УДК: 517(075.8+617.2)

Шарипов С., Шарипов К.С., Шарипов К.С.

ИГУ им. К.Тыныстанова,
Иссык-Кульский ОИО,
КУПС, РК г.Алмата

ОГРАНИЧЕННОЕ УПРАВЛЯЕМОЕ РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В КЛАССЕ РАЗРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ.

В данной статье авторами рассматривается линейное урчукная задача Коши

$$\boldsymbol{y' = f(t),\ \ t \in [t_0, +\infty)} \tag{1}$$

начальное условие

$$\boldsymbol{y(t_0) = y_0} \tag{2}$$

в классе разрывных функций вида

$$\boldsymbol{f(t) = \begin{cases} \beta_1, t_0 \le t \le a_1, \\ \beta_2, a_1 < t \le a_2, \\ - \ - \ - - - \ - - \\ \beta_n, a_{n-1} < t \le a_n \end{cases}}$$

Предлагается исследовать ее относительно наперед заданных условий

$$y(t_0) = y_0, y(a_1) = y_1, \dots, y(a_n) = y_n$$

на задачу об ограниченным управляемом решении линейной урчуктной задачи Коши (1) –(2).

Ключевые слова. *Линейная урчуктная задача Коши, разрывная функция, исправленная производная, ограниченное управляемое решение, движение.*

ҮЗГҮЛТҮКТҮҮ ФУНКЦИЯЛАРДЫН КЛАССЫНДА СЫЗЫКТУУ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕНДЕМЕЛЕРДИН ЧЕКТЕЛГЕН БАШКАРЫЛУУЧУ ЧЫГАРУУСУ

Бул макалада сызыктуу урчуктуу Каши маселесин

$$y' = f(t),\ \ t \in [t_0, +\infty) \tag{1}$$

баштапкы шарт

$$y(t_0) = y_0 \tag{2}$$

төмөнкүү үзгүлтүктүү функциялардын классында

$$f(t) = \begin{cases} \beta_1, t_0 \le t \le a_1, \\ \beta_2, a_1 < t \le a_2, \\ - \ - \ - - - \ - - \\ \beta_n, a_{n-1} < t \le a_n \end{cases}$$

чектелген башкарылуучу чыгарылышын изилдөө маселеси төмөнкүү шарттарда

$$y(t_0) = y_0, y(a_1) = y_1, \dots, y(a_n) = y_n$$

каралган.

Негизги сөздөр. *Сызыктуу урчуктуу Каши маселеси, үзгүлтүктүү функциялар түзөтүлгөн туунду, чектелген башкарылуучу чыгарылыш кыймыл.*

A BOUNDED CONTROLLABLE SOLUTION OF LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS IN THE CLASS OF DISCONTINUOUS FUNCTIONS

We are looking at the linear Urchuk Cauchy function

$$\boldsymbol{y' = f(t),\ \ t \in [t_0, +\infty)} \tag{1}$$

where this is the starting point

$$\boldsymbol{y(t_0) = y_0} \tag{2}$$

and in the class of discontinuous function

$$\boldsymbol{f(t)=\begin{cases}\beta_1, t_0 \le t \le a_1,\\ \beta_2, a_1 < t \le a_2,\\ - \ - - - - -\\ \beta_n, a_{n-1} < t \le a_n\end{cases}}$$

We suggest to research this comparing with the task which had been given beforehand

$$y(t_0)=y_0, y(a_1)=y_1, \dots, y(a_n)=y_n$$

on the problem of a bounded controllable solution of the linear urchuk problem (1) - (2).

***Key words**: the linear Cochy tasks, discontinuous function, fixed derivative, limited managed solution, movement.*

Дифференциальные уравнения как известно, что имеет многочисленное приложение. Поэтому представляет интерес исследовать их. Нами известно, что они исследованы в классе непрерывных функций в итоге получена большая теория дифференциальных уравнений.

Однако основная задача о ограниченности решения хотя бы линейных дифференциальных уравнений мало исследована.

Поэтому нами принято решение исследовать линейных дифференциальных уравнений на задачу об ограниченности решения их.

Линейные дифференциальные уравнения в классе разрывных функций.

Отметим что, это есть не стандартное принятое решение относительно классической теории дифференциальных уравнений.

Рассмотрим дифференциальное уравнение первого порядка вида.

$$y'=f(t), t\epsilon(-t_0,\infty) \qquad (1)$$

с начальным условием.

$$y(t_0)=y_0 \qquad (2)$$

Исследована когда $f(t)$-непрерывная функция .

Задача ***об ограниченном управлении и его решения*** не была исследована.

Мы будем занимается этой задачей в классе разрывных функций.

Ограниченное управляемое решение дифференциального уравнения (1).

Пусть функция $f(t)$ представима в виде

$$f(t)=\begin{cases}\beta_1, t_0 \le t \le a_1,\\ \beta_2, a_1 < t \le a_2,\\ - \ - - - - -\\ \beta_n, a_{n-1} < t \le a_n\end{cases} \qquad (3)$$

Тогда имеем урчуктную задачу Коши вида

$$y'=h\begin{cases}\beta_1, t_0 \le a_1,\\ \beta_2, a_1 < t \le a_2\\ - - - - - -\\ \beta_n, a_{n-1} < t \le a_{n,}\end{cases} \qquad (4)$$

начальное условие

$$y(t_0)=y_0 \qquad (5)$$

Исследуем задачу Коше (4)-(5) когда $h(t)=\cos t$.

На плоскости функции (3) из-за не существование производной Ньютона –Лейбница задача Коши (4) -(5) теряет смысл.

Нами разработана математический метод исправленной производной. На основании его получили возможность исследовать урчуктную задачу Коши (4) -(5) в классе разрывных функций.

Исправленная производная урчуктной функции [1].

Рассмотрим урчуктную функцию вида

$$c_1(t)=\begin{cases}0, & t_0\le t\le a_1,\\ t-a_1, a_1\le t+\infty\end{cases}$$

$$c_2(t)=\begin{cases}0, & t_0\le t\le a_2,\\ t-a_2, a_2\le t+\infty\end{cases}$$

и т.д.

Исправленные производные соответственно равны

$$isc'_1(A,a_1,t)=\begin{cases}0, t_0\le t<a_1,\\ A, \quad t=a_1\\ 1, a_1<t<+\infty\end{cases}$$

$$isc'_2(A,a_2,t)=\begin{cases}0, t_0\le t<a_2,\\ A, \quad t=a_2\\ 1, a_2<t<+\infty\end{cases}$$

и т.д.

При A=0 используем исправленную производную разрывную функцию (3) и можем представить так

$$f(t)=\beta_1+(\beta_2-\beta_1)isc'_1(0,a_1,t)+\cdots+(\beta_n-\beta_{n-1})isc'_1(0,a_{n-1},t),$$

$$t\epsilon[t_0,a_1]v[a_1,a_2]v\ldots v[a_{n-1},a_n]c[t_0,+\infty] \qquad (6)$$

Полученная урчуктная функция является интегрируемый в смысле **урчуктного неопределенного интеграла**. Тогда имеем урчуктную задачу Коши в классе исправленных производных вида

$$y'=\beta_1+(\beta_2-\beta_1)isc'_1(0,a_1,t)+\cdots+(\beta_n-\beta_{n-1})isc'_1(0,a_{n-1},t) \qquad (7)$$

начальное условие $y(t_0)=y_0$ (8)

Ее решение имеет вид

$$y=y_0+\beta_0(t-t_0)+(\beta_1-\beta_0)(t-a_1)isc'_1(0,a_1,t)+\cdots+(\beta_n-\beta_{n-1})(t-a_{n-1})isc'_1(0,a_{n-1},t), t\epsilon[t_0,+\infty) \qquad (9)$$

Отсюда на промежутке времени $[t_0,a_1]$ имеем

$$y_1(t)=y_0+\beta_1(t-t_0), t\epsilon[t_0,a_1] \qquad (10)$$

$$y_2(t)=y_0+\beta_1(t-t_0)+(\beta_2-\beta_1)(t-a_1), t\epsilon[a_1,a_2]$$

Отсюда

$$y_2(t)=y_0+\beta_1 t-\beta_1 t_0+\beta_2 t-\beta_1 t-a_1\beta_2+\beta_1 a_1=y_0+\beta_1(a_1-t_0)+\beta_2(t-a_1), t\epsilon[a_1,a_2] \qquad (11)$$

Наша цел получить ограниченное и управляемое решение урчуктной задачи Коши (7) -(8).

Если на промежутке времени $t\epsilon[t_0,a_1]$ имеет место неравенство

$$|y_1(t)|\le d,\ t\epsilon[t_0,a_1] \qquad (12)$$

то функция $y_1(t)$ ограничена на промежутке времени $[t_0,a_1]$.

Нас интересует задача о существовании ограниченного управляемого решения задачи (7) -(8) такое, что решение (9) задачи (7)-(8) на промежутке времени $[t_0,a_1]$ дало нам ***движение*** от состояние $y_1(t_0)=y_0$ до состоянии $y_1(a_1)=y_1$, $(y_0<+\infty,-\infty<y_1<\infty)$.

Отсюда следует ,что решение (9) будет ограниченным причем оно управляет движением от состоянии $y_1(t_0)=y_0$ до состоянии $y_1(a_1)=y_1$.

Конечно, рассмотрим случай когда

$$0<y_0<y_1 \qquad (13)$$

В этом случае решение (9) удовлетворяет неравенство

$y_0 \le y_1(t) \le y_1$ (14)

Отсюда следует, что решение (9) является ограниченным. Причем оно удовлетворяет граничным условиям

$y_1(t_0) = y_0, y_1(a_1) = y_1$ (15)

Достаточное условие ограниченности

Решение функции (10) исследуем на промежутке времени $[t_0, a_1]$ на **ограниченность ?**

С этой цели для функции (10) задаем граничное условие, например, в виде

$y_1(a_1) = y_1$ (16)

Тогда из функции (10) при $t = a_1$, имеем алгебраическое уравнение вида

$y_1(a_1) = y_0 + \beta_1(a_1 - t_0) = y_1$

Отсюда

$\beta_1 = \frac{y_1 - y_0}{a_1 - t_0}$ (17)

Итак, в семействе функций (10) ограниченной и управляемой будет бесчисленное множества функций вида.

$y_1(t) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{a_1 - t_0}(t - t_0), t\epsilon[t_0, a_1]$ (18)

Она зависит от параметров y_0, y_1 и $a_1 - t_0$

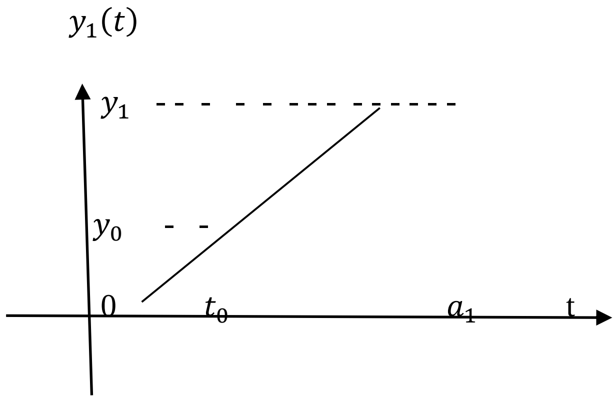
Для нее справедлива следующие неравенства

$y_1(t_0) = y_0, y_1(a_1) = y_1$ $0 < y_0 < +\infty$

$0 < y_1 < +\infty$

$y_0 \le y_1(t) \le y_1, t\epsilon[t_0, a_1]$

график имеем вид



Здесь также можно исследовать случи когда параметры y_0 и y_1 удовлетворяют следующим условиям:

1) $y_0 > y_1$
2) $y_0 = y_1$

Теперь исследуем на ограниченность и управляемость решение (11) на промежутке времени $[a_1, a_2]$.

Чтобы из семейства (11) выделить ограниченное и управляемое решение нам надо найти β_2.

По аналогии предыдущего случая в точке t=a_1 задаем значение решение (11) равное y_2

$y_2(a_2) = y_2$ (19)

Имеем

$y_0 + \beta_1(a_1 - t_0) + в_2(a_2 - а_1) = y_2$ (20)

Имея ввиду (17) отсюда находим β_2

$\beta_2 = \frac{y_2 - y_1}{a_2 - a_1}$ (21)

Из решения функции (11) имеем

$y_2(t) = y_1 + \frac{y_1 - y_1}{a_1 - a_1}(t - a_1), t\epsilon[a_1, a_2]$ (22)

Итак, в семействе решений (11) содержится ограниченное и управляемое решение вида (22). Оно зависит от тройки параметров y_1, y_2 и $a_2 - a_1$.

Литература:

1) Шарипов С., Шарипов К.С. Управление решения дифференциальных и интегральных уравнений. Вестник ИГУ. -2004. № 12.

2) Шарипов С., Шарипов К.С., Шарипов К.С. Движения и динамика: дохода инвестиции, потребления, скорости роста дохода и коэффициента приростной капиталоотдачи в плановой экономике. -Бишкек, 2014. Сборник статьей Междун. конфер. посвещен. 90-лет. Мин. Фин. КР

3) Шарипов С., Шарипов К.С., Шарипов К.С. Экзогенные и эндогенные объекты в плановой экономике дохода равного сумме расходов. -Бишкек, 2014. Междун. конф. «Экон. наука вчера, сегдня, завтра» посвящ. 60 лет экон. факуль. КГНУ.