



ИСАКОВ К., ОСМОНОВ К.Т., ТОКТАКУНОВ Т.
КГУСТА им. Н. Исанова, Бишкек, Кыргызская Республика
КГТУ им. И. Раззакова, Бишкек, Кыргызская Республика

ISAKOV K., OSMONOV K.T., TOKTAKUNOV T.
KSUSTA n.a. N Isanov, Bishkek, Kyrgyz Republic
KSTU n.a. I. Razzakov, Bishkek, Kyrgyz Republic
fdoinit@mail.ru, boss-toko@mail.ru

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ РАЗРАБОТКИ БУЛЬДОЗЕРА-ПОГРУЗЧИКА С ТРАНСФОРМИРУЮЩИМСЯ РАБОЧИМ ОРГАНОМ ДЛЯ СОДЕРЖАНИЯ, РЕМОНТА ВЫСОКОГОРНЫХ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ

THEORETICAL STUDY OF THE PROBLEM OF DEVELOPING A LOADER-LOADER WITH A TRANSFORMABLE WORKING BODY FOR THE MAINTENANCE, REPAIR OF HIGH ALTITUDE ROADS

Макалада, бийик тоолуу жана башка автомобиль жолдорун кыйла натыйжалуу сактоо, ремонттоо жана куруу үчүн ылайыкташылган бульдозер-жүктөгүчтү түзүү долбоорун иштеп чыгуу иштеринин сунушталган режимдери каралат. Жумуштарды аткаруунун түрдүүчө режимдерине дал келүүчү бир же бир нече функционалдык механизмдин көп этаптуу удаалаш кыймылдарын сүрөттөөчү математикалык моделдер сунушталды. Сандык интегралдоо үчүн Адамс методу пайдаланылгыдай кылып, баштапкы шарттары менен болгон экинчи тартиптеги экинчи тартиптеги сызыктуу эмес кадимки дифференциалдык теңдемелер системасы кетирилди.

Өзөк сөздөр: *бульдозер-жүктөгүч, трансформациялануучу жумушчу орган, төгүү, телескоптук орган, сузгуч, кум чачкыч, кыруу, автомобиль жолдору, математикалык моделдер, сандык методдор, дифференциалдык теңдемелер.*

В статье рассматриваются предполагаемые режимы работ разрабатываемого проекта создания бульдозера-погрузчика, приспособленного для более эффективного содержания, ремонта и строительства высокогорных и других автомобильных дорог. Предложены математические модели, описывающие многоэтапные последовательные движения одного или нескольких функциональных механизмов соответствующих различным режимам выполнения работ. Приведены нелинейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений вторых порядков с начальными условиями, для численного интегрирования которых используется метод Адамса.

Ключевые слова: *бульдозер-погрузчик, трансформирующийся рабочий орган, отвал, телескопический орган, ковш, пескоразбрасыватель, скребок, автомобильные дороги, математические модели, численные методы, дифференциальные уравнения.*

The article examines the proposed modes of work of the project being developed to create a bulldozer-loader, adapted for more efficient maintenance, repair and construction of high-altitude and other roads. Mathematical models are proposed that describe multi-stage successive movements of one or more functional mechanisms corresponding to different modes of work. Non-linear systems of ordinary differential equations of the second order with initial conditions, for numerical integration of which the Adams method is used, are presented.



Key words: bulldozer-loader, transforming working body, dump, telescopic organ, bucket, sand-scatterer, scraper, highways, mathematical models, numerical methods, differential equations.

Целью исследования является выработка рекомендаций для разработки и создания бульдозера-погрузчика с трансформирующимся рабочим органом (Б-ПТРО) как новое направление развития в создании дорожно-строительных машин способных более эффективного содержания, ремонта и строительства высокогорных автомобильных дорог и дорог сельской местности при их эксплуатации [1, 2].

Одной из основных задач является теоретическое обоснование основных параметров бульдозера-погрузчика многоцелевого назначения с трансформирующимся рабочим оборудованием путем составления математических моделей движения основных механизмов в режимах функционирования по выполнению работ при их эксплуатации: Обоснование величины действующих сил на металлоконструкции рабочего оборудования математическим моделированием процесса; Обеспечение влияния статических нагрузок к узлам и механизмам рабочего оборудования и на металлоконструкции в целом.

Для разработки и создания многоцелевых рабочих оборудований, например, как бульдозера-погрузчика с трансформирующимся рабочим органом необходимо провести теоретическое обоснование соответствующих основных параметров.

Благодаря трансформируемости рабочего органа увеличивается функциональные возможности работы бульдозера-погрузчика в режиме:

а) традиционного бульдозера; б) одноковшового погрузчика; в) обеспечения безопасности машиниста-оператора (в близком подъезде к обрыву, при выдвигании отвала вперед телескопическими толкающими брусьями); г) пескоразбрызгивателя; д) в комбинированном режиме, одновременно выполняющем двух функций (в качестве бульдозера отваливающего режима и подсыпки реагентом проезжую часть дороги как пескоразбрызгиватель) и другие.

К особенностям нового направления развития конструкции относятся то, что одна и та же металлоконструкция, воспринимающая одну нагрузку при соответствующем режиме, будет воспринимать другую нагрузку в другом режиме.

Для исследования каждого режима потребуются определенные математические модели, методы исследования и соответствующие расчетные схемы. Рассмотрим некоторые важнейшие этапы выполняемых работ, и связанные с ними поэтапное математическое моделирование, решения которых строятся по схеме численного метода Адамса [4].

В ходе выполнения работ, эксплуатируемые механизмы могут соответствовать разным режимам, в зависимости от характера и сложности конкретного объекта. Важно отметить, что поскольку процесс выполнения работ нестационарный, то есть изменяется с течением времени, а последовательность работ механизмов могут быть организованы, в разных режимах. Например: 1) работы механизмов организуются с включением одного за другим, где по окончании работы одного звена механизмы, начать второе, затем третье и так далее; 2) организовать работы можно не всеми звеньями сразу, а частично, сначала одного или нескольких, а затем одного или нескольких функциональных звеньев, и так далее.

В большинстве случаев, и в нашем случае, изменение угла $\varphi(t)$ вызванной действием гидроцилиндров подъема и опускания закрепленные в точке В, может произойти после (**первого этапа**) заполнения ковша, выполненной работы в режиме бульдозера с толкающими брусьями, обычно, с горизонтальным направлением (рис.1). Изменение угла $\theta(t)$ для подъема и опускания с грузом не будет начато пока выдвигаемая часть телескопических толкающих брусьев $r(t)$ не выходит полностью из области неподвижной части телескопических толкающих брусьев (рис.2). Изменение угла $\beta(t)$ связано с течением времени заполнения ковша, то есть завершающим режимом

работы бульдозера, а также режимами изменений угла $\varphi(t)$, брусьев-ползунов $r(t)$ угла $\theta(t)$, как в поэтапном, так и в одновременном воздействии этих факторов.

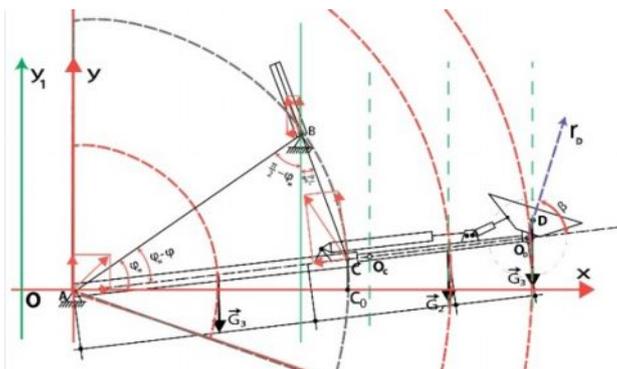


Рис. 1. Режим по горизонтали

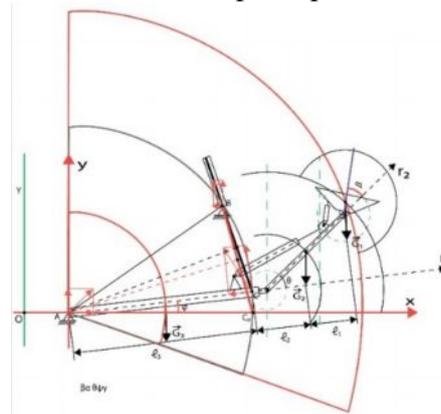


Рис. 2. Режим с учетом изменения угла $\theta(t)$

При составлении уравнений движения будем считать, что действующие силы расчетных схем равномерно распределенными по продольной оси симметрии базовой машины, соответственно равными с обеих сторон телескопических толкающих брусьев [2]. При подъеме и опускании рабочего органа, при погрузке на рабочее оборудование не действуют боковые силы, то есть рассматривается проекции на плоскости Oxy . Выбор декартовой системы координат Oxy (или Axy) в начале координат O (или A) составляет удобство тем, что все весовые силы $\vec{G}_3, \vec{G}_2, \vec{G}_1$ направлены по вертикальной оси Oy (или Ay). Если базовая машина движется по направлению параллельной оси Ox , при $\varphi_0 = 0$, в качестве первой обобщенной координат можно выбрать $x = x(t)$; обобщенную скорость $v_x(t) = \dot{x}(t)$. В случае, когда базовая машина движется по уклону, то есть $\varphi_0 < 0$ вниз по уклону, или при $\varphi_0 > 0$ вверх по уклону, то следует направить либо ось Ox по уклону. Тем не менее, по отношению к другим параметрам более подходящим обобщенным координатам: $\varphi = \varphi(t)$; $r = r(t)$; $r_4 = r_4(t)$; $\beta = \beta(t)$; $\theta = \theta(t)$, предпочтение дается выбору полярной системы координат.

Первый этап работы. Предположим, что $\varphi_0 = 0$, и пусть за начальный период времени $t_A - t_0$ базовая машина проходит по горизонтальному направлению расстояние $x_A - x_0$, набирая грунт в ковш. Затем она, приостанавливаясь, начинает с начальным значением для этого момента времени t_A , начинает работать в режиме реализации (рис.1) **второго этапа** выполнения операций: 1) с помощью гидроцилиндров подъема и опускания длиной $l_4 = BC_0 = 4l_3 \sin \frac{\varphi_M}{2}$ закрепленные в точке В, изменяет обобщенный координат и обобщенную скорость

$$r_4 = BC = 4l_3 \sin \frac{\varphi_M - \varphi}{2}; \quad \dot{r}_4 = \frac{dr_4}{dt} = \dot{r}_4(t) = -2l_3 \cos \frac{\varphi_M - \varphi}{2} \cdot \dot{\varphi}; \quad (1.1^*)$$

- 2) изменяет одновременно угол $\varphi(t)$ с начального значения φ_0 ;
- 3) изменяет положение точек механизма $r(t)$ под действием телескопических толкающих брусьев, одновременно изменяя и исходное положение изменением угла $\varphi(t)$;
- 4) изменяет угол $\beta(t)$, чтобы до момента погрузки не рассыпался груз в ковше.

Третий этап: начинается после того, как выдвигаемая часть телескопических толкающих брусьев $r(t)$ целиком выходит из области неподвижной части. С помощью



гидроцилиндров, массами которых пренебрегаем, брусья длинами l_2 будут отклоняться от полярной оси r на угол $\theta(t)$ (рис.2).

Итак, на *первом этапе* совершается переносное движение всех звеньев за период t_A-t_0 . На *втором этапе* за начальный момент времени можно считать t_A , а за конечный момент времени - t_r , где $t_A \leq t \leq t_r$. Изменение $\varphi(t)$ характеризует переносное движение для изменения величин $r(t)$ и $\beta(t)$, а в свою очередь, изменение $r(t)$ характеризует относительное движение положения звена по полярной оси r . Изменение угла $\beta(t)$ характеризует относительное движение, помимо переносного движения, обусловленного изменением $\varphi(t)$, зависит от переносного движения связанного с изменением $r(t)$.

На *третьем этапе* движения, когда $t_r \leq t \leq t_\theta$, за начальный момент времени можно считать величину t_r , а за конечный момент времени - t_θ . Изменение угла $\varphi(t)$ соответствует переносному движению для угловых изменений $\theta(t)$ и $\beta(t)$. В свою очередь, изменение $\theta(t)$ характеризует относительное изменение полярного угла в начале координатной точки С. Изменение $\beta(t)$ характеризует относительное движение углового изменения в начале координатной точки Д, которая зависит помимо переносного движения, обусловленного изменением $\varphi(t)$, также и от переносного движения связанного с изменением $\theta(t)$.

Изучение первого этапа работы пока будем ограничивать ссылкой на ранее известные результаты при необходимости, сократив при этом число степеней свободы на одно. Для второго и третьего этапов составляются отдельные системы обыкновенных дифференциальных уравнений с учетом выше указанных отличий в условиях движений. Если пренебречь массами гидроцилиндров, и учитывать формулу (1.1) взаимосвязи $r_4(t)$ и $\varphi(t)$, то для каждого из второго и третьего этапов остаются по три обобщенных координат: 1) $\varphi(t), r(t), \beta(t)$; 2) $\varphi(t), \theta(t), \beta(t)$ для определения в итоге четырех параметров.

Будем рассматривать движения на втором этапе для заданных величин $H = BM$ и $l_3 = AB/2$, получим верхний предел значения угла φ : $\varphi_M = \arcsin \frac{H}{2l_3}$.

(1.1')

Пределы изменения обобщенных координат и обобщенных скоростей при $t_A \leq t \leq t_r$:

$$\varphi_A \leq \varphi \leq \varphi_r, \quad \text{где } \varphi_r \leq \varphi_M; \quad \varphi(t_A) = \varphi_A; \quad \varphi(t_r) = \varphi_r, \quad (1.1'')$$

$$\dot{\varphi}_A \leq \dot{\varphi} \leq \dot{\varphi}_r, \quad \text{где } \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}(t) = \dot{\varphi}; \quad \dot{\varphi}(t_A) = \dot{\varphi}_A; \quad \dot{\varphi}(t_r) = \dot{\varphi}_r, \quad (1.1''')$$

$$r_A \leq r \leq l_2, \quad \text{где } r(t_A) = r_A; \quad r(t_r) = l_2, \quad (1.2')$$

$$\dot{r}_A \leq \dot{r} \leq \dot{r}_r, \quad \text{где } \frac{dr}{dt} = \dot{r}(t) = \dot{r}; \quad \dot{r}(t_A) = \dot{r}_A; \quad \dot{r}(t_r) = \dot{r}_r,$$

(1.2'')

$$\beta_A \leq \beta \leq \beta_r, \quad \text{где } \beta(t_A) = \beta_A; \quad \beta(t_r) = \beta_r, \quad (1.3')$$

$$\dot{\beta}_A \leq \dot{\beta} \leq \dot{\beta}_r, \quad \text{где } \frac{d\beta}{dt} = \dot{\beta}(t) = \dot{\beta}; \quad \dot{\beta}(t_A) = \dot{\beta}_A; \quad \dot{\beta}(t_r) = \dot{\beta}_r, \quad (1.3'')$$

выбираются исходя из их технического удобства и функционального назначения.

Рассмотрим первое положение системы (рис.1).

Сумма кинетических энергий составляет кинетическую энергию системы в целом

$$T = T(\varphi, r, \beta, \dot{\varphi}, \dot{r}, \dot{\beta}, t) = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{2} m_1 [(l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \frac{\pi}{4}))^2 \cdot \dot{\varphi}^2 + \dot{r}^2 +$$



$$l_D^2 \cdot \dot{\beta}^2] + \frac{1}{2} m_2 [(l_3 + r_0 + r)^2 \cdot \dot{\varphi}^2 + \dot{r}^2] + \frac{1}{2} m_3 l_3^2 \cdot \dot{\varphi}^2.$$

(1.4)

Для механической системы уравнения Лагранжа второго рода имеют вид [3]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (1.5)$$

где q_i - обобщенные координаты системы; n - число степеней свободы; \dot{q}_i - обобщенные скорости; $T = \sum_{i=1}^n T_i$ - кинетическая энергия системы; Q_i - обобщенные силы системы.

Известными являются силы весов $\vec{G}_1, \vec{G}_2, \vec{G}_3$ пары сил с моментами M_A, M_B, M_C, M_D , реакции опорных сил $\vec{P}_B, \vec{P}_A, \vec{P}_C$. Для определения реакции связей будем составить систему алгебраических уравнений статического равновесия:

$$\sum_{i=1}^n M_{A_i} = 0; \quad \sum_{j=1}^{JN} X_j = 0; \quad \sum_{j=1}^{JN} Y_j = 0. \quad (1.5')$$

Из этой системы можно определить реакции связей:

$$P_B = \frac{1}{2l_3 \sin \frac{\pi - \varphi_M - \varphi}{2}} [G_3 l_3 + G_2 (l_3 + r_0 + r) + G_1 (l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \frac{\pi}{4}))];$$

$$X_A = (G_3 + G_2 + G_1) \sin \varphi + P_B \cos \frac{\pi - \varphi - \varphi_M}{2} \cdot \sin \frac{\varphi + \varphi_M}{2}; \quad (1.5'')$$

$$Y_A = (G_3 + G_2 + G_1) \cos \varphi - P_B \sin \frac{\pi - \varphi - \varphi_M}{2} \cdot \cos \frac{\varphi + \varphi_M}{2}.$$

Напишем уравнения связей. При движении данные силы совершат работы:

$$A = - [G_3 l_3 + (G_2 + G_1)(l_3 + r_0 + r) + G_1 (l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \frac{\pi}{4}))] \sin \varphi + 4P_B l_3 (\sin \frac{\varphi_M}{2} - \sin \frac{\varphi_M - \varphi}{2}). \quad (1.6)$$

Воспользуемся принципом возможных перемещений:

$$\delta A = \sum_{i=1}^n Q_i \delta q_i = Q_\varphi \delta \varphi + Q_r \delta r + Q_\beta \delta \beta = - [G_3 l_3 + (G_2 + G_1)(l_3 + r_0 + r) + G_1 (l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \frac{\pi}{4}))] \cos \varphi \delta \varphi - (G_2 + G_1) \sin \varphi \delta r - G_1 \frac{1}{\sqrt{2}} l_D \sin(2\beta - \frac{\pi}{2}) \sin \varphi \delta \beta.$$

(1.6')

Тогда с учетом равенств (1.4) и (1.6'), уравнения Лагранжа второго рода (1.5) имеют вид:

$$\dot{\beta} = [l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \frac{\pi}{4})] \frac{1}{l_D} \cos(\beta - \frac{\pi}{4}) \cdot \dot{\varphi}^2 - g \frac{1}{\sqrt{2} l_D} \sin(2\beta - \frac{\pi}{2}) \sin \varphi = 0; \quad (1.7')$$

$$\ddot{r} = [l_3 + r_0 + r + \frac{m_1}{m_1 + m_2} (l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \frac{\pi}{4}))] \cdot \dot{\varphi}^2 - g \sin \varphi = 0; \quad (1.7'')$$

$$\ddot{\varphi} = - \frac{B}{Z} \cdot \dot{\varphi} - \frac{D}{Z} \cos \varphi, \quad (1.7''')$$

где

$$B = 2[m_1 (l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \frac{\pi}{4})) (\dot{r} + \sqrt{2} l_D \cos(\beta - \frac{\pi}{4}) \dot{\beta}) + m_2 (l_3 + r_0 + r) \dot{r}];$$

(1.7')



$$D = g [m_3 l_3 + (m_2 + m_1)(l_3 + r_0 + r) + m_1(l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \frac{\pi}{4}))] \cos \varphi ;$$

$$(1.7'')$$

$$Z = m_1(l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \frac{\pi}{4}))^2 + m_2(l_3 + r_0 + r)^2 + m_3 l_3^2 .$$

$$(1.7''')$$

Каждые из этих уравнений согласуются с соответствующими начальными условиями, как: (1.7') с (1.3') и (1.3''); (1.7'') с (1.2') и (1.2''); (1.7''') с (1.1'') и (1.1''') представляя задачу в математической форме постановки. Для решения задачи был выбран метод Адамса, который обеспечивает пятый порядок аппроксимации. Для получения и использования формулы Адамса, сначала будем представить решение разложением в ряд Тейлора. Сумма конечного числа членов ряда будет приближенно равняться искомому частному решению. Для учета членов ряда высоких порядков из (1.7) можно определить производные третьего порядка по времени

$$\ddot{\beta} = \frac{\sqrt{2}}{l_D} \{ [\dot{r} \dot{\varphi}^2 + 2(l_3 + r_0 + r) \cdot \dot{\varphi} \cdot \ddot{\varphi} - g \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}] \cos(\beta - \frac{\pi}{4}) - [(l_3 + r_0 + r + l_1) \dot{\varphi}^2 - g \sin \varphi] \sin(\beta - \frac{\pi}{4}) \dot{\beta} \} + 2 \cdot \dot{\varphi} \cdot \ddot{\varphi} \sin(2\beta - \frac{\pi}{2}) + 2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cos(2\beta - \frac{\pi}{2}) = 0;$$

$$(1.8')$$

$$\ddot{r} = \dot{\varphi}^2 \dot{r} + 2 \cdot \dot{\varphi} \cdot \ddot{\varphi} r + 2(l_3 + r_0 + \frac{m_1}{m_1 + m_2} l_1) \cdot \dot{\varphi} \cdot \ddot{\varphi} - g \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} = 0; \quad (1.8'')$$

$$\ddot{\varphi} = -\frac{B}{Z} \ddot{\varphi} + (\frac{D}{Z} \sin \varphi + \frac{B \cdot Z' - B'Z}{Z^2}) \cdot \dot{\varphi} + \frac{D \cdot Z' - D'Z}{Z^2} \cos \varphi ,$$

$$(1.8''')$$

где

$$B' = 2m_2 \{ [\dot{r} + \sqrt{2} l_D \cos(\beta - \frac{\pi}{4}) \dot{\beta}]^2 + (l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \frac{\pi}{4})) [\ddot{r} + \sqrt{2} l_D (\cos(\beta - \frac{\pi}{4}) \dot{\beta} - \sin(\beta - \frac{\pi}{4}) \cdot \dot{\beta})] + (l_3 + r_0 + r) \ddot{r} + \dot{r}^2 \} ; \quad (1.8'')$$

$$D = g [m_2 \dot{r} + m_1 (\dot{r} + \sqrt{2} l_D \cos(\beta - \frac{\pi}{4}) \cdot \dot{\beta})];$$

$$(1.8''')$$

$$Z' = 2m_1(l_3 + r_0 + r + l_1 + \sqrt{2} l_D \sin(\beta - \frac{\pi}{4}))(\dot{r} + \sqrt{2} l_D \cos(\beta - \frac{\pi}{4}) \cdot \dot{\beta}) + 2m_2(l_3 + r_0 + r) \dot{r}. \quad (1.8''')$$

Разделяя отрезок времени $[t_A, t_r]$ на n равной Δt части $t_A = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n = t_r$,

где $t_i = t_{i-1} + i \cdot \Delta t$, $i = 1, 2, \dots, n$, сначала при $t = t_A = t_0$ выпишем и найдем значения:

$$\beta(t_0) = \beta_A; \quad \dot{\beta}(t_0) = \dot{\beta}_A; \quad \ddot{\beta}(t_0); \quad \ddot{\beta}(t_0); \quad (1.9')$$

$$r(t_0) = r_A; \quad \dot{r}(t_0) = \dot{r}_A; \quad \ddot{r}(t_0); \quad \ddot{r}(t_0); \quad (1.9'')$$

$$\varphi(t_0) = \varphi_A; \quad \dot{\varphi}(t_0) = \dot{\varphi}_A; \quad \ddot{\varphi}(t_0); \quad \ddot{\varphi}(t_0). \quad (1.9''')$$

Полученные значения функций и их производных подставляем в формулах ряда Тейлора, ограничиваясь четырьмя членами для $\beta(t)$:

$$\beta(t) = \beta(t_0) + \frac{t-t_0}{1!} \dot{\beta}(t_0) + \frac{(t-t_0)^2}{2!} \ddot{\beta}(t_0) + \frac{(t-t_0)^3}{3!} \ddot{\beta}(t_0) + \dots$$

$$(1.10')$$

Аналогичные формулы можно выписать и для $r(t)$, $\varphi(t)$.



У тех значений t , для которых эти ряды сходятся, они представляют решение уравнений. Записывая все величины (1.9'), (1.9''), (1.9''') в индексах и зная β_i, r_i, φ_i ,

$\dot{\beta}_i, \dot{r}_i, \dot{\varphi}_i, \ddot{\beta}_i, \ddot{r}_i, \ddot{\varphi}_i, \dddot{\beta}_i, \dddot{r}_i, \dddot{\varphi}_i$, при $i=0$, по формулам

$$\beta_{i+1} = \beta_i + \frac{\Delta t}{1!} \dot{\beta}_i + \frac{\Delta t^2}{2!} \ddot{\beta}_i + \frac{\Delta t^3}{3!} \dddot{\beta}_i + \dots; \quad (1.11')$$

$$r_{i+1} = r_i + \frac{\Delta t}{1!} \dot{r}_i + \frac{\Delta t^2}{2!} \ddot{r}_i + \frac{\Delta t^3}{3!} \dddot{r}_i + \dots;$$

(1.11'')

$$\varphi_{i+1} = \varphi_i + \frac{\Delta t}{1!} \dot{\varphi}_i + \frac{\Delta t^2}{2!} \ddot{\varphi}_i + \frac{\Delta t^3}{3!} \dddot{\varphi}_i + \dots \quad (1.11''')$$

$$\beta_{i+2} = \beta_i + \frac{2\Delta t}{1!} \dot{\beta}_i + \frac{(2\Delta t)^2}{2!} \ddot{\beta}_i + \frac{(2\Delta t)^3}{3!} \dddot{\beta}_i + \dots; \quad (1.12')$$

$$r_{i+2} = r_i + \frac{2\Delta t}{1!} \dot{r}_i + \frac{(2\Delta t)^2}{2!} \ddot{r}_i + \frac{(2\Delta t)^3}{3!} \dddot{r}_i + \dots; \quad (1.12'')$$

$$\varphi_{i+2} = \varphi_i + \frac{2\Delta t}{1!} \dot{\varphi}_i + \frac{(2\Delta t)^2}{2!} \ddot{\varphi}_i + \frac{(2\Delta t)^3}{3!} \dddot{\varphi}_i + \dots \quad (1.12''')$$

можно определить значения приближенных решений $\beta_1, \beta_2; r_1, r_2; \varphi_1, \varphi_2$, при $t_1 = t_0 + \Delta t$ и при $t_2 = t_0 + 2\Delta t$ ($i=0$).

Допустим теперь, что нам известны значения решения $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_i; r_0, r_1, r_2, \dots, r_i; \varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_i$. Тогда неизвестными являются $\dot{\beta}_i, \dot{r}_i, \dot{\varphi}_i, \ddot{\beta}_i, \ddot{r}_i, \ddot{\varphi}_i, \ddot{\beta}_i, \ddot{r}_i, \ddot{\varphi}_i$.

Аналогично (1.11) ряд Тейлора для $\dot{\beta}_{i+1}$ ($i=1, 2, \dots, n$),

$$\dot{\beta}_{i+1} = \dot{\beta}_i + \frac{\Delta t}{1!} \ddot{\beta}_i + \frac{\Delta t^2}{2!} \dddot{\beta}_i + \dots$$

(1.13')

Для исключения из выражения $\dot{\beta}_i$ и $\ddot{\beta}_i$, и получения формул Адамса [4] с четырьмя членами разложения ряда (1.13'), представим по формуле Тейлора $\dot{\beta}_{i-1}$ и $\dot{\beta}_{i-2}$:

$$\dot{\beta}_{i-1} = \dot{\beta}_i + \frac{(-\Delta t)}{1!} \ddot{\beta}_i + \frac{(-\Delta t)^2}{2!} \dddot{\beta}_i + \dots \quad (1.13'')$$

$$\dot{\beta}_{i-2} = \dot{\beta}_i + \frac{(-2\Delta t)}{1!} \ddot{\beta}_i + \frac{(-2\Delta t)^2}{2!} \dddot{\beta}_i + \dots$$

(1.13''')

$$\text{Из (1.13'')} \text{ находим: } \Delta \dot{\beta}_{i-1} = \dot{\beta}_i - \dot{\beta}_{i-1} = \frac{\Delta t}{1} \ddot{\beta}_i - \frac{\Delta t^2}{2} \dddot{\beta}_i. \quad (1.14')$$

Вычитая из членов (1.13'') члены (1.13'''), найдем

$$\Delta \dot{\beta}_{i-2} = \dot{\beta}_i - \dot{\beta}_{i-2} = \frac{\Delta t}{1} \ddot{\beta}_i - \frac{3\Delta t^2}{2} \dddot{\beta}_i. \quad (1.14'')$$

Вычитая из членов (1.14') члены (1.14''), найдем

$$\Delta^2 \dot{\beta}_{i-2} = \Delta \dot{\beta}_{i-1} - \Delta \dot{\beta}_{i-2} = \Delta t^2 \ddot{\beta}_i, \quad (1.14''')$$

$$\text{или отсюда } \ddot{\beta}_i = \frac{1}{\Delta t^2} \Delta \dot{\beta}_{i-2}. \quad (1.15)$$

Подставляя значения (1.15) в (1.14'), получим:

$$\dot{\beta}_i = \frac{1}{\Delta t} (\Delta \dot{\beta}_{i-1} - \frac{1}{2} \Delta \dot{\beta}_{i-2}). \quad (1.15')$$

Подставляя (1.15) и (1.15') в (1.11'), получим, наконец:

$$\beta_{i+1} = \beta_i + \frac{\Delta t}{1} \dot{\beta}_i + \frac{\Delta t}{2} \Delta \dot{\beta}_{i-1} + \frac{5\Delta t}{12} \Delta^2 \dot{\beta}_{i-2}. \quad (1.16)$$



Совершенно аналогичные, как соотношения (1.13') - (1.16), форм записей имеют другие обобщенные переменные. Они выполняются попеременно и одновременно при каждом изменении индекса $i = 1, 2, \dots, n$.

Составлен общий алгоритм решения задачи, включающий также следующий этап решения задачи.

Список литературы

1. Гоберман А.А. Теория, конструкция и расчет строительных и дорожных машин [Текст] / А.А.Гоберман. - М.: «Машиностроение», 1979. - 407 с.
2. Разработка и создание бульдозера-погрузчика с трансформирующимся рабочим органом для повышения эффективности строительства, содержания, ремонта высокогорных автомобильных дорог и сельскохозяйственных работ. [Текст] / Отчет о ГБНИР. –Бишкек: КГУСТА, 2016. – 88 с.
3. Маркеев А.П. Теоретическая механика [Текст] / А.П.Маркеев. - М.: Наука, 1990. – 416 с.
4. Мастяева И.Н. Численные методы [Текст] / И.Н.Мастяева, О.Н.Семенихина. – М.: МЭСИ, 2003. – 241 с.
5. Исаков К. Обоснование геометрических параметров рабочих органов дробильной машины с циклоидальным движением [Текст] / К.Исаков, О.Ж.Рабат, А.Н.Салманова // Вестник КГУСТА. – 2018. - №1(59). – с.45-51.