

**МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ПАСПОРТА ПРОЧНОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД**

*Рычков Борис Александрович, д.ф.-м.н., профессор, КРСУ, Кыргызстан, 720000, г. Бишкек, ул. Киевская 44, e-mail: [rychkovba@mail.ru](mailto:rychkovba@mail.ru)*

*Комарцов Никита Михайлович, к.ф.-м.н., КРСУ, Кыргызстан, 720000, г. Бишкек, ул. Киевская 44, e-mail: [komartsovnm@mail.ru](mailto:komartsovnm@mail.ru)*

*Кулагина Маргарита Алексеевна, аспирант, КРСУ, Кыргызстан, 720000, г. Бишкек, ул. Киевская 44, e-mail: [kulagina\\_m.a@mail.ru](mailto:kulagina_m.a@mail.ru)*

**Аннотация.** Напряженное состояние горных пород в массиве моделируется испытаниями стандартных цилиндрических образцов на установках по схеме Кармана при осевом сжатии с наложением равномерного бокового давления. Возникающие при этом главные напряжения могут принимать множество значений, и осуществить весь комплекс опытов с различным соотношением этих компонент невозможно. Поэтому разрабатываются различные методы расчета для оценки степени опасности напряженного состояния по постулируемым зависимостям между главными напряжениями, т.е. для предсказания прочностных свойств материалов в момент разрушения.

В качестве паспорта прочности горных пород, согласно ГОСТ 21153.8-88, принимается огибающая предельных кругов напряжений на диаграмме Мора в координатах «нормальное – касательное напряжения». Рассмотрено уравнение огибающей в указанных координатах, предложенное М.М. Протодьяконовым. Рассматривается альтернативный метод, а именно: для построения огибающей использована зависимость между максимальным и минимальным

главными напряжениями. Эта зависимость получена сравнительно недавно Т.Б. Дуйшеналиевым и К.Т. Койчумановым и представляет собой математически строго сформулированный критерий прочности. Проверена применимость этого критерия в сопоставлении с экспериментальными данными А.Н. Ставрогина, полученными при испытании цилиндрических образцов разнообразных пород в условиях трехосного сжатия, а также в случае одноосного растяжения.

**Ключевые слова:** прочность горных пород, огибающая предельных кругов напряжений, критерий прочности, главные напряжения, диаграмма Мора.

## METHOD FORMATION OF ROCKS STRENGTH PASSPORT

*Rychkov Boris Aleksandrovich, Doctor of Physico-Mathematical Sciences, Professor, KRSU, 720000, Kyrgyzstan, Bishkek, 44 Kievskay st., e-mail: [rychkovba@mail.ru](mailto:rychkovba@mail.ru)*

*Komartsov Nikita Michailovich, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, KRSU, 720000, Kyrgyzstan, Bishkek, 44 Kievskay st., e-mail: [komartsovnm@mail.ru](mailto:komartsovnm@mail.ru)*

*Kulagina Margarita Alekseevna, Postgraduate Student, KRSU, 720000, Kyrgyzstan, Bishkek, 44 Kievskay st., e-mail: [kulagina\\_m.a@mail.ru](mailto:kulagina_m.a@mail.ru)*

**Abstract.** The stress state of rocks in a massif is modeled by testing standard cylindrical specimens on installations using the Karman's scheme for axial compression with superimposed uniform lateral pressure. The main stresses arising in this case can take many values, and it is impossible to carry out the whole complex of experiments with different ratios of these components. Therefore, various calculation methods are being developed for estimating the degree of danger of the stress state from the postulated dependencies between the main stresses, i.e. to predict the strength properties of materials at the time of fracture.

The envelope of limit stress circles on the Mohr's diagram in the coordinates "normal – shear" stress is taken as a passport of rock strength, according to GOST 21153.8-88. The envelope equation in the indicated coordinates is considered, which is proposed by M.M. Protodeacon. An alternative method is considered, namely: the relationship between the maximum and minimum principal stresses is used to formation the envelope. This dependence was obtained relatively recently by T.B. Duyshenaliev and K.T. Koichumanov. It is a mathematically rigorously formulated strength criterion. The applicability of this criterion is verified in comparison with the experimental data of A.N. Stavrogin, obtained by testing cylindrical specimens of various rocks under conditions of triaxial compression, as well as in the case of uniaxial tension.

**Keywords:** rock strength, envelope of limit stress circles, strength criterion, principal stresses, Mohr's diagram.

### 1. Введение.

Согласно ГОСТ 21153.8-88 [1], построение паспорта прочности по экспериментальным данным заключается в следующем. Осуществляются испытания стандартных цилиндрических образцов на установках по схеме Кармана, когда между осевым напряжением сжатия  $\sigma_1$  и главными напряжениями  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  от равномерного бокового давления выполняется соотношение:  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ .

Паспортом прочности горной породы является кривая, огибающая предельные круги напряжений Мора в координатах нормальных  $\sigma$  и касательных  $\tau$  напряжений. Предельный круг Мора соответствует предельному напряженному состоянию, достигаемому при данном

соотношении между  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ , и имеет радиус  $R = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$  с координатами центра  $\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}; 0\right)$

. Для получения такой диаграммы Мора используют результаты определения пределов прочности не менее чем при трех видах напряженного состояния (в пределах заданного диапазона напряжений); вид напряженного состояния характеризуется параметром  $c = \sigma_3 / \sigma_1$ . К семейству получаемых таким образом полуокружностей при трехосном сжатии добавляют

полуокружности радиусами  $\frac{\sigma_p}{2}$  и  $\frac{\sigma_{сжс}}{2}$  с координатами центров  $\left(-\frac{\sigma_p}{2}; 0\right)$  и  $\left(\frac{\sigma_{сжс}}{2}; 0\right)$ ,

где  $\sigma_p$  - предел прочности при одноосном растяжении по ГОСТ 21153.3-85, разд. 2 или 4 [2];  $\sigma_{сжс}$  - предел прочности при одноосном сжатии по ГОСТ 21153.2-84, разд. 1 [3] по ГОСТ 21153.3-85, разд. 4 [2]. Проводят плавную кривую, огибающую все пять (или более) полуокружностей.

Рекомендуется следующий расчетный метод построения паспорта прочности по данным определения пределов прочности при одноосном сжатии и растяжении.

Метод предусматривает определение координат точек огибающей расчетным путем по эмпирическому уравнению, которое принимают в виде:

$$\tau = \tau_{\max} \left( \frac{\sigma_k^2}{\sigma_k^2 + a^2} \right)^{3/8} \quad (1)$$

где  $\tau_{\max}$  - максимальное сопротивление породы срезу (сдвигу) при гипотетически полностью закрытых под действием нормального давления трещинах и порах;

$\sigma_k$  - нормальное напряжение относительно начала координат, перенесенного в точку пересечения огибающей с осью абсцисс;

$a$  - параметр формы огибающей кривой .

Эмпирическое уравнение огибающей (1) предложено Протодяконовым М.М. [4]. Им установлено следующее соотношение между максимальным сопротивлением сдвигу  $\tau_{\max}$  и параметром  $a$ :  $\tau_{\max} = 0,73 a$ . Константы уравнения (1) определяются с помощью специально составленной таблицы по результатам испытания пород на осевое растяжение и одноосное сжатие, что значительно усложняет расчет.

Не менее трудоемко построение огибающей по экспериментальным данным, включающим пять (и, при необходимости, более пяти) «опорных точек» - это пределы прочности при одноосном сжатии, осевом растяжении и при различных видах трехосного сжатия.

2. Критерий прочности Дуйшеналиева-Койчуманова. Не повторяя ход рассуждений, приведших [5] к формулировке зависимости между минимальным ( $\sigma_3$ ) и максимальным ( $\sigma_1$ ) главными напряжениями, приведем окончательный (используемый в данной работе) результат:

$$\sigma_3 = A + \sqrt{Q\sigma_1^2 + B^2} \quad (2)$$

Здесь  $A$ ,  $Q$  и  $B$  – константы материала, подлежащие определению. Именно их роль исследуется в настоящем сообщении.

Огибающая при  $\sigma_1 \rightarrow \infty$  асимптотически стремится к линии, параллельной оси  $\sigma$ , а касательное напряжение стремится к максимальному значению, в результате чего, согласно этому

условию предельного перехода [5],[6],  $Q=1$ . Следовательно, может иметь место (выбранная [5] в качестве основной) зависимость :

$$\sigma_3 = A + \sqrt{\sigma_1^2 + B^2}, \quad (3)$$

Проанализируем полученную таким образом зависимость  $\sigma_3(\sigma_1)$  и установим область применимости формул (2) и (3).

В качестве исходных экспериментальных данных выбраны результаты испытаний на трехосное сжатие обширной группы горных пород, представленные в виде табличных данных в монографии [7].

Сопоставлены расчетные (согласно зависимостям (2) и (3)) и построенные по опытным данным наибольшие круги Мора (в координатах  $\sigma, \tau$ ) для горных пород при всех (не менее пяти) осуществленных в опыте напряженных состояниях. Это позволило разделить выбранные таким образом породы на две большие подгруппы в соответствии с их петрографическими характеристиками и значением параметра  $Q$  (Таблица 1, первая подгруппа:  $Q < 1$ , вторая подгруппа:  $Q = 1$ )).

Таблица 1.

**Классификация горных пород**

Название материала	Q	Зернистость
Песчаник выбросоопасный	0,226	Крупнозернистый
Песчаник, не опасный по выбросам	0,132	Среднезернистый
Песчаник П-0	0,223	Среднезернистый (обломки зерен)
Известняк Д-6	0,27	Обломки раковин
Песчаник П-01	0,161	Обломки и цемент порового типа
Песчаник П-026	0,134	Среднезернистый
Мрамор-I	0,42	Кристаллически-зернистый
Кварцевый диорит Д-2	0,1	гипидиоморфно(беспорядочно-) зернистая
Песчаник Д-8	1	Мелкозернистый
Песчаник П-03	1	Мелкозернистый
Мрамор II	1	Равномерно-зернистый
Известняк (Эстонсланец)	1	Микро-мелко-зернистый
Диабаз	1	Структура пойкилоофитовая

Как видно из этой таблицы, пределы прочности горных пород с мелкозернистой структурой отражаются теоретической зависимостью (3), т.е. при  $Q=1$ . Для этой (второй подгруппы материалов) для построения расчетных наибольших кругов прочности Мора достаточно иметь экспериментальные значения пределов прочности при двух видах напряженного состояния (при двух значениях параметра  $c$ ). Целесообразно использовать

опытные данные при  $c = 0$  и при максимальном значении  $c$ , осуществленного в ходе испытания. Соответствующие два значения  $\sigma_1(c)$  служат «опорными точками» для определения констант  $A$  и  $B$ . Для примера (при найденных таким образом значениях  $A$  и  $B$ ) на рис.1 показаны расчетные круги Мора и огибающая к ним для мрамора-II. Незначительное отличие расчетных от экспериментальных кругов Мора для этой породы наблюдается только при малых боковых давлениях. Это наглядно демонстрируется сравнением расчетной и эмпирической огибающей.

Расчетная огибающая может быть аппроксимирована линией тренда (см. рис.1) с достаточно высокой достоверностью ( $R^2=0,9899$ ). Установлено [8], что уравнение такой огибающей (для всех рассмотренных пород) является уравнением параболы.

Размерность материальных констант  $A$  и  $B$ , а также напряжений -  $МПа \cdot 9,81^{-1}$ .

Для определения параметров зависимости  $\sigma_1(\sigma_3)$  согласно формуле (3) необходимо определить три константы ( $A$ ,  $Q$  и  $B$ ). Для этого используются три «опорные» точки, т.е. значения пределов прочности при трех видах напряженного состояния.

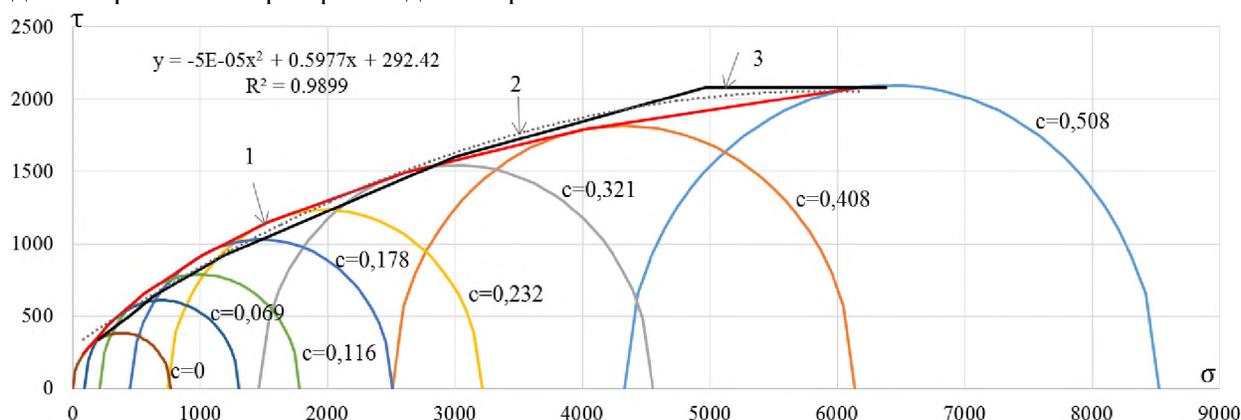


Рис.1. Предельные круги напряжений и огибающие к ним для Мрамора-II: 1 – расчетная огибающая согласно критерию прочности (3); 2 - аппроксимация линией тренда расчетной линии 1 ; 3 – эмпирическая огибающая, построенная по табличным данным из [7].

Зависимости (2) и (3) (при найденных выше указанным образом константах  $A$  и  $B$ ) позволяют определить предел прочности на растяжение:

$$\sigma_p = A + B \tag{4}$$

Согласно критерию (3) и формуле (4) для мрамора-II получено:  $A = -6154$ ,  $B = 6106$ ,  $\sigma_p = -48$ . Экспериментальное значение предела прочности на растяжение  $\sigma_p = -50$ .

Предельные круги напряжений при растяжении и сжатии целесообразно строить отдельно от кругов при трехосном сжатии (что представлено на рис.2), так как в противном случае круг при растяжении, изображенный на рис.1 будет «стягиваться» в точку по сравнению с кругами при трехосном сжатии.

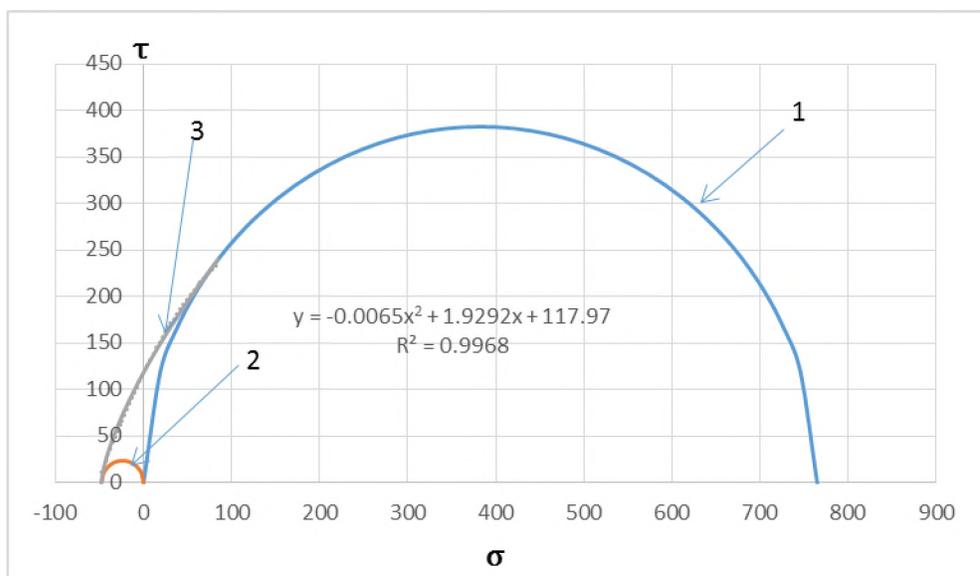


Рис.2. Диаграмма Мора для случаев одноосного растяжения и осевого сжатия. 1- предельный круг при сжатии; 2- при растяжении; 3- огибающая к этим двум кругам.

**Выводы:** Таким образом, построение паспорта прочности горных пород на основе теоретически сформулированной [5] зависимости между наибольшим и наименьшим главными напряжениями адекватно отражает прочностные свойства пород. Расчетная такая зависимость применительно к конкретной породе в общем случае содержит три материальных параметра. Эти параметры определяются, если известны пределы прочности породы при трех видах напряженного состояния трехосного сжатия. Установлено, что такие исходные данные необходимы для крупнозернистых пород, выделяемых в первую подгруппу из всех исследованных. Для мелкозернистых пород (выделяемых во вторую подгруппу) расчетная зависимость упрощается, и число подлежащих определению материальных параметров сокращается до двух; соответственно уменьшается число достаточных исходных данных. Для включения какой-либо породы в ту или иную из указанных подгрупп можно использовать предлагаемую в данном сообщении их классификацию в соответствии с известными для них петрографическими характеристиками.

Установлено [9], что выбор различных «опорных» точек при трехосном сжатии (используемых для определения материальных параметров  $A$  и  $B$ ) незначительно влияет на значение предела прочности при растяжении, согласно рассматриваемому критерию прочности, и в достаточной мере соответствует экспериментальным данным. Это является еще одним достоинством данного критерия, так как отпадает необходимость использовать экспериментальное значение предела прочности на растяжение при построении паспорта прочности.

### Литература

1. ГОСТ 21153.8-88 Породы горные. Метод определения предела прочности при объемном сжатии [Текст]. – Введ. 1988–15–03. – М.: Изд-во стандартов, 1988. – 15 с.
2. ГОСТ 21153.3-85. Породы горные. Метод определения предела прочности при одноосном растяжении [Текст]. – Введ. 1985–27–11. – М.: Изд-во стандартов, 1986 – 18 с.
3. ГОСТ 21153.2-84. Породы горные. Метод определения предела прочности при одноосном сжатии [Текст]. – Введ. 1984–19–06. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – 8 с.
4. Протодяконов М.М. Обобщенное уравнение огибающих к предельным кругам напряжений Мора [Текст] / М.М. Протодяконов // Сб. Исследование физико-механических

свойств горных пород применительно к задачам управления горным давлением. – М.: Издательство АН СССР, 1962. – С. 27-38.

5. Дуйшеналиев Т.Б. Уравнение огибающей линии предельных кругов напряжений [Текст] / Т.Б. Дуйшеналиев, К.Т. Койчуманов. – Бишкек: Илим, 2006. – 130 с.

6. Рычков Б.А. О прочностных характеристиках горных пород [Текст] / Б.А. Рычков // Современные проблемы механики сплошных сред – Бишкек, 2011. – Вып. 13. – С. 310-317.

7. Ставрогин А.Н. Пластичность горных пород [Текст] / А.Н. Ставрогин, А.Г. Протосеня. – М.: Недра, 1979. – 301 с.

8. Рычков Б.А. О критерии прочности горных пород –Изв. КГТУ, 2018, №46, -с.89-93

9. Рычков Б.А. Определение предела прочности на растяжение для горных пород по экспериментальным данным трехосного сжатия [Текст] / Б.А. Рычков, Ж.Ы. Маматов, Е.И. Кондратьева // ФТПРПИ. – 2009. – №3. – С. 40-45.