УДК

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК СРЕДСТВО РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ И ФОРМИРОВАНИЯ ТВОРЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ СТУДЕНТОВ

FORMATION OF CREATIVE THINKING IN THE PROCESS OF SOLVING APPLIED PROBLEMS

***Бабаев Дөөлөтбай Бабаевич**, д.п.н., профессор.*
***Маткаримова Минавар**, ЖАГУ*

Аннотация: В статье рассматривается понятие математического моделирования, ее роль в решение прикладных задач и влияние решений задач исследовательского характера на развитие творческого мышления студентов.

Abstract. The article discusses the concept of mathematical modeling and its role in the solution of applied tasks and solutions of the impact of research nature on the development of mathematical thinking of students.

Ключевые слова: Математическое моделирование, прикладные задачи, творческое мышление, функциональное мышление, сущность, задачи, принципы, личностные качества ученика, образовательный результат.

Key words: Mathematical modeling, applied tasks, creative thinking, functional thinking, nature, tasks, principles, the personal qualities of the student, the educational result.

Развитие математики как науки исторически шло по двум направлениям: внешнему и внутреннему. Внешний путь связан с необходимостью решать задачи, лежащие вне математики. В этом смысле источником развития математики явились задачи практической деятельности человека (счет предметов, измерение площадей и объемов, задачи экономики, техники и т.д.). Второй путь – внутренний, вытекающий из необходимости систематизации найденных математических фактов, обобщения их в теорию, развитие этой теории по ее внутренним законам. Именно это привело в свое время к выделению математики как науки из системы научных познаний человечества. Два названых выше пути развития называют прикладным и теоретическим.

Прикладную математику можно охарактеризовать как науку об оптимальном решении математических задач, возникающих вне математики. Соответственно, прикладная задача – это задача, поставленная вне математики и решаемая математическими средствами. Большинство авторов исследований выделяют 3 этапа в решении прикладной задачи:

1) формализации, т.е. перевода предложенной задачи с естественного языка на язык математических терминов. Этот этап обычно называют построением математической модели задачи;

2) решение задачи внутри модели;

3) интерпретации полученного результата, т.е. перевода полученного результата (математического решения) на язык, на котором была сформулирована исходная задача.

Первый этап является самым трудным. Причина этих трудностей заключается в том, что для перевода задачи с естественного языка на математический требуется иметь достаточно высокий уровень умения абстрагировать, что связано с формированием и развитием творческого мышления. Отвлечение от реального объекта, его свойств и переход к математическому объекту – операция сложная, поэтому умению переводить задачу с естественного языка на математический должно быть уделено первостепенное внимание.

Характеризуя сущность математического моделирования А.Н. Тихонов и Д.П. Костомаров отмечали [1, с.15]: «Математическая модель никогда не бывает тождественна рассматриваемому объекту, не передает всех его свойств и особенностей. Основанная на упрощении, идеализации, она является его приближенным отражением».

Исследование прикладных задач обычно начинается с построения и анализа простейшей, наиболее грубой математической модели рассматриваемого объекта. Однако в дальнейшем часто возникает необходимость уточнить модель, сделать ее соответствие объекту более высокой точности, появлением новой информации об объекте, которую нужно в математической модели, расширением диапазона параметров, выводящих за пределы применимости исходной модели и т.д.

Л.А. Растригин и В.А. Марков [2, с.127-129] выделяют следующие принципы, называемые постулатами моделирования, которым должен подчиняться процесс моделирования:

1) постулат наблюдаемости – требует, чтобы при моделировании использовалась вся существенная для данного исследования информация;

2) постулат стабильности – он выражает требование, чтобы при моделируемый объект обладал некоторой устойчивостью: либо его изменение не должно быть слишком быстрым, либо его изменение должно носить регулярный характер, подчиняющийся какому – либо закону. В противном случае задача моделирования теряет смысл;

3) постулат экстраполируемости – он требует, чтобы модель обладала некоторой общностью, т.е. будучи созданной, для одной ситуации, она может быть применима и к другой, в чем-то отличной от первой.

Мы рассматриваем математическое моделирование как важнейшее средство решение прикладных задач. Констатируется [3, с.8], что имеющиеся в учебниках и учебных пособиях задачи по математике не способствуют в полной мере развитию познавательных интересов у учащихся, так как они представляют собой готовые математические модели и не заставляют школьников думать и искать оптимального решения поставленной задачи. Аналогичное мнение высказывает Л.Г. Петерсон [4, с.31]: “Прикладная направленность курса, даже в своем внутреннем аспекте, явно недостаточна, вследствие чего учащиеся не видят связей изучаемого и обычно весьма трудного для них предмета с задачами, возникающими в их личной практике, в практике общества и любого конкретного человека. Этим и можно в определенной степени объяснить распространенное в обществе мнение о математике как науке сухой, скучной и оторванной от жизни, изучение которой в школе является не более чем неизбежным злом”.

Математическое моделирование, является средством решения прикладных задач, способствует развитию творческого мышления студентов.

При математическом моделировании развиваются все компоненты творческого мышления и, особенно, такой компонент как функциональное мышление, которое характеризуется осознанием динамики общих и частных соотношений между математическими объектами или их свойствами, ярко проявляется в связи с рассмотрением идеи функции.

Развитие функционального мышления тесно связано с использованием систем задач на математическое выражение конкретных ситуаций с ярко выраженным «функциональным» содержанием и последующим исследованием их. Решение такой задачи содержит в себе три аспекта:

1) в изучаемом явлении выделяют основные существенные связи, отбрасывая второстепенные детали: вводят различного рода упрощения и допущения;

2) связав объекты, выступающие в изучаемом явлении, с числами или геометрическими образами, переходят от зависимости между этими объектами к математическим соотношениям формулам, таблицам, графикам;

3) полученные математические соотношения исследуют, пользуясь уже известными выработанными правилами действий над ними, а результаты исследования истолковывают в терминах и понятиях изучаемого явления. Функциональное мышление является адекватным осознанию изменчивости, взаимосвязи и взаимозависимости математических понятий и соотношений, что характерно для диалектического мышления.

Формируясь и развиваясь от наглядно-действенного к наглядно-образному и от него к абстрактному, творческое мышление, переходя от одной ступени обучения к другой, совершенствуется, шлифуется становится рациональным, оригинальным, критичным и т.д. Опыт использования математического моделирования при изучении математики в этом звене (А.Г. Мордкович, Р.А. Майер и др.) представляется нам достаточно убедительным подтверждённым вышесказанного. На этом этапе обучения в развитии математического мышления студентов значительную помощь оказывают такие средства математического моделирования как:

1.Составление аналитических выражений, моделирующих зависимости между величинами;

2. Построение эмпирических графиков;

3. Моделирование равномерных процессов;

4. Построение математической модели как результата прямого наблюдения явления или процесса и т.д.

Во многих прикладных задачах в процессе нахождения решения задачи эти средства применяются в совокупности в неразрывной связи между собою.

Особенно эффективным для развития многих качеств математического мышления является использование задач исследовательского характера.

Проводя собственное “мини” исследование, каждый студент вырабатывает способность отвлекаться от несущественных свойств для данного объекта или явления, выявлять существенные свойства, вырабатывает способность обобщать, абстрагироваться, систематизировать, высказывать гипотезы и т.д. Одним словом, в процессе поиска решения такой задачи идёт интенсивное развитие его мыслительных способностей и в конечном итоге формируется абстрактное мышление студента.

В своём опыте работы мы использовали для этих целей задачи аналогичные следующей:

Задача 4: Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат со стороной 5см. Чему равна полная поверхность параллелепипеда, если его высота равна 20см? 32см? 40см? Обозначив высоту параллелепипеда (в см) буковой h, а его полную поверхность (в см^2) - буквой S, напишите формулу, выражающую зависимость S от h. Пользуясь полученной формулой:

1. Вычислите значения S при h=18; 24; 35;

2. Вычислите значение h, при котором S=250; 290; 300.

3. Установите существует ли такое h, при котором полная поверхность S=40см^2

Решение.

При высоте 20см полная поверхность параллелепипеда состоит из четырех прямоугольников с размерами 20х5 и двух квадратов 5х5, таким образом, она равна 450см^2. Аналогичным образом рассуждая, учащиеся получают, что при высоте 32см полная поверхность равна 690см^2, при высоте 40см-850см^2 и т.д. На этом этапе решения задачи вырабатываются такие качества мышления как способность к отвлечению, абстрагированию способность применять аналогии в рассуждениях. Составив таблицу значений (таблица 1), учащиеся приступают к её анализу, вырабатывается способность и синтезировать и анализировать заданный материал.

Способность к обобщению вырабатывается из цепочки зависимостей:

4х5х20+50

4х5х32+50

4х5х40+50

4х5хh+50

Введя обозначение S для полной поверхности, учащиеся в результате обобщения получают формулу S=20h+50.

Таблица 1 – Таблица значений

Высота параллелепипеда в сантиметрах	20	32	40	...
Площадь полной поверхности в $см^2$	450	690	850	...

При поиске ответа на вопрос задачи о значении площади при h=18; 24; 35 учащиеся пользуются конкретизацией как приёмом мышления, основанном на переходе от общего к единичному. Этот этап весьма важен, так как здесь закладываются основы для использования этапа интерпретации при решении прикладной задачи. Интерпретируя полученную формулу при конкретных значениях h=18;24;35, получаем S_1=410, S_2=530, S_3=750. При ответе на второй вопрос задачи: вычислить значение h, при котором S=250; 290; 300 учащиеся решают обратную задачу - по площади полной поверхности находят высоту параллелепипеда. При этом они приобретают навык работы с формулами, с зависимостями между компонентами и результатами арифметических операций. Эта работа приводит к формированию начал аналитического мышления.

Если S=250 то h=10, S=290 то h=12, S=300 то h=12.5

Эта работа продолжается при поиске ответа на третий вопрос задачи

Получив, что 40=20h+50, учащиеся находят h. Оно равно h=-0,5. Как интерпретировать полученный результат? Этот результат находится в противоречии со здравым смыслом (высота не может быть выражена отрицательным числом) и его следует отбросить.

Исследовательская работа студентов по этой задаче может быть продолжена, если дать задание:

1) установить характер зависимостей величин: S от h и h от S;
2) построить график зависимости S от h в прямоугольной системе координат (Soh).

При построении графика указанной зависимости, студенты сталкиваются с проблемой рационального выбора масштаба по осям координат, при этом вырабатывается умение делать грубую прикидку, округлять и т.д., что в свою очередь ведёт к формированию способности абстрагирования, обобщения и в конечном итоге к умению мыслить логично.

В этой задаче исследовательского характера математическая модель представлена и аналитически, и графически. Абстрагируясь от конкретного содержания данной задачи и проведя исследование, связанное с аналитическим выражением заваисимости между объектами (S=20h+50) и графическим выражением её (прямая линия), мы формируем способность к дедуктивному мышлению, к умению схематизировать, обобщать, вычленять частные случаи. Кроме того, поскольку в задачах такого типа "идёт активная работа с таблицами, формулами, графиками, то это способствует выработке функционального стиля мышления и в конечном итоге ведёт к развитию его творческого мышления.

Действительно, создавая математическую модель какого-либо явления, мы отвлекаемся от качественной разнородности модели и объекта, от принадлежности их к разным формам движения материи. Мыслительная деятельность, движение мысли при этом с помощью обобщения приводит к идее изоморфизма, выступающей в форме математического подобия. Сущность этого подобия порождается тождественностью математической формы законов природы, а именно: физические законы математически подобных систем разные, но математическая форма их выражения одна та же. Сказанное наглядно проиллюстрируем рисунком 1.

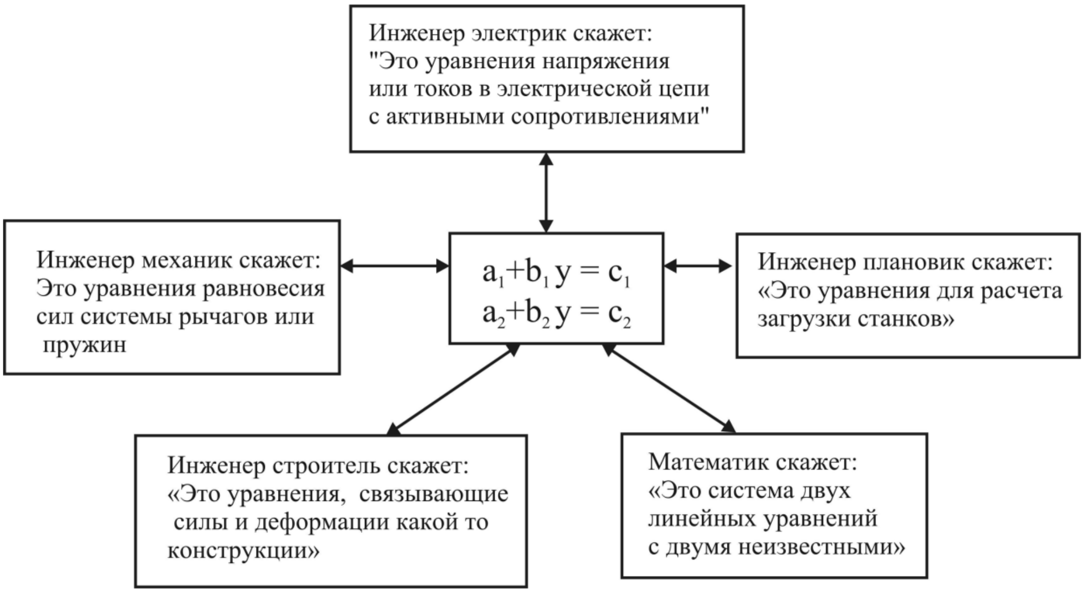

Рисунок 1 – Иллюстрация тождественности математической формы законов природы

Как нам представляется, здесь заложена важная в педагогическом плане идея: изучение большого числа взаимно изолированных совокупностей можно заменить изучением лишь какой-нибудь из них. Эта идея находит воплощение при решении прикладных задач: интерпретации математической модели, полученной в ходе решения прикладной задачи, могут быть самыми разными, что позволяет переходить от одной прикладной задачи к другой, а этот переход является весьма ценным для развития способности обобщать; в конечном итоге развивается способность мыслить, причём эффективно, творчески, нешаблонно.

Таким образом, подводя итог по исследованию математического моделирования, как средства развития творческого мышления приходим к следующим выводам:

1) математическое моделирование достаточно эффективно способствует формированию и развитию математического мышления учащихся;

2) при использовании математического моделирования вырабатываются и в последующем реализуются в мыслительной деятельности учащихся такие показатели умственного развития их как;

- интериоризация: преобразование практических, внешних, предметных действий в действия умственные, выполняемые во внутреннем плане (особенно на этапе формализации при решении прикладной задачи):
- экстериоризации: применение усвоенных, перешедших во внутренний план, знаний на практике (особенно на этапе интерпретации прикладной задачи);
- обобщённый перенос мыслительных операций на новый материал по собственной инициативе учащегося; применение мыслительных операций в новых условиях;
- "обобщение с места" как выделение закономерности, принципа без перебора конкретных вариантов;
- анализирующее наблюдение, отвлечённое мышление, практические действия, выступающие как характеристики общего интеллектуального развития;
- усвоение логических суждений, построение умозаключений и их применение;
- активная учебная деятельность студентов, включающая понимание и самостоятельную постановку учебных задач, владение несколькими способами деятельности и выбор наиболее рационального из них; различение способа и результата деятельности; перенос мыслительных операций, усвоенных в учении, на внеучебную деятельность и т.д.

Использованные источники:

1. Тихонов Н.Л., Костомаров Д.П. Рассказы о прикладной математике. – М.: Наука, 1989. – 206 с.
2. Растригин Л.А., Марков В.А. Кибернетические модели познания. – Рига: Зинатне, 1986. – 236 с.
3. Тихонов Н.Л. Задачи прикладного характера и их роль в формировании и развитии интереса к профессии у школьников при изучении математики в 6-8 классах общеобразовательной школы. – М.: МГУ им. В. И. Ленина, 1980. – 62 с.
4. Петерсон Л.Г. Моделирование как средство формирования представлений о понятии функции в 4-6 классах средней школы: дисс… канд. пед. наук. – М., 1984. – 182 с.