

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЗЕРЕН СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР

*Бул макалада айыл чарба дандарына тиешелүү болгон катуу телолордун деформациялануу теорияларынын абалын талдоо келтирилген. Данды кысуу диаграммасынын негизинде айыл чарба дандарын деформациялоодогу жалпы абал үчүн теңдеме чыгаруу ыкмасы көрсөтүлгөн.*

*В данной статье изложен анализ состояния теории деформирования твердых тел, к которым относятся зерна сельскохозяйственных культур. На основе диаграммы сжатия зерна показана методика вывода уравнений состояния для общего случая деформирования зерна сельскохозяйственных культур.*

*In given article the analysis a condition of theories of deformation of firm bodies which grains of agricultural crops concern is stated. On the basis of the diagramme of compression of grain the technique of a conclusion of the equations a condition for the general case of deformation of grain of agricultural crops is shown.*

Основной задачей при построении теории деформирования и разрушения зерна является вывод уравнений состояния, которые должны отражать физико-механические свойства зернового материала. Вместе с кинематическими условиями совместности деформации и статистическими уравнениями равновесия эти уравнения образуют замкнутую систему, позволяющую при заданных граничных условиях однозначно определить напряженно-деформированное состояние (НДС) в любой точке тела зерна.

Для многих реологических моделей твердого тела определяющие уравнения устанавливают связь между компонентами тензоров напряжений  $\sigma_{ij}$  и деформации  $\varepsilon_{ij}$  при произвольном напряженном состоянии. При этом непосредственно измерить можно только поле деформаций на поверхности зерна, а о напряжениях приходится судить по параметрам нагружения. Эксперименты, устанавливающие связь между напряжением и деформациями, проводились многими авторами [1, 2], но без учета однородных

напряженно-деформированных состояний в условиях статистической определенности и компонент тензора напряжений, довольствуюсь принятой формой закона состояния.

Именно такой подход породил многообразие вариантов теории деформирования твердых тел. Так, за последнее время появилось несколько вариантов разномодульных теорий упругости /3-4 и др./, предназначенных для отражения различных упругих свойств материалов при растяжении и сжатии. Разработана физически нелинейная теория упругости /5/. Существует несколько вариантов законов состояния в геометрически нелинейной теории упругости. Объект всех перечисленных теорий – изотропное твердое тело. Такая же многовариантность характерна и для теории деформирования анизотропных сред. В последнее время часто высказывают мнение о том, что следует отказаться от поисков уточненных законов состояния и, соответственно, от разработки новых вариантов теорий, а необходимо сконцентрировать усилия на экспериментальных исследованиях для уточнения уже существующих теоретических разработок, но в этом случае невозможно будет доказать ее истинность и однозначность. Таким образом, для определения закона состояния деформированного зерна необходим строгий теоретический, а не экспериментальный подход к обоснованию этого закона. При этом все расхождения поведения материала в частных случаях НДС, обнаруженные в экспериментах, будут следствием установленного действительного закона состояния и его однозначности.

Как известно, уравнение состояния в классической теории упругости вводят индуктивным методом на основании линейных зависимостей между напряжениями и деформациями. Такое обобщение линейного закона на произвольное напряженное состояние не дает исчерпывающего доказательства этого закона. Поэтому практически для любого материала при достаточной точности базовых экспериментов можно обнаружить те или иные отклонения от закона Гука; для зерновых материалов даже начальные участки диаграмм деформирования имеют ярко выраженный нелинейный характер (рис. 1).

Экспериментальное исследование прочностных свойств зерновых кормов, представленное на рис. 1, показывает, что зерно сохраняет упруго-восстановительные свойства почти до величины относительной деформации 0,5. При этой величине относительной деформации завершается первый этап разрушения. Далее идет измельчение и прессование. Таким образом, при энергетическом подходе главной задачей при построении теории является однозначное определение энергетических функционалов для общего случая НДС на основании информации о поведении материала, которая как базовый эксперимент представлена на рис. 1.

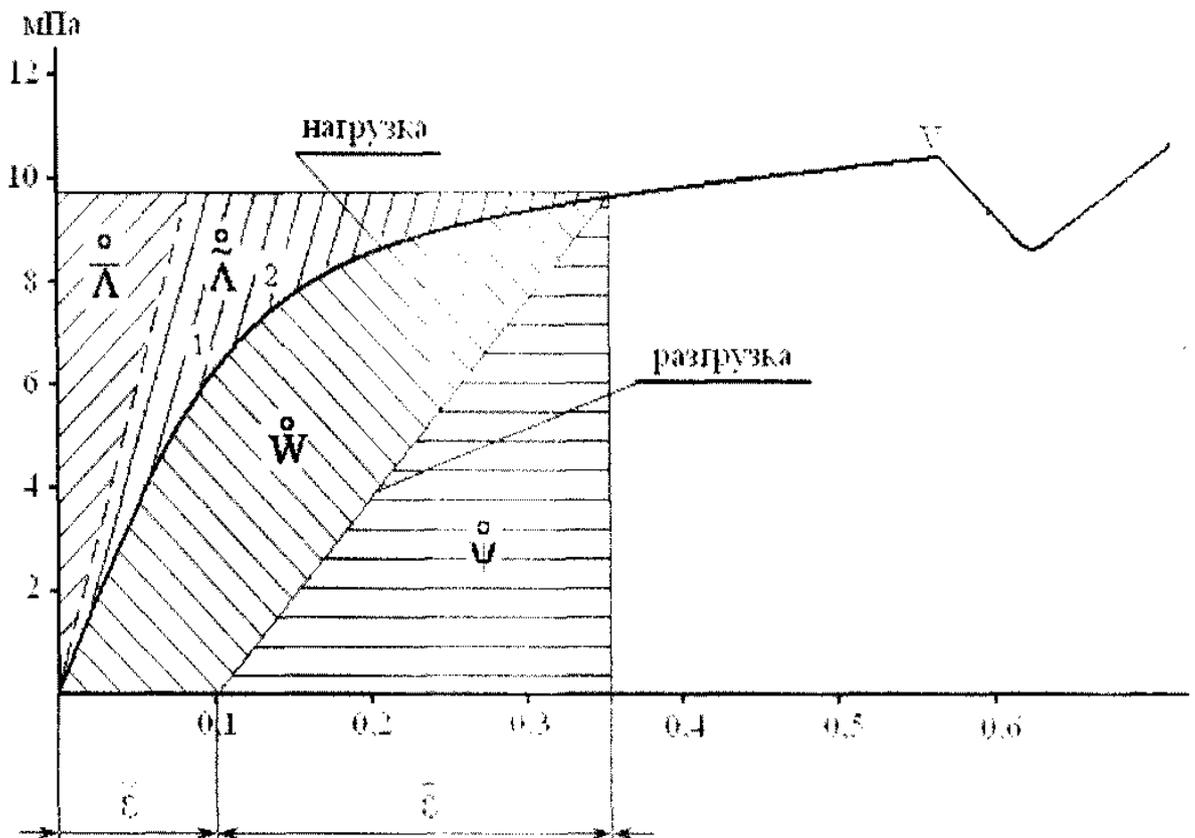


Рис. 1. Диаграмма сжатия зерна

Основное уравнение процесса деформирования получим на основании первого и второго начал термодинамики /6/:

$$d\Psi + dW = dA - NdT,$$

(1)

где  $d\Psi$  – приращение свободной энергии;  $dW$  – приращение рассеянной энергии;  $dA = \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}$  – приращение удельной работы напряжений;  $N$  – энтропия;  $T$  – абсолютная температура.

При изотермическом процессе ( $T = \text{const}$ ) из формулы (1) следует

$$\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = d\Psi + dW, \quad (2)$$

т.е. приращение удельной работы напряжений складывается из обратимого приращения свободной энергии  $d\Psi$  и необратимого приращения рассеяния энергии  $dW$ .

Известно, что механизмы обратимого (упругого) и необратимого деформирования твердого тела различны. Упругие деформации связаны упругим смещением атомов кристаллической решетки материала под действием приложенной нагрузки. После снятия нагрузки геометрия решетки полностью восстанавливается, и упругие деформации исчезают. Неупругие деформации связаны необратимыми изменениями в зонах

несовершенства кристаллического строения. В нашем эксперименте разделение деформации на упругую и остаточную составляющие и, соответственно, удельной работы напряжений на обратимую и необратимую составляющие можно выполнить по диаграмме сжатия зерновки ячменя, включающей разгрузку. Свободную энергию  $\Psi$  и рассеяние энергии  $w$  определяем по диаграмме (рис. 1), используя соотношения.

$$\dot{\Psi}(\bar{\varepsilon}) = \int \sigma d \bar{\varepsilon};$$

(3)

$$\dot{w}(\tilde{\varepsilon}) = \int \sigma d \tilde{\varepsilon},$$

(4)

где  $\bar{\varepsilon}$  и  $\tilde{\varepsilon}$  – упругая и остаточная составляющие деформации сжатия и сдвига.. Для общего случая деформирования из (2) получим

$$\sigma_{ij} d \bar{\varepsilon}_{ij} = d\Psi;$$

(5)

$$\sigma_{ij} d \tilde{\varepsilon}_{ij} = dW;$$

(6)

$$d \bar{\varepsilon}_{ij} + d \tilde{\varepsilon}_{ij} = d \varepsilon_{ij},$$

(7)

где  $d \bar{\varepsilon}_{ij}$  и  $d \tilde{\varepsilon}_{ij}$  – упругие и неупругие составляющие компоненты отражения тензора полной деформации.

Введем энергетические функции состояния:

$$\bar{\Lambda} = \int \sigma_{ij} d \bar{\varepsilon}_{ij};$$

(8)

$$\tilde{\Lambda} = \int \sigma_{ij} d \tilde{\varepsilon}_{ij},$$

(9)

тогда из соотношений (5) и (6) получим:

$$\bar{\varepsilon}_{ij} d \sigma_{ij} = d \bar{\Lambda};$$

(10)

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} d \sigma_{ij} = d \tilde{\Lambda}.$$

(11)

Функция  $\bar{\Lambda}$  может быть названа дополнительным рассеянием. Функция  $\tilde{\Lambda}$  аналогично термодинамическому потенциалу (5).

Удельная работа может быть представлена в следующем виде:

$$\Lambda = \int \sigma_{ij} d \varepsilon_{ij} - \int \sigma_{ij} d \tilde{\varepsilon}_{ij}.$$

Из соотношений (8) и (9) следует, что

$$\bar{\Lambda} + \tilde{\Lambda} = \Lambda.$$

Значит, введенные энергетические функции являются составляющими удельной дополнительной работы, связанными с упругими и неупругими составляющими деформаций. При сжатии зерна получим (рис. 1):

$$\bar{\Lambda}(\sigma) = \int_{\sigma} \bar{\varepsilon} d\sigma = \frac{\sigma^2}{2E};$$

(12)

$$\tilde{\Lambda}(\sigma) = \int_{\sigma} \tilde{\varepsilon} d\sigma = \frac{\partial(\sigma^2)}{2E(\sigma)}.$$

(13)

Из соотношений (10) и (12) получим, что при изотерическом деформировании зернового материала сельскохозяйственного происхождения соотношения между компонентами тензоров деформаций и напряжений можно записать в виде:

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{d\bar{\Lambda}}{d\sigma_{ij}};$$

(14)

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{d\tilde{\Lambda}}{d\sigma_{ij}};$$

(15)

$$\varepsilon_{ij} = \bar{\varepsilon}_{ij} + \tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{d\Lambda}{d\sigma_{ij}}.$$

(16)

Таким образом, определены энергетические функции состояния и уравнение состояния для общего случая формирования зернового материала, все особенности поведения материала при конкретных видах нагружения. Отсюда различные свойства при растяжении и сжатии должны описываться полученным законом состояния.

### Список литературы

1. Белл Дж.Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. В 2-х ч. – М.: Наука, 1984. Ч.1. 600 с. Ч.2.432 с.
2. Демидов СП. Теория упругости: Учебник для вузов. – М.: Высшая школа. 1979. – 432 с.
3. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. – М.: Изд-во МГУ, 1971. – 248 с.
4. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. – М.: Наука, 1980. – 512 с.
5. Панов А.Д., Стасенко И. К построению теории пластичности материалов, различно сопротивляющихся растяжению и сжатию //Расчеты па прочность. Вып. 26. – М.: Машиностроение, 1985. – С. 32-52.