УДК 539.374 (575.2) (04)

ОСОБЫЕ СЛУЧАИ НАЧАЛЬНОЙ АНИЗОТРОПИИ ПЛАСТИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ И ЕЕ ВЛИЯНИЕ НА НЕКОТОРЫЕ МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

И.В. Гончарова – канд. физ.-мат. наук.,
Б.А. Рычков – докт. физ.-мат. наук

Experimental data on proportional loading of alpha brass tube specimens in different cases of compound stress were analyzed and described on the basis of sliding conception. A new yield criterion for this anisotropic material was submitted. Shear resistance is determined to be the main strength characteristic.

В данной работе проанализированы опыты Дж. Паркера с трубчатыми образцами из α-латуни [1]. Несмотря на то, что в опубликованных экспериментальных данных отсутствуют сведения об упругих составляющих компонент тензора деформаций и значения самих компонент деформаций, а даны только интенсивности пластических деформаций при осуществленных сложных нагружениях трубчатых образцов, удалось теоретически определить характер возникновения пластической деформации. Возникновение и развитие пластической деформации смоделировано (идеализированными) скольжениями по площадкам действия главных касательных напряжений. Особенно интересным является случай так называемого "косого" растяжения, который реализуется путем внутреннего давления и закручивания образца так, что при определенном соотношении между этими силовыми факторами отличным от нуля является только одно главное напряжение, направленное под углом 55,5° к оси образца. В этом случае замеряемая в опыте осевая деформация образца ничтожно мала по величине, но положительна по знаку, последнее обстоятельство позволило выявить последовательность включения в работу соответствующих площадок скольжения, которые возникают вначале в радиальном направлении, а затем и вдоль образующей поверхности образца (z, φ и r – направления соответственно вдоль оси, по касательной к цилиндрической образующей и по радиусу трубки). В результате найдено условие текучести данного анизотропного материала [2]: в случаях осевого и в начальный момент "косого" растяжения реализуется условие текучести Треска (вначале возникает деформация Γ_{zr}), а в случае чистого кручения и в некоторый момент "косого" растяжения (когда наряду с Γ_{zr} возникает деформация $\Gamma_{z\varphi}$) данный материал подчиняется критерию Губера-Мизеса. Это согласуется с выводами авторов эксперимента о разных свойствах данного материала в радиальном направлении и по направлению касательной к цилиндрической образующей образца.

Результаты испытаний даны автором в координатах "приведенное напряжение $\bar{\sigma}$ – приведенная деформация $\bar{\varepsilon}^p$" [1]. Размерность напряжений сохранена такой, как она представлена в данной работе.

Рассмотрим ***"косое" растяжение***; вначале начинает работать площадка $T_{z'r}$. При $\bar{\sigma} > 658 кг/см^2$ подключается площадка $T_{z'\varphi'}$ (момент возникновения скольжений по второй площадке). Скольжения на площадках $T_{z'\varphi'}$ и $T_{z'r}$ доставляют соответственно следующие главные деформации:

$$\Gamma_1 = (\Gamma_{z'})_{z'r} + (\Gamma_{z'})_{z'\varphi'} = \Gamma_{z'} \ ;$$

$$\Gamma_2 = -(\Gamma_{z'})_{z'\varphi'} = \Gamma_{\varphi'} ; \ \Gamma_3 = -(\Gamma_{z'})_{z'r} = \Gamma_r \, .$$

При рассматриваемом напряженном состоянии главное напряжение $\sigma_1 = 3{,}214\sigma_z = \sigma_{z'}$ и $\overline{\sigma} = \sigma_{z'}$.

В качестве основной прочностной характеристики материала используется сопротивление сдвигу, которое в данной работе представлено двумя способами.

1 способ. Согласно упрощенной концепции скольжений в каждой из площадок скольжения T_{ij} сопротивление сдвигу (S_{kl}) непосредственно зависит только от интенсивности скольжений (r_{kl}) по данной площадке, которые возникают когда касательное напряжение τ_{kl} достигает величины S_{kl} (направления k,l лежат в плоскости T_{ij}, угол между осью i и k равен $\pi/4$). Как и ранее [3], будем полагать

$$S_{kl} = \psi(\tau*, \tau_{ij}) + \Psi(\tau*, \tau_{ij}) r_{kl} + A_{ij}(1 - \cos m \wedge l) ,$$

$A_{ij} = const$, где m – направление действия соответствующего главного касательного напряжения, $\tau*$ – некоторая инвариантная величина (в качестве которой в данном случае выбрано октаэдрическое касательное напряжение), ψ и Ψ – материальные функции. Здесь принимается, что функция $\psi(\tau_0, \tau_{ij})$ равна пределам текучести τ_{ij}^T для соответствующего напряженного состояния. Величина А (на основании предыдущих исследований [4]) принимается равной удвоенному нормальному пределу текучести, вызывающему скольжение по соответствующей площадке. Функции $\Psi(\tau_0, \tau_{ij})$ подлежат определению, они находятся при сопоставлении расчетных и экспериментальных диаграмм упрочнения при пропорциональном нагружении в случаях сложного напряженного состояния.

Направление скольжения l в плоскости T_{ij} определяется углом β, который отсчитывается от направления m. Из условия равенства сопротивления сдвигу действующему в его направлении касательному напряжению находится интенсивность скольжений $r(\beta) = r_{kl}(\beta)$.

Суммируя элементарные сдвиги по отдельным площадкам скольжения T_{ij}, найдем составляющие компонент тензора пластической деформации в главных осях. Например, от скольжений по площадке $T_{z\varphi}$ будем иметь

$$(\Gamma_z)_{z\varphi} = -(\Gamma_\varphi)_{z\varphi} = \frac{1}{2} \int_{-\theta_{z\varphi}}^{\theta_{z\varphi}} r(\beta) \cos 2\beta d\beta \, .$$

Таким образом получим компоненты деформации чистого сдвига ($\Gamma_z = -\Gamma_\varphi$) от указанных скольжений.

Границы веера скольжений $\pm\theta_{ij}$ определяются из условия непрерывности скольжений.

В результате для случая косого растяжения получим

$$(\Gamma_{z'})_{z'r} = \frac{1}{2}\left(\tau_{z'r} + 4\tau_{z'r}^T\right)\left(\theta_{z'r} - 0{,}25 \cdot \sin 4\theta_{z'r}\right)\Psi_{z'r}^{-1} ,$$

$$(\Gamma_{z'})_{z't'} = \frac{1}{2}\left(\tau_{z'\varphi'} + 4\tau_{z'\varphi'}^T\right)\left(\theta_{z'\varphi'} - 0{,}25 \cdot \sin 4\theta_{z'\varphi'}\right)\Psi_{z'\varphi'}^{-1} \cdot$$

Функции упрочнения будем искать в виде

$$\Psi_{ij}(\tau_0, \tau_{ij}) = p_{ij} \cdot \left(\frac{\tau_{ij}}{\tau_{ij}^T} - 1\right)^{\alpha_{ij}} .$$

Для этого воспользуемся диаграммой “косого” растяжения, средней для образцов I, II, III [1]. В итоге получим

$$\Psi_{z'r} = 28{,}5 \cdot \left(\frac{\tau_{z'r}}{\tau_{z'r}^T} - 1\right)^{0,7}, \ \Psi_{z'\varphi'} = 25 \cdot \left(\frac{\tau_{z'\varphi'}}{\tau_{z'\varphi'}^T} - 1\right)^{0,4} .$$

2 способ. Сопротивление сдвигу рассматриваем в виде

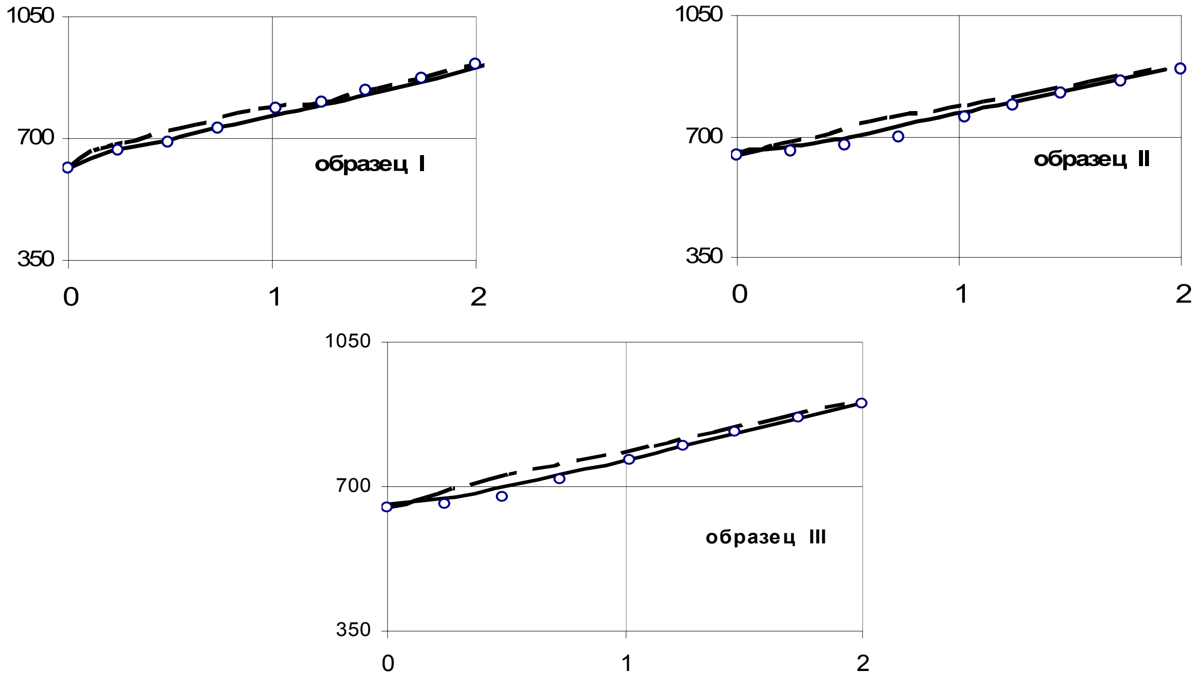
$$S_{ij} = \tau_{ij}^T \left[1 + \Psi_{ij} \Gamma_{ij}\right] = \tau_{ij} \, .$$

Функцию упрочнения ищем в виде

$$\Psi_{ij} = k_{ij} \left(\frac{\tau_{ij}}{\tau_{ij}^T} - 1\right)^{\alpha_{ij}} .$$

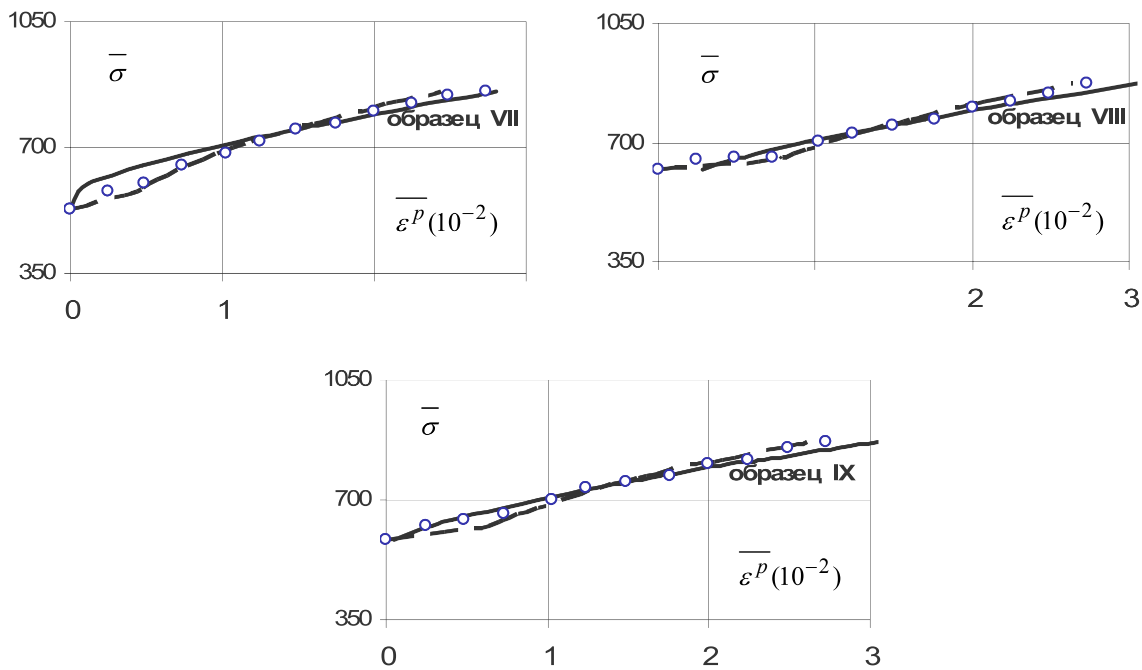
С учетом введенных соотношении пластические деформации выражаются более просто, чем в предыдущем случае:

$$\Gamma_{ij} = \frac{1}{k_{ij}} \left(\frac{\tau_{ij}}{\tau_{ij}^T} - 1\right)^{1-\alpha_{ij}} .$$



1050
700
350
0
1
2
образец I
образец II
образец III

Рис. 1.



1050
700
350
$\overline{\sigma}$
$\overline{\varepsilon^p}(10^{-2})$
0
1
2
3
образец VII
образец VIII
образец IX

Рис. 2.

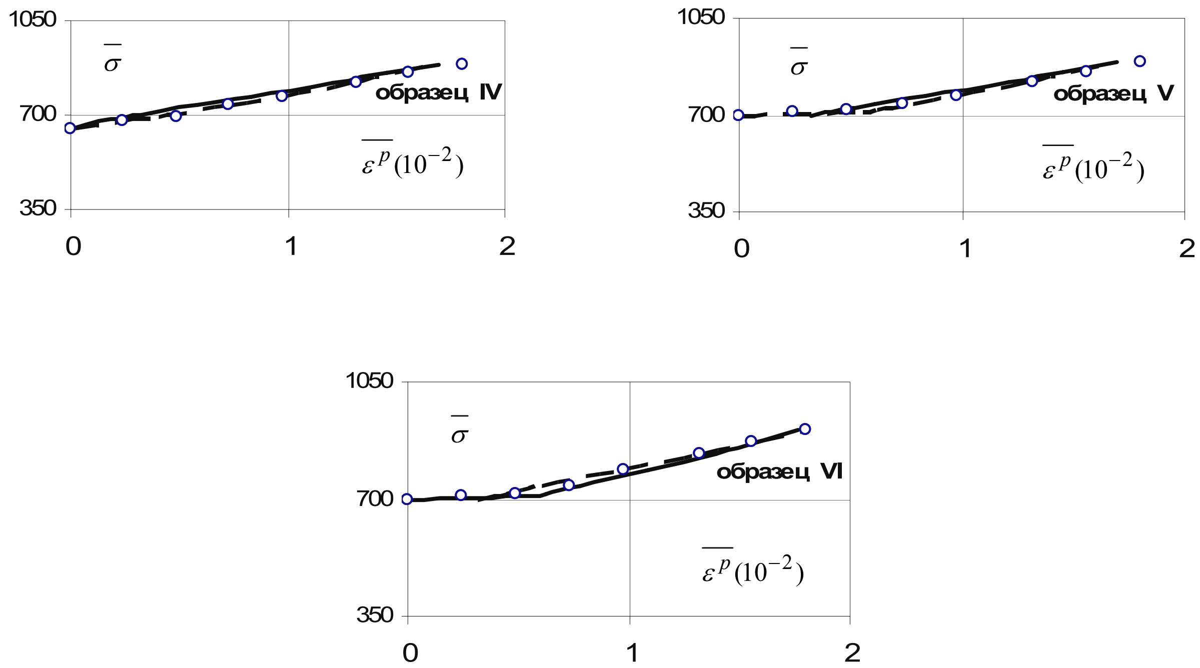


Рис. 3.

Аппроксимируя расчетными зависимостями, соответствующие диаграммы деформирования для “косого” растяжения получим

$$\Psi_{z'r} = 0,4 \cdot \left(\frac{\tau_{z'r}}{\tau_{z'r}^T} - 1 \right)^{0,3}, \ \Psi_{z'\varphi'} = 0,4 \cdot \left(\frac{\tau_{z'\varphi'}}{\tau_{z'\varphi'}^T} - 1 \right)^{0,09}.$$

При таком выборе функций упрочнения выполняется (наблюдаемое в опыте) условие $\Gamma_z \approx 0$.

На рис. 1 приведены расчетные диаграммы для образцов I, II, III. Здесь и далее на рисунках расчетные кривые показаны сплошными (1 способ) и пунктирными (2 способ) линиями, экспериментальные – точками.

Рассмотрим ***внутреннее давление***, при котором $\dfrac{\sigma_\varphi}{\sigma_z} = 2,124$ (это случай почти чистого сдвига). Работает площадка $T_{\varphi r}$ ($\Gamma_\varphi = -\Gamma_r$).

1 способ. Функция упрочнения $\Psi_{\varphi r}$ найдена из диаграммы внутреннего давления, средней для образцов VII, VIII и IX [1]:

$$\Psi_{\varphi r} = 14,28 \cdot \left(\frac{\tau_{\varphi r}}{\tau_{\varphi r}^T} - 1 \right)^{0,4}.$$

2 способ. $\Psi_{\varphi r} = 2,7 \cdot \left(\dfrac{\tau_{\varphi r}}{\tau_{\varphi r}^T} - 1 \right)^{1,6}$.

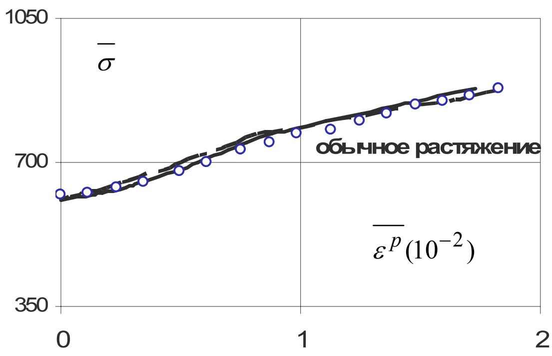
На рис. 2 приведены расчетные и экспериментальные диаграммы для образцов VII, VIII и IX.

Кручение. Скольжения происходят в плоскости $T_{z\varphi}$ ($\Gamma_z = -\Gamma_\varphi$).

1 способ. Функция упрочнения $\Psi_{z\varphi}$ найдена из диаграммы кручения, средней для образцов IV, V и VI [1]: $\Psi_{z\varphi} = 18,18 \cdot \left(\dfrac{\tau_{z\varphi}}{\tau_{z\varphi}^T} - 1 \right)^{0,5}$.

2 способ. $\Psi_{z\varphi} = 0,32 \cdot \left(\dfrac{\tau_{z\varphi}}{\tau_{z\varphi}^T} - 1 \right)^{0,271}$.

На рис. 3 приведены расчетные и экспериментальные диаграммы для образцов IV, V и VI.



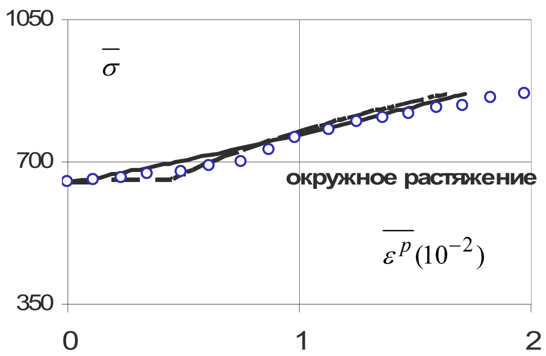


Рис. 4.

При ***окружном растяжении*** могут работать площадки $T_{\varphi r}$ и $T_{\varphi z}$. Если скольжения происходят по площадке $T_{\varphi z}$, то $\Gamma_\varphi = -\Gamma_z$, а в эксперименте $\Gamma_z \approx 0$, следовательно, работает площадка $T_{\varphi r}$. Функция $\Psi_{\varphi r}$ такая же, как в случае внутреннего давления.

На рис. 4 приведены расчетные и экспериментальные диаграммы для окружного растяжения.

При ***обычном растяжении*** сначала работает площадка T_{zr}, при $\tau_{z\varphi} > 380 кг/см^2$ начинает работать площадка $T_{z\varphi}$. Функция упрочнения имеет следующий вид:

1 способ. $\Psi_{zr} = 33{,}33 \cdot \left(\dfrac{\tau_{zr}}{\tau_{zr}^T} - 1\right)^{0{,}8}$.

2 способ. $\Psi_{zr} = 0{,}45 \cdot \left(\dfrac{\tau_{zr}}{\tau_{zr}^T} - 1\right)^{0{,}15}$.

На рис. 4 приведены расчетные и экспериментальные диаграммы для обычного растяжения.

Во всех рассмотренных случаях соответствие теории опыту достаточно хорошее. Кроме того, в отличие от попыток самих авторов эксперимента, четко выявлен механизм возникновения и развития пластической деформации и условия, при которых она реализуется.

Литература

1. *Джилл С., Паркер Дж.* Пластические зависимости между напряжениями и деформациями: некоторые опыты по влиянию пути и истории нагружения // Механика, сб. пер. – №3. – 1960. – С. 113–133).
2. *Goncharova I.V., Rychkov B.A., Kondratieva E.I.* About the yield criterion of anisotropic materials // International Symposium on Developments in Plasticity and Fracture Centenary of M.T. Huber Criterion, august 12–14, 2004, Cracov, Poland. – Cracov, 2004. – P. 32.
3. *Рычков Б.А.* Концепция скольжения и механика ортотропного материала // Изв. АН России. МТТ. – 1996. – №1. – С. 70–79.
4. *Леонов М.Я., Рычков Б.А.* К основам механики пластических материалов // Проблемы прочности. – 1982. – №3. – С. 35–39.