

**ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ АТМОСФЕРНОГО ВОЗДУХА И
ПОВЕРХНОСТНОГО ИСПАРЕНИЯ ВОДЯНОГО ПАРА НА РЕШЕНИЕ КВАЗИ-
СТАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МЕТЕОРОЛОГИИ И ПЕРЕНОСА
ИЗЛУЧЕНИЯ.**

*Канцырев Б.Л. Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН (Россия, Москва), 117997,
Российская Федерация, Москва, Нахимовский проспект, д.36, e-mail:
boris.kantsyrev@mail.ru*

Аннотация

В рамках радиационно-конвективной модели рассматривается влияние изменения параметров атмосферы и поверхности раздела атмосферы с земной поверхностью, на вертикальные движения воздуха, а также на изменение распределения температуры атмосферы по высоте, так и на температуру земной поверхности. Представлена модель и результаты, полученные в рамках модели, которые позволят интерпретировать индивидуальное влияние каждого из нескольких важных параметров задачи на состояние климата, понимаемого как характеристики атмосферы, осреднённые по длительному периоду времени. Предложенная система отсчёта с массовой координатой точно учитывает баланс массы воздушного столба атмосферы, что позволяет рассматривать влияние испарения- конденсации при контакте влажного атмосферного воздуха и земной поверхности, и установление равновесия при массообмене.

Ключевые слова: радиационно-конвективная модель, коэффициент поглощения, коротковолновый диапазон, длинноволновый диапазон, зависимость температуры от времени, адвекция, уравнения метеорологии.

INFLUENCE OF ATMOSPHERIC AIR PARAMETERS AND SURFACE EVAPORATION OF WATER VAPOR ON THE SOLUTION OF THE QUASI-STATIC SYSTEM OF METEOROLOGICAL AND RADIATION TRANSPORT EQUATIONS

Kantsyrev B.L. Institute of Oceanology. P.P. Shirshov Institute of RAS (Russia, Moscow), 117997, Russian Federation, Moscow, Nakhimovsky prospect, 36, e-mail: boris.kantsyrev@mail.ru

Annotation

The influence of changes in the parameters of the atmosphere and the surface of the atmosphere with the earth's surface, on the vertical air movements, as well as on the change in the temperature distribution of the atmosphere in height and on the temperature of the earth's surface is considered in the framework of the radiation-convection model. The model and the results obtained in the framework of the model are presented, which will allow to interpret the individual influence of each of several important parameters of the problem on the state of climate, understood as the characteristics of the atmosphere averaged over a long period of time. The proposed system of reference with the mass coordinate accurately takes into account the balance of the mass of the air column of the atmosphere, which allows us to consider the effect of evaporation - condensation in contact with moist atmospheric air and the earth's surface and the establishment of equilibrium in mass transfer.

Key words

Radiation-convective model, absorption coefficient, short-wave range, long-wave range, time dependence of temperature, advection, meteorological equations.

Введение

Представлена радиационно-конвективная модель атмосферы. Для оценки влияния адвекции на решение системы уравнений в расчёте учитывается численная симуляция вклада адвекции в рамках квази-геострофического приближения. Система уравнений модели интегрируется с точным учётом баланса массы в атмосферном столбе. Показано влияние процесса испарения водяных паров с земной поверхности на решение с характерным масштабом времени 10 лет.

Расчётная модель.

При моделировании климатических процессов в рамках радиационно- конвективного приближения актуальна задача расчёта вертикального распределения конвективной компоненты скорости атмосферного воздуха. В настоящее время для получения распределения метеорологических величин часто используется допущение о горизонтальной однородности воздушного потока. Это допущение можно ослабить. Предположим, что уравнения движения атмосферного воздуха записаны в приближении квази- геострофической модели Тейлора [1].

$$2[\vec{\Omega} \times \vec{v}] = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \vec{g} + v e_1 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + v e_2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \quad (1)$$

где $\vec{\Omega} = [0, 0, \Omega_z]$ - угловая скорость вращения ($\Omega_z = \Omega_0 \sin(\psi)$, ψ - угол широты, $\Omega_0 = 0.710 \cdot 10^{-4}$ с), соответствующая местной нормальной компоненте угловой скорости вращения Земли, $\vec{v} = [u, v, w]$ - скорость среды, p - давление, ρ - плотность, \vec{g} - ускорение свободного падения, v -

коэффициент турбулентности, \vec{e}_1, \vec{e}_2 - единичные векторы, ортогональные местной вертикали. Действуя на соотношение (1) оператором **rot**, и приравнивая по-компонентно левую и правую части, получим выражение для адвективной составляющей дивергенции скорости:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} &= \text{div}_H(\rho \vec{v}) = \rho(v_T \phi), \\ \phi &= \frac{v_T}{2\Omega g} \left[2 \frac{\partial s}{\partial z} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \left(\frac{\partial^3 v}{\partial z^3} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \right] + \frac{1}{2\Omega} \frac{\partial^2 (\text{rot} \vec{v})_z}{\partial z^2} + \\ & \frac{1}{g} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial z} \left(v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - u \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right] + \frac{1}{C^2} \left(u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right), \\ (\text{rot} \vec{v})_z &= \left[\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

В настоящей работе допускается, что :

1. число Маха для рассматриваемых движений пренебрежимо мало.

Таким образом, последнее слагаемое в определении (2) функции ϕ можно отбросить.

2. силами инерции $\frac{d\vec{v}}{dt}$ в системе координат, неподвижной относительно земной

поверхности, можно пренебречь.

Величина ϕ , как видно из (2), в рамках принятых допущений зависит от производных по «z» от горизонтальных компонент скорости и энтропии.

Для нахождения горизонтальных компонент скорости можно воспользоваться упомянутой выше моделью Тейлора или более современным подходом в рамках квази-геострофической модели, в соответствии с которым эти компоненты определяются из решения уравнений движения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} v_T \frac{\partial u}{\partial z} + 2f(v - v_g) &= 0, & u_g &= -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, & f &= \Omega_s \sin(\psi), \\ \frac{\partial}{\partial z} v_T \frac{\partial v}{\partial z} - 2f(u - u_g) &= 0, & v_g &= +\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \end{aligned} \quad (3)$$

а коэффициент турбулентности « v_T » – из уравнений к-ε модели турбулентности.

Моделирование радиационных, тепловых и механических процессов проведено на основе ранее представленной и впоследствии модифицированной радиационно-конвективной модели [2].

В рамках принятых допущений и учитывая, что $\rho = \rho(p, S)$ (p -давление, S -энтропия) из уравнения неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (4)$$

следует:

$$\frac{\partial \rho w}{\partial z} = -\rho(v_T \phi) - \frac{1}{C^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho \frac{\partial s}{\partial t}, \quad (5)$$

$$s = \frac{S}{C_p}$$

Исходя из уравнения газо-статики и в представлении модели атмосферы, как газового слоя «конечной толщины $h(t)$ », получим, что:

$$p = g \int_z^{h(t)} \rho dz, \quad \frac{\partial p}{\partial t} = g \rho w - g \int_z^{h(t)} \rho (v_T \Phi) dz \quad (6)$$

Для нахождения $\frac{\partial s}{\partial t}$ рассмотрим уравнение баланса энтропии:

$$\rho T \frac{ds}{dt} = \nabla(\lambda_T \nabla \theta) + Q_{rad}, \quad (7)$$

где $\theta = T_0 e^{\frac{s}{C_p}} = T_0 e^s$ - потенциальная температура.

Поскольку адвективные изменения притока тепла существенно меньше вертикальных (конвективных), в дальнейшем рассматривается вертикальный перенос тепла за счёт турбулентной теплопроводности. Тогда уравнение баланса тепла примет вид:

$$\frac{ds}{dt} = v_T \left(\frac{\partial s}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial s}{\partial z} \right) + v_T \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} + \frac{Q_{rad}}{\rho T C_p}, \quad (8)$$

$$v_T = \frac{\lambda_T \theta (\gamma - 1)}{\gamma p}, \quad s = \frac{S}{C_p}.$$

Таким образом, искомая система уравнений включает в себя уравнения горизонтальных компонент импульса (3), где величины u_g , v_g заданы как параметры,

уравнение газо-статики:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g, \quad (9)$$

уравнение неразрывности в форме (5), уравнение баланса энтропии в форме (8), уравнение состояния для совершенного газа

$$p = \rho R T.$$

К системе указанных уравнений следует добавить уравнения переноса излучения, которые позволяют определить слагаемое Q_{rad} в правой части (8).

Чтобы конкретизировать вид указанных уравнений, рассмотрим «двухпотокую модель» переноса излучения [3], в которой вертикальный поток излучения представлен в виде падающего потока с интенсивностью G и восходящего с интенсивностью U . Мощность излучения, выделяющегося в атмосфере определяется соотношением:

$$Q_{rad} = \frac{\partial}{\partial z} (G - U).$$

Уравнения радиационного переноса для каждого из потоков запишем с учётом ослабления за счёт поглощения коротковолнового излучения:

$$\frac{\partial}{\partial z} (G_1) = \rho_r k_{r1} (G_1 - P(T)), \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (U_1) = \rho_r k_{r1} (P(T) - U_1), \quad (9)$$

$$P(T) = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} f(\lambda, T) d\lambda, \quad (10)$$

Где падающий G_1 и восходящий U_1 потоки излучения, измеряемые в Вт/м², соответствуют коротковолновому диапазону солнечного излучения (0.7 – 3.6 мкм),

поглощаемого в основном водяными парами. $P(T)$ - поток радиации, переизлучённой атмосферой в данном диапазоне длин волн. $f(\lambda, T)$ - функция Планка, ρ_r - плотность поглощающей компоненты атмосферы, k_{r1} -массовый коэффициент поглощения, соответствующий указанному диапазону длин волн.

Аналогичные уравнения переноса излучения для длинноволнового диапазона:

$$\frac{\partial}{\partial z}(G_2) = \rho_r k_{r2}(G_2 - (\sigma T^4 - P(T))), \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(U_2) = \rho_r k_{r2}((\sigma T^4 - P(T)) - U_2), \quad (12)$$

где пере-излучаемый поток получается вычитанием потока $P(T)$ из интегрального потока излучения абсолютно чёрного тела. Массовый коэффициент поглощения k_{r2} – выбирается как варьируемый параметр задачи, соответствующий поглощению в длинноволновом диапазоне.

Тогда для интенсивности радиационного тепловыделения Q_R получим :

$$Q_R = \frac{\partial}{\partial z}(G - U) = \rho_R \{k_{r1}(G_1 + U_1 - 2P) + k_{r2}(G_2 + U_2 - 2(\sigma T^4 - P))\} \quad (13)$$

$$P(T) = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} f(\lambda, T) d\lambda,$$

В качестве граничного условия для интегрального коротковолнового потока падающего излучения G_1 на условной «верхней границе атмосферы» принята величина, равная солнечной постоянной, умноженной на косинус зенитного угла, который рассчитывается с учётом суточных и сезонных изменений для данной географической широты. Соответствующий поток падающего излучения длинноволнового диапазона принят равным нулю.

Граничное условие для тепловой задачи на земной поверхности записано в виде:

$$(1 - A)(G_0 - \sigma T_0^4) - \lambda_{gr} \frac{\partial T_{gr}}{\partial z} + \lambda_{air} \frac{\partial T_{air}}{\partial z} = L J_{(z=0)} \quad (14)$$

где величина G_0 представляет собой суммарный поток падающего излучения, достигший земной поверхности, а T_0 – температура земной поверхности.

A - альbedo поверхности. Второе и третье слагаемые в левой части уравнения представляют потоки , переносимые теплопроводностью в грунте (океанской воде) и в атмосфере вблизи нижней границы атмосферы. $L = L(T)$ - удельная на единицу массы теплота фазового перехода (испарения воды или сублимации льда) . J - массовый поток паров воды, создаваемый испарением или конденсацией. Для моделирования потока испарения использовалась формула Дальтона:

$$J = 0.0127C(P_{Sh_2o} - P_{h_2o})/P, \quad (15)$$

где коэффициент C –меняется от 0.4 до 1 при изменении заданной, как параметр, горизонтальной скорости воздуха от 0 до 2 м/с. Значения давления P с индексами относятся к давлению насыщенных водяных паров при температуре поверхности воды и давлению водяных паров в воздухе вблизи поверхности (приповерхностный слой). P без индекса- атмосферное давление на земной поверхности. С учётом того, что понятие «приповерхностный слой атмосферы» обычно не определяется точно, следует иметь ввиду , что коэффициент « C » рассматривается как интегральный коэффициент теплообмена, соответствующий пропорциональности разности давлений и массового потока.

С учётом уравнений переноса излучения, система приведённых выше уравнений радиационно- конвективной модели замкнута. Для интегрирования модели предложена массовая система отсчёта, заданная преобразованием:

$$t \rightarrow \bar{t}, z \rightarrow \mu,$$

$$d\mu = \frac{\rho}{M(t)} dz + \frac{j dt}{M(t)}, \tag{16}$$

$$\text{где} \\ M(t) = \int_0^{H(t)} \rho dz, \quad m(z,t) = \int_0^z \rho dz, \quad \mu = \frac{m}{M(t)}, \quad \mu \in [0,1], \tag{17}$$

$$dM = \left(j_s(t) - \int_0^{H(t)} \text{div}(\rho \vec{v}) dz \right) dt,$$

Здесь j_s - поток массы с земной поверхности, обусловленный испарением или конденсацией.

$$d\mu = \frac{\rho}{M(t)} dz + \frac{j dt}{M(t)}, \quad j = (1-\mu)j_s(t) - \rho w + \int_Z^{H(t)} \text{div}(\rho \vec{v}) dz - (1-\mu) \int_0^{H(t)} \text{div}(\rho \vec{v}) dz,$$

$$\text{или} \quad j + \rho w = (1-\mu) \left\{ j_s(t) - M(t) \overline{(v_s \Phi)_{(0,\mu)}} \right\} \quad \overline{(v_s \Phi)_{(\alpha,\beta)}} = \frac{1}{(\mu_\beta - \mu_\alpha)} \int_{\mu_\alpha}^{\mu_\beta} v_s \Phi d\mu, \tag{18}$$

В новой системе отсчёта уравнение для расчёта давления примет вид:

$$p(t, \mu) = p_0(t)(1-\mu) + p_\infty, \tag{19}$$

$$p_0(t) = p_{\text{surf}}(t) - p_\infty = M(t)g,$$

Где $p_{\text{surf}}(t)$ - давление воздушного столба на земной поверхности, p_∞ - давление на высоте, соответствующей верхней границе моделирования атмосферы. При моделировании области тропосферы и тропопаузы $p_\infty \approx 210^3$ Pa. Как видно из (19) при постоянном давлении на земной поверхности распределение давления в системе отсчёта (μ, t) – всегда стационарно.

Уравнение баланса энтропии принимает вид :

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial \mu} \left[\frac{(1-\mu)}{M} \left(j_s + \overline{(v_s \Phi)_{(0,\mu)}} \right) + v_T \left(\frac{\rho}{M} \right)^2 \frac{p_0}{\gamma p} \right] = v_T \left(\frac{\rho}{M} \right)^2 \frac{\partial^2 s}{\partial \mu^2} + \frac{Q_{\text{RAD}}}{\rho T C_p}, \quad s = \frac{S}{C_p}. \tag{20}$$

Как видно из (20), наличие слагаемого, обусловленного адвекцией не приводит к дополнительному производству энтропии, а связано лишь с её переносом.

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho w}{\partial \mu} + \rho w \left(\frac{p_0(t)}{\gamma p} + \frac{\partial s}{\partial \mu} \right) = -\rho V_v \frac{\partial s}{\partial \mu} + \rho V_v \frac{\partial^2 s}{\partial \mu^2} + L_v \frac{Q_{\text{RAD}}}{T C_p} + \frac{p_0(t)}{g \tau_c}, \tag{21}$$

$$\tau_c(\mu, t) \equiv \left[v_s \Phi - \overline{(v_s \Phi)_{(\mu,1)}} \right]^{-1}, \quad V_v = \frac{v_T g}{RT}, \quad L_v = \frac{p_0(t)}{\rho g}$$

Результаты.

Представляет интерес расчёт влияния изменений значения коротковолнового и длинноволнового коэффициентов поглощения на решение уравнений без учёта теплопроводности атмосферы. В этом случае температура земной поверхности отличается от температуры воздуха вблизи поверхности и особенно наглядно проявляется влияние изменений коэффициентов поглощения на температуру.

Теплопроводность среды ниже уровня земной поверхности и фазовый переход в данном случае не учитываются. Поскольку коэффициент пропускания атмосферы Земли для коротковолнового излучения Солнца составляет согласно [1] около 0,9, а ослабление излучения за счёт рассеяния предполагается неизменным для различных расчётных вариантов, массовый коэффициент поглощения первоначально выбран равным $2 \cdot 10^{-5}$ м²/кг. Аналогично для длинноволнового диапазона, где интегральный коэффициент пропускания около 0,2, массовый осреднённый коэффициент поглощения выбран равным $1,5 \cdot 10^{-4}$ м²/кг. Альbedo предполагается равным 0,4.

На рис 1 представлен результат расчёта установления периодического (т.е. соответствующего сезонным и суточным периодам на широте 45° С.Ш., которые обусловлены зависимостью от времени для интенсивности солнечного облучения верхней границы атмосферы) температурного режима для земной поверхности и атмосферы.

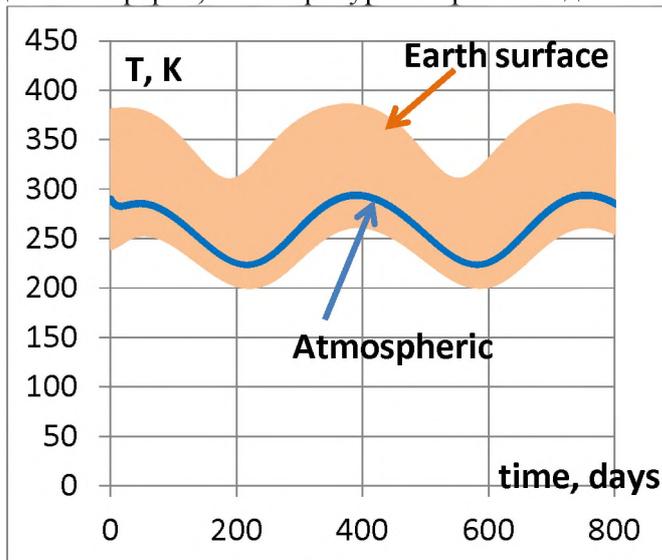


Рис 1.

Зависимость от времени для температуры приземного атм. слоя и земной поверхности в отсутствие теплопроводности атмосферы.

Ширина температурной полосы, соответствующей температуре поверхности (Earth surface) обусловлена суточным ходом температуры, который не виден в данном масштабе. Как видно, хотя в среднем температура земной поверхности соответствует упомянутой выше «средней приповерхностной температуре» +15° С, её колебания значительны, а рассчитанная температура приземного слоя атмосферы скорее ближе к ночным температурам земной поверхности.

Расчёт, проведённый с двукратным увеличением длинноволнового коэффициента поглощения показывает заметное увеличение температуры земной поверхности, что иллюстрирует проявление «парникового эффекта».

При этом в рамках одного лишь радиационного моделирования (без учёта теплопроводности воздуха) температура приземного слоя атмосферы так же заметно растёт. Действительно, на рис 2. представлено сравнение зависимости температуры приземного слоя атмосферы от времени с увеличенным в два раза длинноволновым коэффициентом поглощения в атмосфере (полоса 2) и аналогичной зависимости при тех же самых коэффициентах поглощения, что и на рис 1 (полоса 1).

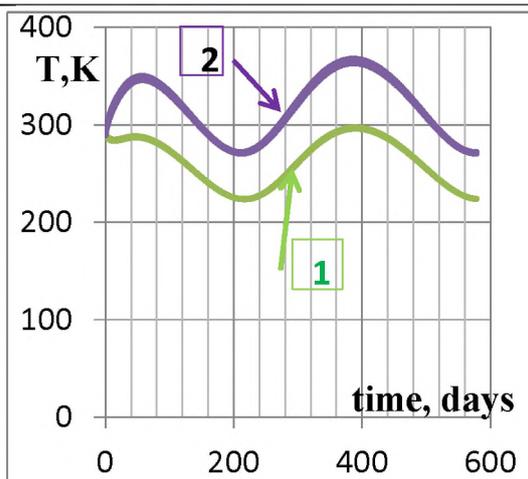


Рис 2

Сравнение температур приземного слоя атмосферы при различных длинноволновых коэффициентах поглощения атмосферой.

Как видно, увеличение поглощения в длинноволновом диапазоне ведёт к разогреву не только приземной поверхности, но и атмосферы. Представляет интерес проведение аналогичных расчётов температурных зависимостей приземного слоя атмосферы для ряда различных значений длинноволнового коэффициента поглощения. На рис 3 показан результат указанных расчётов для моментов времени, соответствующих полуденному времени середины июня и полуденному времени середины декабря.

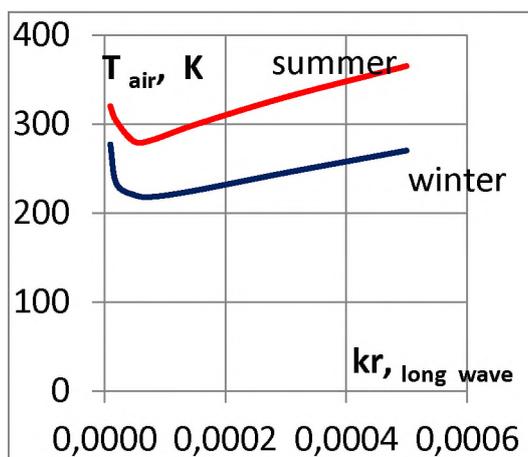


Рис 3. Температура приземного слоя в зависимости от поглощения

Как видно, зависимость рассчитанных температур имеет минимум при значении длинноволнового коэффициента поглощения, близком к $1.5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{кг}$, который соответствует интенсивностям поглощения, характерным для середины 20-го столетия. В наше время поглощение длинноволнового излучения несколько выросло, что обусловлено приблизительно двукратным увеличением концентрации CO_2 в атмосфере. Ниже приведены результаты расчёта в рамках представленной модели, где коэффициент турбулентного обмена в атмосфере ν_T атмосферы был задан, как функция высоты «z».

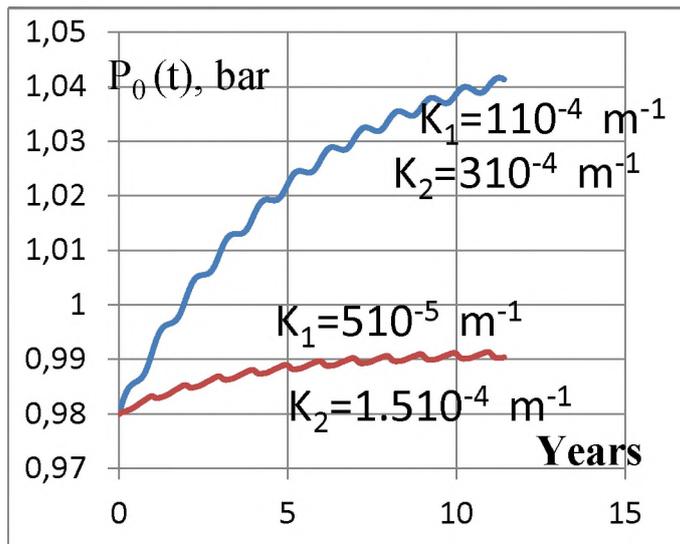


Рис 4 Процесс установления давления на земной поверхности с учётом испарения-конденсации воды на земной поверхности

На рис 4 представлен результат расчёта процесса установления давления на земной поверхности при различных значениях заданных коэффициентов поглощения в коротковолновой (K_1) и длинноволновой (K_2) области излучения. Существенно, что квази- равновесное давление, соответствующее устойчивому уравниванию процессов конденсации- испарения, достигается всегда, хотя интенсивность испарения водяных паров с земной поверхности, определяемая разницей давления водяного пара и давлением насыщенного пара при температуре поверхности, не вообще говоря, не обязательно должна обращаться в ноль в среднем по времени. На рис 5 показан аналогичный процесс, для которого дополнительно задана параметрически функция « φ », симулирующая прохождение циклонов, что приводит к изменению приземного давления за счёт адвекции. Функция « φ » задана в виде:

$$\varphi = \varphi_0 \sin(t/t_0) \exp(-\mu/\mu_0), \quad (22)$$

где параметры φ_0 , t_0 , μ_0 – постоянные, выбор которых обусловлен получением изменений приповерхностного давления, соответствующим тем, которые наблюдаются в средних широтах.

(Имеется ввиду прохождение циклонов в периодом 1-2 недели и изменениями атмосферного давления). Широкая полоса изменения давления соответствует более сильным возмущениям с амплитудой 50-60 мм рт. ст, более узкая- возмущениям давления с амплитудой 10-15 мм рт. ст.

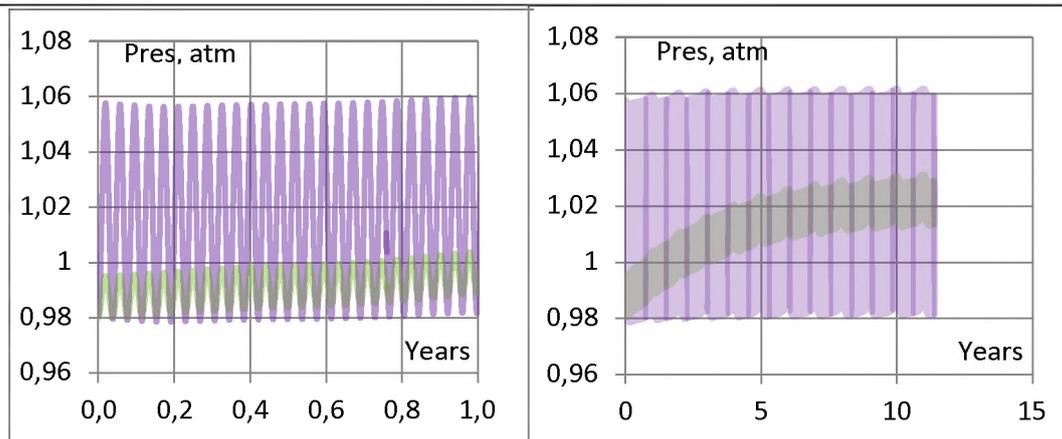


Рис 5. а,б

Зависимости от времени давления воздуха вблизи земной поверхности, полученные с учётом симуляции прохождения циклонов. Рис. 5 а соответствует более мелкий временной масштаб, на котором видны недельные колебания давления.

Как видно, учёт указанных выше пульсаций давления не приводит к изменению решения, при осреднении по длительным периодам времени. Таким образом, расчёт, проведённый в рамках только одномерной радиационно- конвективной модели можно считать вполне пригодным, если речь идёт о параметрах атмосферы, устанавливающихся за много-летние промежутки времени.

Заключение.

Представленная радиационно- конвективная модель атмосферы с квази-лагранжевой массовой координатой позволяет оценивать влияние изменений параметров атмосферного воздуха на высотах, соответствующих тропосфере и тропопаузе а также теплообмена на границе атмосферы и земной поверхности на решение замкнутой системы квазистационарных уравнений метеорологии в одномерном приближении и уравнений переноса излучения. Указанная модель позволяет точно учитывать баланс массы атмосферного столба в рамках пространственно-одномерной модели. Показано, что влияние горизонтального переноса массы воздуха за счёт циклонической деятельности и вязкости в пограничном слое атмосферы сводится к изменению скорости переноса в уравнении баланса энтропии и не меняет производства энтропии. Показано, что в принятых переменных решение системы уравнений позволяет отделить уравнение для вертикального массового потока (или вертикальной скорости воздуха). Из рис 4 видно, что процесс испарения-конденсации на земной поверхности не приводит к неограниченному испарению, хотя поверхность океана представляет собой практически неограниченный резервуар паров воды для атмосферы.

Литература

1. G.I.Taylor, Eddy Motion in the Atmosphere, Phil . Trans., A,CCXV, 1(1915)
2. Д.У. Бахтеев,Б.Л. Канцырев, "Радиационно-конвективная модель атмосферы Земли» Известия КГТУ им. Раззакова, (Бишкек). 2016, Т39, № 1, стр. 313-324.
3. Л.Т. Матвеев, Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. Л., Гидрометеиздат, 1984, 752 с.