





АКНАЗАРОВА С.С., МАМАЕВ С.С., АБДИНАБИ УУЛУ ЭРКИН ¹Ошский государственный университет, Ош, Кыргызская Республика

AKNAZAROVA S.S., MAMAEV S.S., ABDINABI UULU ERKIN ¹Osh State University, Osh Kyrgys Republic saknazarova@list.ru smamaev@oshsu.kg <u>oshsu.kg@</u>mail.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ КВАДРАТНОГО ЦИЛИНДРА ГИБРИДНЫМИ МОДЕЛЯМИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

MODELING OF THE FLOW AROUND A SQUARE CYLINDER WITH HYBRID TURBULENCE MODELS

Эсептөө ресурстарынын өнүгүүсү менен турбулентүүлүк агымдын моделин түзүү бир топ жеңил болуп калды. Бирок, реалдуу агымдын моделин түзүү бир топ кыйынчылыктарды жаратат эгерде агымдын төмөнкү эсептөө ресурстары менен моделдөөнүн жогорку тактыгы талап кылынса. Ошондуктан, гибрид моделдерин пайдалануу эсептөө гидродинамикасы бул маселени чечүү үчүн натыйжалуу багыт болуп саналат. Гибриддик моделдерди колдонууда дубалга жакын агымдарды моделдөө RANSмодели, ал эми дубалдан алыс агымдар LES-модели аркылуу жүргүзүлөт. Бул иште биз k - ω SST жана DDES моделдерин колдондук. Иштин максаты - практикалык инженердик колдонмолор үчүн так жана ишенимдүү натыйжаларды бере турган ылайыктуу турбуленттүүлүк моделин аныктоо болуп саналат. Бул иште колдонулган моделди баалоо үчүн төрт бурчтуу цилиндрдин айланасындагы аба агымын моделдөө маселеси каралат. Сандык эсептөөлөрдүн жыйынтыктарын тиешелүү эксперименталдык маалыматтар менен салыштыруу k - ω SST

Өзөк сөздөр: $k - \omega$ SST-DDES моделдөө, гибриддик моделдөө, Навье-Стокс теңдемелери, OpenFOAM.

Нынешный прогресс вычислительных ресурсов сыграло огромную роль в развитии моделирования турбулентности. При этом моделирование реального потока все еще является существенной проблемой, для достижения высокой точности результатов моделирования при низких вычислительных ресурсах. Именно поэтому применение гибридных моделей является правильным и перспективным направлением при решении данной проблемы вычислительной гидродинамики. При использовании гибридных моделей, моделирование пристеночных течений применяются RANS модели, тогда как вдали от стенки используется LES модели. В нашей работе использованы k – SST и DDES модели. Целю данной работы является выявление подходящих моделей турбулентности, которые могли бы обеспечить точные и надежные результаты для практических инженерных применений. Для получения точной оценки использованы модели в задаче моделирования обтекания квадратного цилиндра воздушным потоком. При сравнении результатов численных расчетов с соответствующими экспериментальными данными выявлено перспективность использования гибридных расчетов с соответствующими экспериментальными данными

Ключевые слова: $k - \omega$ SST-DDES модель, гибридные модели, уравнения Навье-Стокса, OpenFOAM.

The development of computing resources has played an exceptional role in the development of turbulence modeling. However, simulation of a real flow is still a significant problem if high accuracy of simulation results with low computational resources is required. Therefore, the use of hybrid models is a promising direction for solving this problem of





computational fluid dynamics. When using hybrid models, modeling of near-wall flows is carried out using RANS models, while far from the wall, LES models are used. In this work, we used the $k - \omega$ SST and DDES models. The aim of the work is to identify a suitable turbulence model that could give accurate and reliable results for practical engineering applications. To evaluate the model used in this work, the problem of modeling the air flow around a square cylinder is considered. Comparison of the results of numerical calculations with the corresponding experimental data shows that the use of the hybrid $k - \omega$ SST()-DDES model is promising.

Key words: $k - \omega$ *SST-DDES model, hybrid models, Navier-Stokes equations, OpenFOAM.*

В моделировании турбулентных Введение. прикладном потоков часто используются модели RANS, потому что их легко реализовать, а их вычислительные затраты сравнительно невысоки. Но , модели моделирования больших вихрей LES дают более полное описание потока, при этом требуют гораздо более высоких вычислительных затрат. Было доказао, что модели LES точности воспроизводят турбулентное поле при соответсвующая условий, что выбор фильтра (форма и ширина) и подсеточная масштабная модель дают возможность воспроизводить динамически важные флуктуации, при этом одновременно воспроизводя эффекты диссипативных вихрей [1]. Конечно модели LES являются одном из лучших альтернатив для данного моделирования турбулентности, также высокая вычислительная стоимость этого типа моделирования дают возможность исключать их из ряда практических приложений (например, энергия ветра, моделирование атмосферных потоков на микромасштабах и т. д.). Но компромисс между требуемой точностью и доступностью данного моделированием может быть получено данного за счет использования гибридных моделей. Моделирование отдельных вихрей (DES) - это гибридный метод, направленный на точное моделирование потоков с высоким уровнем Рейнольдса с сильно разделенными зонами [2] при условии разумных вычислительных затрат. Главное идея при решитя пограничного слоя с использованием модели RANS при внедрения подхода LES за ее пределами, именно для отдельных и более сложных областях данного потока [3]. К сожелению недостатком DES является предсказание нефизических областей разделения в определенных типах сеток [4]. В случаи измельчение сетки вблизи стенки дают высокие показание критического значение примерно h_{max} / δ <ot 0.5 до 1, где h_{max} - максимальная длина края ячейки, соответственно а δ - локальная толщина пограничного слоя, при этом подход DES переключает с RANS на LES внутри данного пограничного слоя [5]. Потом переключатель дают возможность генерировать достаточную нестабильность потока при соответствии получения правильных допустимых напряжений Рейнольдса для LES. Данное нежелательное как истощение модельного напряжения (MSD), вызывает область явление, знакое искусственного разделения или разделение, являющийся итоги вызванного сеткой (GIS) [6]. Отложенное моделирование отдельных вихрей (DDES) – позволяет получать, предложенное для преодоления проблемы ГИС в DES. При этом в свою очередь задерживает переключение с RANS на LES, используя функции экранирования [7]. Модели DES и DDES были изначально были предложены с использованием Спаларт-Аллмарас как модель RANS [8] и является следствием наиболее цитируемых подходов. При этом для исследовании используется DDES, работающая на RANS-модели k - ω SST (перенос сдвигового напряжения). Примущество RANS-моделей, k - ω SST позволяют хорошие получать в зоны неблагоприятного давления и зоны отрыва [4]. Кроме того, k - ω SST можно интегрировать по всему течению, включая вязкий подслой; при этом, это только требуется граничные условии Дирихле на стенке [9]. Данная разработка пытается наиболее допустимые подходы DDES и модели k - ω SST для выявление приемливой точной и менее затратной в вычислительном отношении модели турбулентности для широкого практического использование (промышленных) приложения с массивным разделениеми потоков.





Описание модели. Течение в модели k - ω SST-DDES описывается модифицированными уравнениями Навье-Стокса

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{u}}_{i}}{\partial \mathbf{t}} + \frac{\partial \overline{\mathbf{u}}_{i} \overline{\mathbf{u}}_{j}}{\partial \mathbf{x}_{j}} = -\frac{1}{\mathbf{p}} \frac{\partial \overline{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{x}_{j}} + \left[(\mathbf{v} + \mathbf{v}_{t}) \left(\frac{\partial \overline{\mathbf{u}}_{i}}{\partial \overline{\mathbf{x}}_{i}} + \frac{\partial \overline{\mathbf{u}}_{j}}{\partial \overline{\mathbf{u}}_{i}} \right) \right] \qquad (1)$$
$$\frac{\partial \overline{\mathbf{u}}_{i}}{\partial \overline{\mathbf{x}}_{i}} = \mathbf{0} \qquad (2)$$

где в RANS-регионах u_i указывает среднюю по времени скорость, а в LES-областях \overline{u}_i представляет отфильтрованную скорость [10]. Даное обозначение применимо и к давлению р. При этом, является v_t представляет собой вихревой вязкостью.

Данная гибридная модель также применяет уравнение замыкание как модель k - ω SST [4]. Главное отличие введении универсального масштаба длины как $\mathbf{\tilde{l}} = k^{1/2} / (\beta * \omega)$ для уравнение турбулентной кинетической энергии. И так, полученные уравнении для турбулентности кинетической энергии k и скорости диссипации за единицу турбулентной кинетической энергии [5]

$$\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \mathbf{t}} + \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_{j} \mathbf{k}}{\partial \mathbf{x}_{j}} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_{j}} \left[(\mathbf{v} + \sigma_{\mathbf{k}} \mathbf{v}_{\mathbf{t}}) \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \mathbf{x}_{j}} \right] = \tilde{\mathbf{P}} - \frac{\mathbf{k}^{3/2}}{\tilde{\mathbf{l}}}$$
(3)
$$\frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{t}} + \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_{j} \omega}{\partial \mathbf{x}_{j}} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_{j}} \left[(\mathbf{v} + \sigma_{\omega} \mathbf{v}_{\mathbf{t}}) \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{x}_{j}} \right] =$$
$$\mathbf{a} \mathbf{v}_{\mathbf{t}} \tilde{\mathbf{P}} - \beta \omega^{2} + 2(1 - \mathbf{F}_{1}) \frac{\sigma_{\omega}^{2}}{(\omega)} \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \mathbf{x}_{i}} \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{x}_{i}}$$
(4)

Как и в модели k - ω SST, производственный член P = $2v_t S_{ij} S_{ij}$ ограничено

$$\tilde{P}=\min(P,10\beta * k\omega)$$
(5)

препятствовать накоплению турбулентности в застое регионы [4]. Здесь $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ - скорость деформации тензор. Функции смешивания задаются

$$F1 = \tanh(\arg_1^4), \tag{6}$$

$$\arg_{1} = \min\left(\max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta * \omega d_{\omega}}, \frac{500v}{d_{\omega}^{2}\omega}\right), \frac{4p\sigma_{\omega2}k}{CD_{k\omega}d_{\omega}^{2}}\right)$$
(7)

$$CD_{k\omega} = \max\left(2\rho\sigma_{\omega 2}\frac{\Delta k \cdot \nabla \omega}{\omega}, 10^{-10}\right), \tag{8}$$

$$F2=tanh(arg_2^2), \qquad (9)$$

$$\arg_{2} = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta * \omega d_{\omega}}, \frac{500v}{d_{\omega}^{2}\omega}\right), \tag{10}$$

$$\alpha = \alpha_1 F + \alpha_2 (1 - F_1). \tag{11}$$

Переключение между режимами RANS и LES:вводится в уравнения модели турбулентности с помощью масштаб длины подхода DDES [7]. Данный метод основан на DES, при этом переключение выполняется с использованием $\mathbb{I}_{DES} = \min(l_{RANS}, l_{LES})$ [8]. ГИС, использование эмпирическая функция защиты f_d действовать как второе условие для задержки переключения внутри пограничный слой, при этом

$$\mathbf{f}_{d} = 1 - \tanh(\mathbf{C}_{d1}\mathbf{r}_{d})^{\mathbf{C}_{d2}} \tag{12}$$

Первичная формулировка f_d довало возможность с внедрением модели турбулентности Спаларта-Аллмараса со значением постоянной установленой равными $C_{d1} = 8$ и $C_{d2} = 3$ [7]. При этом получено перекалибровка для k - ω SST, дающая



значение $C_{d1} = 20$ и $C_{d2} = 3$ [5], которые используются здесь. Кроме того, функция определяется как [7].

$$\mathbf{r}_{d} = \frac{\mathbf{v} + \mathbf{v}_{t}}{\mathbf{k}^{2} d_{w}^{2} \sqrt{\frac{\partial \overline{u}_{i} \partial \overline{u}_{i}}{\partial x_{j} \partial x_{j}}}}$$
(13)

где k - постоянная Кармана, а d_w - расстояние, перпендикулярное стене. Эта функция равна 1 вблизи стенки и уменьшается до 0 по мере приближения к краю пограничного слоя.

Таким образом, внутри пограничного слоя $f_d \sim 0$, а вдали от стенки $f_d \sim 1$. Масштаб длины DDES \hat{l} , допустимые в уравнении 3 дается [11]

$$\tilde{l} \equiv l_{RANS} - f_{d} \max(0, l_{RANS} - l_{LES})$$
(14)

Являющийся адаптацией исходной формулировки, являющийся идеей Спалартом [7] для расчета любых моделей вихревой вязкости. В данной модели k - ω SST DDES масштабы длины определяются как

$$\mathbf{l}_{\text{RANS}} = \frac{\sqrt{k}}{\beta_{*\omega}} \tag{15}$$
$$(15)$$
$$(16)$$

 $l_{LES} = C_{DES} \Delta$ (19 для RANS-режима [12] и LES-режима [8] соответственно. Дополнительный

$$C_{\text{DES}} = (1 - F_1)C_{k-\varepsilon} + F_1C_{k-\omega}$$
(17)

где **F**₁- уже известная функция смешивания, $\Delta = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{1/3}$ - ширина фильтра, а C_{k- ε} и C_{k- ω}- константы [12]. Вихревую вязкость определяют как для режима RANS, так и для режима LES b.

$$v_{t} = \frac{a_{1}k}{\max(a_{1}\omega, SF_{2})}$$
(18)

где S= $\sqrt{S_{ij}S_{ij}}$ - характерная скорость деформации. Наконец, все константы модели k - ω SST-DDES равны приведено в табл. 1.

Таблица 1: Константы модели турбулентности k – ω SST-DDES.

 $\alpha_1 = 5/9$ $\beta_1 = 0.075$ $\sigma_{k1} = 0.85$ $\sigma_{\omega 1} = 0.5$	$\alpha_2 = 0.44$ $\beta_2 = 0.0828$ $\sigma_{k2} = 1$ $\sigma_{\omega 2} = 0.856$	$\alpha_1 = 0.31$ k=0.41 $\beta^* = 0.09$
 $C_{k-z} = 0.61$ $C_{d1} = 20$	$C_{k-\omega} = 0.78$ $C_{d2} = 3$	

Приемлемость данной модели позволяет точно воплощать идею передачу турбулентной кинетической энергии от большого к маленькие водовороты были подтверждены моделированием затухающей изотропной турбулентности. При этом, исходное турбулентное поле моделировалось в кубической области с исключительно периодическими границами. В следствии отсутствия пограничного слоя в этом случае моделирование всегда должно выполнялось в функции LES. Модель k – ω SST-DDES (с использованием предложенных констант) была доказано в эксперименте по затухающей изотропной турбулентности, проведенном Контом-Белло и Коррсином [13], и на ряду с моделированием стандартной LES-модели Смагоринского. Данные тесты показывают хорошее результаты, как показанные на рис. 1. Выбор схемы интерполяции может давить





y/

dſ-

возможность повлиять на моделирование, именно в диссипативных диапазонах. Таким ходо образом проводится испытание для проверки связи с методом RANS.

Моделирование потока вокруг цилиндр квадратного цилиндра. Обтекание цилиндра квадратного сечения представляет собой сложные явления (например, отрыв и присоединение потока, образование следа, отхождение вихрей, взаимодействие со стенкой и т. д.), которые создают множество проблем для численного моделирования. Ни одна из моделей турбулентности не достигла глобального хорошего согласия между экспериментальными результатами и расчетами [14]. Следовательно, этот случай представляет собой амбициозный тест для тестирования поведение вновь реализованного k – ω SST-DDES модель. Подробный анализ турбулентного потока вокруг цилиндра квадратного сечения был проведен для имитации данных эксперимента с использованием OpenFOAM 7. Квадратный цилиндр с боковым поперечным сечением d = 12.7 мм и высотой h = 50.4 мм (соотношение сторон h / d \approx 4) представляет собой препятствие. Размеры числовой области е (L_x , L_y , L_z) \approx (7.25h, 2.15h, 1.75h), которые представляют продольное, поперечное и вертикальное направления, соответственно. В сетке примерно 8 · 10⁵ клетки. Учитывая, что целью данного исследования является моделирование турбулентного потока с точки зрения моделирования с низкими вычислительными затратами, использовалась область относительно небольшого размера с небольшим количеством ячеек. На основе рекомендованных руководств по сетке для DES [15], два важных аспекта были рассмотрены для уточнение сетки. Во-первых, большинство ячеек.



Рис.1. Спектры затухающей изотропной турбулентности

Результаты экспериментальных данные взяты с работ [13].







Во-вторых, клетки, близкие к стены уточняются в вертикальном направлен. чтобы получить $z_1^+ = z_1 u_* / v \approx 1$, как того требует k - ω SST. Здесь z_1^- расположение первой ячейки вблизи стенки, и * - скорость трения. Как и в случае с LES, сеточная конвергенция гибридной модели - это непростой процесс. В настоящее время рассматривается возможность тщательной проверки сходимости. Как и в эксперименте, моделируемый поток характеризуется скоростью набегающего потока U_∞, равной 15 м / с, и невозмущенным пограничным слоем высотой 0.18h. Кроме того, число Рейнольдса U_∞d / $v = 11\ 000$, а интенсивность турбулентности набегающего потока составляет примерно 1%. Моделирование длилось 50 значений времени прохождения потока (U_∞/L_x), чтобы обеспечить надлежащее развитие турбулентности. Затем были рассчитаны усредненные по времени значения и другие соответствующие статистические данные примерно для других 50 значений времени прохождения потока. Число CFL 0.5 использовалось во всем. Моделированная область вверх по течению имеет длину 4h. То подразделение на входе получается путем сопоставления плоскости, расположенного на расстоянии h от переднего края на вход в входное отверстие в каждом этапе шага и для всех переменных. Это аналогично моделированию предшественника, которое используется для отображения результатов вывода в качестве нестационарного входа для симуляция препятствия. Внутреннее поле было инициализировано с помощью профиля скорости Rithmic Loga в пределах пограничного слоя с добавлены случайные флуктуации. Нескользящее граничное состояние было наложено снизу и на препятствии без какой-либо стены. Значения k и ωу стен (дна и препятствие), где определено следующее рекомендации для модели К -ω SST [16]. Наконец, конвективное пограничное условие навязан на вершине,

выпускных и боковых лицах, так что
$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \mathbf{U}_{n} \frac{\partial \Phi}{\partial n} = \mathbf{0}, \tag{19}$$

для любой переменной ф в направлении n нормально к границе [17]. Конвективная граница предотвращает нехватка нефизического поведения, позволяя потоку выйти в домен свободно. Точно так же ничто не предоставляет потоку ввести домен. Центральные схемы рекомендуются для моделирования LES, потому что они менее диссипативны. Однако они, как правило, не стабильны для прохода.

С другой стороны, более стабильные схемы на вершине ииспользуется при проезжающих симуляциях слишком рассеивается для использования в LES [12]. В рамках этого анализа было протестировано несколько схем. На основе рис. 1 и устойчивости моделирования квадратного цилиндра для конвективного члена скорости OpenFOAM 7 второго порядка, которая сочетает линейную и линейную схемы с наветренной стороны, чтобы сделать решение более стабильным [18]. В целях обеспечения устойчивости для условий расхождения и градиента k и ω использовались схемы с наветренной стороны. Будущий анализ этой модели турбулентности будет включать гибридные схемы, такие как предложенная Травиным и др. [12]. Эта гибридная схема переключается с центральной схемы в последных регионах на схему с наветренной стороны LES в режиме RANS.

Результаты расчетов и обсуждение. Эта гибридная схема переключается с центральной схемы в регионах LES на схему с наветренной стороны в режиме RANS. Первоначальная оценка для любой гибридной модели должна включать проверку переключателя, определяющего зоны RANS и LES. На рис. 2 показан снимок на определенное время параметров, которые регулируют это выключатель. Желаемое поведение успешно воспроизводится с момента проезда регионов RANS присутствуют вблизи стены, а вдали от стены и особенно в зона пробуждения, режим LES применяется.





```
Модель
```

Рис. 3. Сравнение усредненной по времени средней скорости $(U_i)_t$ в плоскости x = 5d от центра препятствия



Модель









Рис. 5. Сравнение среднего времени Рейнольдс подчеркивает вас $U_i^l U_i^l$ в плоскости x = 5d



Средние по времени данные можно увидеть на рис. 3-5 на плоскость x = 5d от центра препятствия. Данные полученные на разных расстояниях ниже по потоку от препятствие было проанализировано (не показано). В дополнение усредненная по времени средняя скорость на средней вертикали плоскости и в горизонтальной плоскости z = 2h сравнивается и показано на рис. 6. Во всех горизонтальных, вертикальных и в поперечных И экспериментальные результаты показывают плоскостях численные хорошее качественное согласие во всем. Однако важное несоответствие можно увидеть в порядок всех переменных. Чтобы лучше понять и визуализировать эту проблему,численные и экспериментальные результаты для усредненных по времени профилей скорости сравниваются на рис. 7 для вертикальной плоскости при у = 0 и на рис. 8 для горизонтальной плоскости при z = d. И снова качественное совпадение данных, но значение средней скорости завышено. Предварительное расследование этого проблема пока не привела к существенному объяснению.







Рис. 7. Усредненные по времени профили скорости на разных расстояниях от препятствия



Рис. 8. Усредненные по времени профили скорости на разных расстояниях от препятствия при z = d

Сложность следа можно увидеть на рис. 9. Кроме того, на контурном графике завихренности на рис. 10 ясно показано образование и распространение вихря за квадратным цилиндром. Период вихря был проанализирован с использованием коэффициента подъемной силы c_1 , показанного на рисунке 11. Это значение рассчитывается как $c_1 = F1 / (\rho U_{\infty}^2 A / 2)$, где F_1 - поперечная подъемная сила, A - площадь поперечного сечения цилиндра. Также было проверено, что среднее время c_1 было $3.1 \cdot 10^{-6}$. Измеренный средний период tp ≈ 0.008 с. Это соответствует числу Струхаля 0.106 на основе U_{∞} и d. Другие эксперименты показали, что для квадратных цилиндров с соотношением сторон 4 и числом Рейнольдса порядка 10^4 число Струхаля составляет примерно 0.125 [19] и 0.15 [20], что согласуется с нашими результатами.



Рис.9. Структуры завихренности в следе. Величина завихренности







Рис. 10. Выделение вихрей можно визуализировать на контур завихренности на плоскости z



Рис. 11. Коэффициент подъемной силы в зависимости от времени использовался для расчета частоты выпадения вихря

Заключение. Гибридная модель k - ω SST-DDES была достигнута с помощью OpenFOAM 7 для предоставления модели турбулентности, которая позволяем бы достичь весьма точных результатов при доступной вычислительной стоимости. Проверка данной которая модели, основанная на моделировании затухающей изотропной турбулентности, дала возможность показать, что k – ω SST-DDES может воспроизводить каскад кинетической энергии турбулентности.

Данные результаты показывают, что модель приемлемо для правильного моделирования поведения турбулентного потока. Также было выявлено турбулентное обтекание цилиндра квадратного сечения. При этом модель k – ω SST-DDES показала хорошее качественное согласие с экспериментальными данными на сложном тестовом примере. Однако некоторые несоответствия результатов остаются и предпринимаются попытки его исследовать. При этом данная работа показала весомые результаты и в дальнейшем ожидается при правильном проведение работ можно получить точные и надежные результаты.

Список литературы

1. Pope, S. B., Turbulent Flows Cambridge University Press, 2000.

2. Spalart, P. R., Detached-Eddy Simulation, Annual Rev. Fluid Mech., 41:181-202, 2009.

3. Squires, K.D., Detached-Eddy Simulation: Current Status and Perspectives, in Direct and Large-Eddy Simulation, Kluwer Academic Publishers, pp. 465- 480, 2004.

4. Menter, F., Kuntz, M. and Langtry, R., Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model, Turbulence, Heat and Mass Transfer 4, 4:625-632, 2003.

5. Gritskevich, M.S, Garbaruk, A.V, Schütze, J. and Menter, F.R. Development of DDES and IDDES For-mulations for the $k - \omega$ Shear Transport Model, Flow, Turbulence and Combustion, 88(3):431-449, 2012.



6. Menter, F. R., Kutz, M. Adaptation of eddy-viscosity turbulence models to unstead separated flow behind vehicles., United Engineering Foundation Conference: The Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Buses and Trains, McCallen, R., Browand, F., and Ross, J. eds. Monterrey, California Dec 2-6 2002, pp. 339-352. Published by Springer in 2004

7. Spalart, P. R., Deck, S. et al., A New Version of Detached-eddy Simulation, Resistant to Ambiguous Grid Densities, Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 20(3):181-195, 2006

8. Spalart, P. R et al., Comments on the Feasibility of LES for Wings, and on a Hybrid RANS/LES Approach, Proceedings of first AFOSR international conference on DNS/LES, Louisiana Tech University, Ruston, Louisiana, August 4-8, 1997.

9. Menter, F. R., Improved Two-Equations k-ω Turbulence Models for Aerodynamic Flows NASA Technical Memorandum 103975, 1992.

10. Bechmann, A., Large-Eddy Simulation of Atmospheric Flow over Complex Terrain, PhD thesis, Risø National Laboratory. Technical University of Denmark, Roskilde, Denmark, 2007.

11. Shur, M., Spalart, P., Strelets, M., and Travin, A. A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities., International Journal of Heat and Fluid Flow, 29:1638-1649. 2008.

12. Travin, A., Shur, M. L. Strelets, M. and Spalart, P.R. Physical and numerical upgrades in the detached-eddy simulation of complex turbulent flows., Advances in LES of Complex Flows Conference Proceedings, pp. 239-254, 2002

13. Comte-Bellot, G. and Corrsin, S. Simple Eulerian time correlation of full and narrow-band velocity signals in grid-generated, "isotropic" turbulence., Journal of Fluid Mechanics, 48(2):273-337. 1971.

14. Sagaut, P. Large Eddy Simulations for Incompressible Flows: An Introduction Springer, 3rd. ed., 2006.

15. Spalart, P. R., Young-Person's Guide to DetachedEddy Simulation Grids, NASA/CR-2001-211032, July 2001.

16. Menter, F. R., Zonal Two Equation k-ω Turbulence Models for Aerodynamic Flows, AIAAJ, 93:2906, 1993.

17. Ferzinger, J.H and Peric, M. ' Computational Methods for Fluid Dynamics. 3rd rev. ed. Springer. 2002.

18. The OpenFOAM 7: Numerical Methods Web page. https://openfoam.org/release/7/

19. Шур М., Спаларт П., Стрелец М., Травин А.А.гибридный подход RANS-LES с отложенным DES и смоделированные стеной возможности LES., International Journal of Heat and Fluid Flow, 29: 1638-1649. 2008 г.

20. Challenge (http://www.cfdcanada.ca/challenge) CFD Society of Canada 2012