

ИННОВАЦИОННАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ В МАТЕМАТИКЕ И ЗАДАЧИ ОБРАЗОВАНИЯ

Инновационная деятельность в математике должна содержать следующие задачи: разработать, в частности, качественно новые методы исследования математических моделей широкого класса дифференциальных задач и оптимизации, математического программирования, определенных интегралов и т.д. и переходить к образованию через науки.

Здесь впервые рассмотрены задачи инновационной деятельности в обыкновенной задаче Коши. Нами впервые установлено, что она имеет действительные и комплексные собственные значения и собственные функции.

Отметим, что нами нововведенная теория читается в Иссык-Кульском университете как специальный курс и студенты пишут дипломные работы. Идет процесс ознакомления студентов с инновационными проблемами, вытекающими из математики.

Здесь приведем содержание и технологии разработки некоторых инновационных методов.

Инновационные методы решения краевых задач.

Рассмотрим широко известную обыкновенную задачу Коши, в частности, вида

$$y' + P(x)y = q(t), \quad t \in [t_0, T], \quad (1)$$

начальное условие

$$y(t_0) = y_0. \quad (2)$$

Здесь $p(t)$ и $q(t)$ – непрерывные функции.

Теперь рассмотрим следующие вопросы:

Инновационная идея.

Ставится задача: существует ли решение уравнения (1), удовлетворяющее, помимо начального условия (2) и в точке $t=T$, условиям вида

$$y(T) = y_1? \quad (3)$$

В этом случае имеем краевую задачу

$$y' + p(t)y = q(t), \quad t \in [t_0, T], \quad (4)$$

граничные условия

$$y(t_0) = y_0, \quad y(T) = y_1. \quad (5)$$

Таким образом, краевую задачу (4)-(5) предлагаем исследовать как усовершенствованную задачу Коши вида

$$y' + p(t)y = q(t), \quad t \in [t_0, T], \quad (6)$$

1) начальное условие

$$y(t_0) = y_0. \quad (7)$$

2) Плюс заданное условие

$$y(T) = y_1. \quad (8)$$

Это и есть нами введенная инновационная идея исследования краевых и других задач. Эту идею можно распространить к исследованию широкого класса практических задач.

Теперь остановимся на методике решения усовершенствованной задачи Коши (6)-(8). Ранее такая задача не исследовалась.

Инновационная методика

Теперь вышеизложенную идею реализуем в виде методики решения краевой задачи (4)-(5).

Из теории линейного уравнения (4) известно, что общее его решение имеет вид

$$y = ce^{-\int_{t_0}^t p(s) ds} + \int_{t_0}^t e^{-\int_{t_0}^s p(\tau) d\tau} q(s) ds, t \in [t_0, T]. \quad (9)$$

Оно содержит одну и только одну произвольную постоянную. Поэтому до сих пор не было ясно, содержит ли общее решение (9) частичное решение, удовлетворяющее граничным условиям (5).

Поэтому ставится задача: можно ли сделать так, что общее решение (9) содержало две произвольных постоянных?

Иновационная проблема поиска функции влияния

Ввести еще одну произвольную постоянную в общее решение (9) достаточно сложная работа. Ранее не было сделано такой работы. Поэтому здесь остановимся на одном моменте выполнения такой работы. В этом случае мы даем новый импульс к развитию теории решения краевых и других задач.

Видно, что на решение оказывает влияние функции $p(t)$ и $q(t)$. Поиск степени влияния каждой из функций дает нам инновационную проблему в краевой задаче (4)-(5). Здесь мы ограничиваемся рассмотрением только краевых задач.

Итак, предлагаем ввести произвольную постоянную, в частности, функцию $q(t)$. Это означает, что в данном случае на процесс описываемой краевой задачи (4)-(5) оказывает ощутимое влияние данная функция $q(t)$.

В частности, влияние функции $q(t)$ ищем в виде

$$q(t) = \beta f(t), t \in [t_0, T], \quad (10)$$

где $f(t)$ – непрерывная функция, а β – произвольная постоянная как параметр.

В этом случае общее решение (9) имеет вид

$$y = ce^{-\int_{t_0}^t p(s) ds} + \beta \int_{t_0}^t e^{-\int_{t_0}^s p(\tau) d\tau} f(s) ds, t \in [t_0, T]. \quad (11)$$

В отличие от (9) общее решение (11) содержит две произвольных постоянных, что позволяет исследовать краевую задачу (4)-(5).

Задача Коши (6)-(7) имеет решение вида

$$y = y_0 e^{-\int_{t_0}^t p(s) ds} + \beta \int_{t_0}^t e^{-\int_{t_0}^s p(\tau) d\tau} f(s) ds, t \in [t_0, T]. \quad (12)$$

Отсюда, согласно условию (8), имеем

$$y_0 e^{-\int_{t_0}^T p(s) ds} + \beta \int_{t_0}^T e^{-\int_{t_0}^s p(\tau) d\tau} f(s) ds = y_1$$

Это есть алгебраическое уравнение относительно произвольной постоянной β .

Тогда

$$\beta = \frac{y_1 - y_0 e^{-\int_{t_0}^T p(s) ds}}{\int_{t_0}^T e^{-\int_{t_0}^s p(\tau) d\tau} f(s) ds}. \quad (13)$$

Итак, согласно (10), решение усовершенствованной задачи Коши (6)-(8) имеет вид

$$y = y_0 e^{-\int_{t_0}^t p(s) ds} + \frac{y_1 - y_0 e^{-\int_{t_0}^T p(s) ds}}{\int_{t_0}^T e^{-\int_{t_0}^s p(\tau) d\tau} f(s) ds} \int_{t_0}^t e^{-\int_{t_0}^s p(\tau) d\tau} f(s) ds. \quad (14)$$

Такой инновационный результат является продуктом инновационной деятельности в краевых задачах:

- 1) Это означает, что функция (14) также является решением краевой задачи (4)-(5).
- 2) Видно, что произвольная постоянная (13) является действительным числом.
- 3) Действительно число (13) согласно (10) в дальнейшем будет называться собственным значением уравнения (4). А совокупность относительно y_0 и y_1 дает нам спектр собственных значений.

4) А функция (14) соответствующее собственным значениям (13) будет называться *собственными функциями уравнения (4)*.

Такие результаты установлены впервые нами.

Инновационные периодические собственные функции

Условия периодичности решения в краевой задаче (4)-(5) даются равенством

$$y_0 = y_1 \quad (15)$$

Из (14), согласно условию периодичности (15), получаем периодические собственные функции

$$y = y_0 \left[e^{-\int_{t_0}^t p(s) ds} + \frac{1 - e^{-\int_{t_0}^T p(s) ds}}{\int_{t_0}^T e^{-\int_s^T p(\tau) d\tau} f(s) ds} \int_{t_0}^t e^{-\int_s^t p(\tau) d\tau} f(s) ds \right]. \quad (16)$$

Они являются действительными периодическими решениями краевой задачи (4)-(5).

Инновационные проблемы построения комплексных собственных функций.

Нами впервые показано существование комплексных собственных функций краевой задачи (3)-(4). И даны методы их построения.

В этом случае в уравнение (4) введем параметр, в частности, с функцией влияния $q(t)$ по формуле:

$$q(t) = \beta f_1(t) + \beta^2 f_2(t), \quad t \in [t_0, T], \quad (17)$$

здесь β – параметр, а $f_1(t), f_2(t)$ – непрерывные функции.

По аналогичной схеме можно показать, что краевая задача (3)-(4) с правой частью (17) как функция влияния может иметь действительные и комплексные собственные значения и соответствующие комплексные собственные функции.

Отметим, что такая работа выполнена нами в инновационной деятельности в математике.

Лишь отметим, что, в частности, инновационная деятельность в краевой задаче инновацирует науку и технику, т.е. встречаемся с новыми проблемами оптимизации, составления программы для вычислительных машин и т.д. А также новыми проблемами образования и преподавания новых материалов, полученных инновационными методами предложенными нами и т.д. Образование через науку – наше инновационное предложение в инновационной деятельности в проблемах образования и преподавания.

Литература:

1. Шарипов С., Шарипов К.С. Управление решениями дифференциального и интегрального уравнений// Вестник ИГУ, № 12, 2004.