из атмосферы может происходить в результате вымывания или увлечения нисходящими потоками. В течение же суток аэрозольные агрегаты в слое активного турбулентного перемешивания, как отмечено при рассмотрении суточной динамики аэрозоля [11], могут оседать за счет нисходящих потоков, накапливаясь в приземном слое, или же выносятся вверх в вышележащие слои восходящими потоками в результате турбулентных движений в атмосфере.

Известно [8], что колмогоровская дельта-дисперсия хорошо объясняет турбулентность в океане, атмосфере и других объемах. При этом, чтобы быть универсальной дельта-дисперсией, например, скорости между двумя заданными точками P и $P+\Delta P$, должна быть пропорциональна $|\Delta P|^{2/3}$. Будем рассматривать дельта-дисперсию скорости изменения коэффициента обратного аэрозольного рассеяния

по высоте $\frac{d\beta_a}{dh}$, которая в соответствии с колмогоровской дельта-дисперсией может быть записана в следующем виде:

$$\left\langle \left[\Delta \frac{d\beta_a}{dh}(h) - \left\langle \Delta \frac{d\beta_a}{dh}(h) \right\rangle \right]^2 \right\rangle \sim |\Delta h|^\gamma, \quad (9)$$

где Δh – расстояние между двумя высотными уровнями, γ – показатель, который в случае колмогоровской дельта-дисперсии равен $2/3$.

На рис. 3 приведены значения этого показателя в течение суток в августе и феврале 2004 г.

Прежде всего отметим, что величина показателя γ как летом, так и зимой заключена, в основном, между значениями $2/3$ и $5/3$ и достаточно хорошо описывает степень развития турбулентности в течение суток. Одновременно хорошо выделяются время смены циркуляций и их продолжительности. Так, летом смена дневной циркуляции происходит между 18 и 19 ч, а зимой – между 19 и 20 ч. Переход же от ночной циркуляции к дневной наблюдается между 6 и 8 ч летом, а зимой – между 9 и 11 ч.

Исходя из того, что основная масса аэрозоля сосредоточена в пограничном слое, будем рассматривать основные закономерности динамики аэрозольных структур в этом слое. Из анализа ВП следует, что в этом слое имеется полоса основных аэрозольных структур, занимающих переходную часть от длинноволно-

вых масштабных факторов a к коротковолновым. При этом картина расположения максимумов и минимумов вдоль параметра сдвига ϵ наталкивает на мысль, что в структурах можно обнаружить их скрытую периодичность.

Для обнаружения этих периодичностей были проанализированы спектры ВП для августа и февраля 2004 г. Выявлено, что в пограничном слое выделяются, как правило, две, максимум три аэрозольные структуры в интервале высот 1,4–1,5 км летом и 1,3–1,6 км зимой, изменение которых по высоте с определенной периодичностью происходит по закону, близкому к экспоненциальному. Это позволяет с приемлемой точностью аппроксимировать профили спектров зависимостью

$$A \exp(-\delta h) \sin(kh + \varphi), \quad (10)$$

где A – начальная амплитуда колебаний, δ – коэффициент затухания, k – волновое число, φ – начальная фаза.

На рис. 4 приведены изолинии спектров коэффициентов ВП и их аппроксимации (пунктирные линии на нижних рисунках) в фиксированном сечении $a=1,4$ км, характерные для августа и февраля 2004 г. Видно, что профили спектров хорошо описываются зависимостью (10), которая медленно убывает с высотой, что приводит к расходимости спектра на низких частотах. В [10] отмечается, что для явления (эффекта) Херста характерна аппроксимация спектра процесса медленно меняющейся функцией.

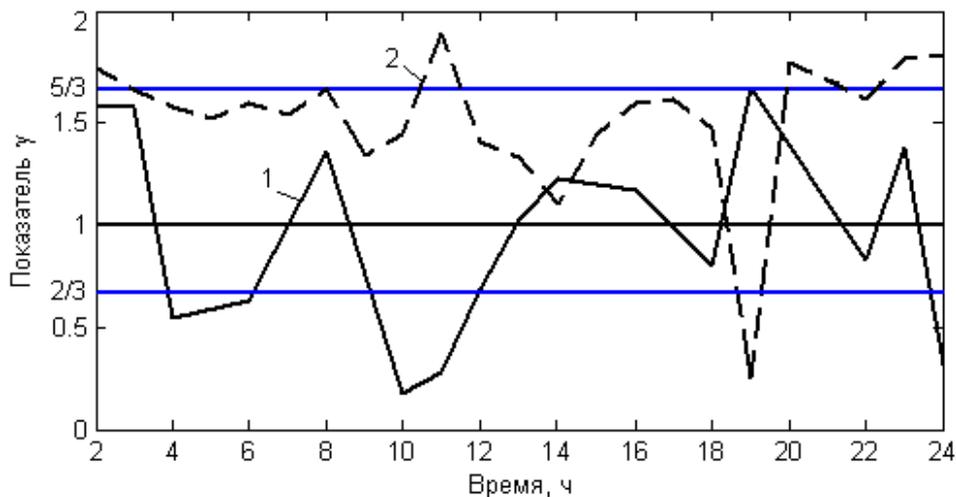


Рис. 3. Значения γ в течение суток в августе (кривая 1) и феврале (кривая 2) 2004 г.

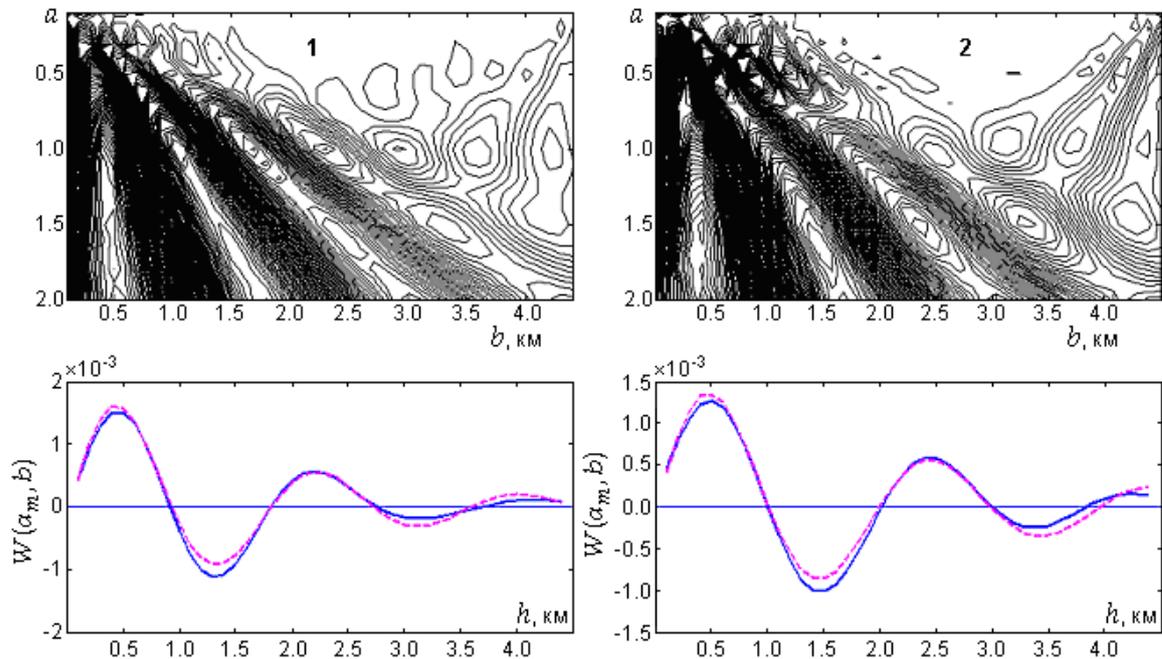


Рис. 4. Спектры коэффициентов ВП флуктуаций коэффициента β_a (верхние рисунки), профили спектра (сплошная линия на нижних рисунках) и их аппроксимации (пунктир) в фиксированном сечении масштабного коэффициента a_m для августа (1) и февраля (2) 2004 г.

Характеристики затухающего колебательного движения
аэрозольных структур в пограничном слое

Период суток	Август					Февраль				
	A, км	δ	k, км ⁻¹	λ , км	2H+1	A, км	δ	k, км ⁻¹	λ , км	2H+1
Ночь	0,0012	0,48	3,72	1,70	3,02	0,0002	0,21	3,85	1,63	2,98
Переход к дневной цир- куляции	0,0004	0,18	3,43	1,83	2,89	0,0008	0,41	3,60	1,74	2,87
День	0,0021	0,60	3,52	1,78	2,72	0,0017	0,45	3,18	1,97	2,95
Переход к ночной цир- куляции	0,0011	0,53	3,44	1,83	2,75	0,0005	0,30	3,60	1,74	2,89
Среднее	0,0012	0,45	3,53	1,78	2,84	0,0008	0,34	3,56	1,78	2,92

В таблице приведены основные характеристики затухающих колебательных движений при аппроксимации спектров аэрозольных структур в пограничном слое зависимостью вида (10). Здесь же даны значения $2H+1$, характеризующие наклон энергетического спектра.

Видно, что при переходе к дневной циркуляции амплитуда резко уменьшается: летом в 3 раза, зимой – немногим меньше, чем в 4 раза. Максимальная амплитуда наблюдается днем

при устоявшемся режиме, которая превышает амплитуду при ночной циркуляции в 2 раза летом и 8 раз зимой. При переходе к ночному режиму циркуляции вторично происходит резкое уменьшение амплитуды по сравнению с дневной летом в 2 раза, зимой в 3 раза. Такой ход амплитуды движения тесно коррелирует с ходом коэффициента затухания. Так, при переходе от ночной циркуляции к дневной наблюдается его уменьшение более чем в 2,5 раза

летом и зимой в 2 раза. В дневное время, когда наблюдается максимальная амплитуда движения, затухание превышает более чем в 3 раза летом, по сравнению с утренним при переходе к дневной циркуляции. Коэффициент затухания практически остается постоянным в зимнее время. При переходе же от дневной циркуляции к ночной коэффициент затухания уменьшается не столь значительно.

Затухающий колебательный процесс как летом, так и зимой, в переходное время при смене циркуляций происходит практически при одинаковых длинах волн (волновых числах): 1,83 км летом и 1,74 км зимой.

Спектры с увеличением частоты убывают по степенным законам, показатели в которых заметно изменялись, в среднем составляя во всем пограничном слое примерно 1,6, что не очень сильно отличается от теоретического значения $-5/3$. При этом средняя высота, на которой происходит полное затухание колебаний, составила 3,5 км летом и 4,7 км зимой.

Таким образом, при адвекции холодных воздушных масс при развитой горно-долинной циркуляции в случае неоднородной механической турбулентности перенос аэрозольных структур во всем пограничном слое (днем вынос, ночью оседание) в основном осуществляется за счет возникающих коротких внутренних волн, которые быстро затухают в связи вязкости среды. При этом течение как выше, так и ниже данного уровня имеет меньшую энергию, так как спектральный максимум для них смещен соответственно влево или вправо. Следовательно, энергия переносится из области максимума как вверх, так и вниз. С другой стороны, в нижней части течения имеется больше высокочастотной энергии, которая в результате и транспортируется вверх. Подобным образом энергия низких частот, которая преобладает в верхней части течения, переносится вниз. Суммарный результат состоит в уменьшении энергии в окрестности спек-

трального максимума и соответствующем ее росте выше и ниже этой области.

При конвективной турбулентности, которая развита в переходные периоды при смене циркуляции, характерны большие размеры вихрей, чем при механической турбулентности. Поэтому и следует ожидать, что спектр потока аэрозольной массы приходится на более низкие частоты (см. таблицу).

Литература

1. *Ивлев Л.С., Довгалюк Ю.А.* Физика атмосферных аэрозольных систем. – СПб., 1999. – 187 с.
2. *Сонечкин Д.М., Даценко Н.М., Иващенко Н.Н.* Оценка тренда глобального потепления с помощью вейвлетного анализа // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. – 1997. – Т.33. – №2. – С. 184–194.
3. *Астафьева Н.М.* Вейвлет-анализ: Основы теории и примеры применения / Успехи физических наук. – М.: Наука, 1996. – Т. 166. – № 11. – С.1145–1170.
4. *Chui C.K.* An indication to wavelets. – Boston: Academic, 1992. – P. 266.
5. *Козлов П.В., Чен Б.Б.* Вейвлет-преобразование и анализ временных рядов // Вестник КPCY. – 2002. – Т.2. – №2. – С. 95–103.
6. *Argoul F. et al.* Wavelet analysis of turbulence reveals the multifractal nature of the Richardson cascade // Nature. – 1989. – V.338. – P. 51–53.
7. *Combes J.M., Grossmann A., Tchamitchian Ph.* / Eds. Wavelets. – Berlin: Springer, 1989. – P. 315.
8. *Grant, H.L., Stewart, R.W. & Moillet, A.* Turbulence spectra from a tidal channel // J. of Fluid Mechanics. – 1959. – V.12. – P.241–268.
9. *Мандельброт Бенуа Б.* Фрактальная геометрия природы / Пер. с англ. – М., 2002. – 666 с.
10. *Найденов В.И., Кожевникова И.А.* Эффект Херста в геофизике // Природа. – 2000. – №1. – С. 1–15.
11. *Чен Б.Б., Свердлик Л.Г.* Особенности формирования оптического состояния пограничного слоя в горах // Вестник КPCY. – 2006. – Т. 6. – № 5. – С. 59–70.