

УДК.624.073.02



А.Т. МАРУФИЙ

ОШТУ, ОШ, КЫРГЫЗСКАЯ РЕСПУБЛИКА

– E-MAIL: OSHTU-MARUFI@RAMBLER.RU

А.Т. MARUFI

OSHTU, OSH, KYRGYZ REPUBLIC

А.А. ЭГЕНБЕРДИЕВА

ОШТУ, ОШ, КЫРГЫЗСКАЯ РЕСПУБЛИКА

E-MAIL: LADY.MARY.10@MAIL.RU

А.А. EGENBERDIEVA

OSHTU, OSH, KYRGYZ REPUBLIC

E.mail. ksucta@elcat.kg

**РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ЗАДАЧИ ИЗГИБА БЕСКОНЕЧНОЙ БАЛКИ НА
ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОМ УПРУГОМ ОСНОВАНИИ С ДВУМЯ ТРАНШЕЯМИ,
РАСПОЛОЖЕННЫМИ В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЧАСТИ ПОД БАЛКОЙ, ПРИ ДЕЙСТВИИ
СИММЕТРИЧНОЙ НАГРУЗКИ**

**RESULTS OF THE CALCULATION IN INFINITE BULL ON A TWO-PARAMETER
ELASTIC BASIS WITH TWO TRENCHES LOCATED IN THE CENTRAL UNDER A
BEATING, WITH THE ACTION OF THE SYMMETRIC LOAD**

Бул макалада мурда алынган аналитикалык чечилиштердин жалпыланган чечилүү ыкмасынын негизинде Фурьенин интегралдык өзгөртмөлөрүнүн колдонуу менен серпилгич негиздеги эки параметрлүү, борбордук бөлүгүнүн астында эки траншея жайгашкан, чексиз устундун ийилүү маселелеринин эсептөө жыйынтыгы алынган. Алынган жыйынтыктарга толук талдоо жүргүзүлгөн.

Чечүүчү сөздөр: жалпыланган чечүү ыкмасы, Фурьенин өзгөртмөсү, серпилгичтүү негиз, ийилүү.

В данной статье рассматриваются результаты расчета задачи изгиба бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с двумя траншеями, расположенными в центральной части под балкой при действии симметричной нагрузки на основе ранее полученного аналитического решения методом обобщенных решений с использованием интегральных преобразований Фурье. Произведен подробный анализ полученных результатов.

Ключевые слова: метод обобщенных решений, преобразование Фурье, упругое основание, изгиб.

This article consider the results of calculating the bending problem an infinite beam on a two-parameter elastic foundation with two trenches located in the central part under the beam under the action of a symmetric load on the basis of the previously obtained analytical solution by the method of generalized solutions using integral Fourier transforms. Produced a detailed analysis of the results.

Keywords: method of generalized solutions, Fourier transform, elastic base, bend.

Введение. В практике проектирования фундаментов зданий и сооружений на просадочных грунтах в центральной части конструкций фундаментов может образоваться провал уже в процессе эксплуатации. Когда нагрузка и неполный контакт расположены в центре достаточно гибкой балки и их размеры несоизмеримы, она может быть рассчитана по расчетной схеме бесконечной балки.

Цель исследования. Численная реализация ранее полученного аналитического решения задачи изгиба бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с двумя траншеями, расположенными в центральной части под балкой, при действии симметричной нагрузки и анализ полученных результатов.

Метод исследования. Составление и отладка программы расчета в среде Delphi и вывод графиков с помощью системы AutoCAD.

В работе [1] получено точное аналитическое решение задачи изгиба бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с двумя траншеями, расположенными в центральной части под балкой, при действии симметричной нагрузки на основе метода обобщенных решений с использованием интегральных преобразований Фурье [2,3,4].

В этом случае интегральное уравнение относительно функции прогибов балки при действии симметричной нагрузки имеет вид [5,6]:

$$W(x) - \int_b^{b+2a} W(t)K(x,t)dt = W_\infty(x) \quad (1)$$

Здесь $W_\infty(x)$ и $K(x,t)$ определяются формулами [1,3]. Однако при решении уравнения (1) возможны три случая:

1. Точка, в которой определяется прогиб балки, находится внутри центрального участка, на котором балка контактирует с основанием ($0 \leq x \leq a$)
2. Точка, в которой ищется прогиб, находится на оставшейся длине балки, где она контактирует с основанием ($b+2a \leq x \leq \infty$).
3. Точка, в которой ищется прогиб, находится внутри участка, на котором под балкой отсутствует основание ($b \leq x \leq b+2a$).

Эти случаи рассмотрим последовательно. В первом случае при ($0 \leq x \leq a$) прогиб балки:

$$W(x) = W_\infty(x) + C_{1\leftarrow} \varphi_{1\leftarrow}(x) + C_{2\leftarrow} \varphi_{2\leftarrow}(x) \quad (2)$$

Действительные значения функции прогибов, углов поворота, изгибающих моментов и поперечных сил на рассматриваемом участке балки при действии на неё сосредоточенной силы в точке $x=0$ (рис.1).

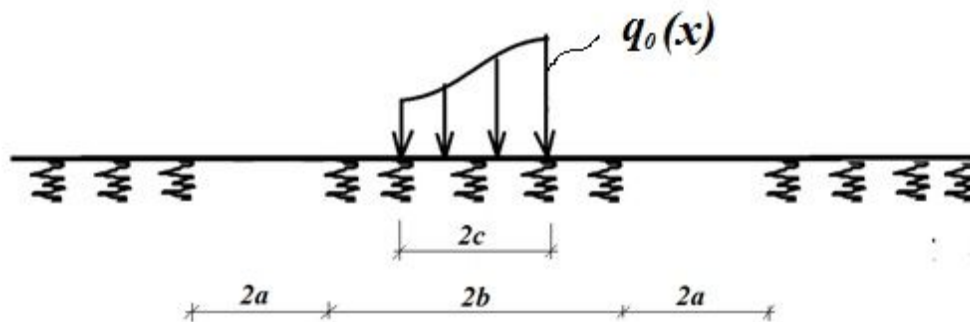


Рис.1. Бесконечная балка на двухпараметрическом упругом основании с двумя участками без основания

$$\begin{aligned} W(x) &= \frac{P}{2EJ\beta^3} \left[\frac{e^{-x}}{4} (\cos x + \sin x) + C_{1\leftarrow} \cos x \operatorname{ch} x + C_{2\leftarrow} \sin x \operatorname{sh} x \right] \\ \varphi(x) &= \frac{P}{2EJ\beta^2} \left[-\frac{e^{-x}}{2} \sin x + (C_{1\leftarrow} + C_{2\leftarrow}) \cos x \operatorname{sh} x + (C_{2\leftarrow} - C_{1\leftarrow}) \sin x \operatorname{ch} x \right] \end{aligned} \quad (3)$$



$$M(x) = -\frac{P}{2\beta} \left[\frac{e^{-x}}{2} (\cos x - \sin x) - 2C_{1<} \sin xshx + 2C_{2<} \cos xchx \right]$$
$$Q(x) = -\frac{P}{2} \left[e^{-x} \cos x - 2(C_{1<} + C_{2<}) \sin xchx + 2(C_{2<} - C_{1<}) \cos xshx \right]$$

При действии распределенной нагрузки на участке балки ($0 \leq x < b$) существуют две функции для определения прогибов балки. Одна из них при ($0 \leq x \leq c$) имеет следующий вид:

$$W(x) = \frac{q}{8EJ\beta^4} \left[1 - e^{-c} (\cos c \cos xchx + \sin c \sin xshx) + C_{1<} \cos xchx + C_{2<} \sin xshx \right] \quad (4)$$

На участке ($c \leq x \leq b$) прогиб балки определяется по формуле:

$$W(x) = \frac{q}{8EJ\beta^4} \left[-e^{-x} (\cos x \cos cchc + \sin x \sin cshc) + C_{1<} \cos xchx + C_{2<} \sin xshx \right] \quad (5)$$

Прогиб балки в пределах $(b+2a) \leq x \leq \infty$:

$$W(x) = W_{\infty}(x) + C_{1>} \varphi_{1>}(x) + C_{2>} \varphi_2(x) \quad (6)$$

Прогиб балки на участке $(b \leq x \leq b+2a)$:

$$W(x) = W_{\infty}(x) + \sum_{i=1}^2 \left[\varphi_{i>}(x) \int_b^x W(t) \psi_i(t) dt + \varphi_{i<}(x) \int_x^{b+2a} W(t) \psi_{i<}(t) dt \right] \quad (7)$$

Для определения прогибов в различных точках этого интервала делим интервал $2a$ на n частей и заменим интегралы в выражении (7) конечными суммами, тогда прогиб в произвольной точке с номером k запишется:

$$W(x_k) = W_{\infty}(x_k) + \sum_{i=1}^2 \left[\frac{x_k - b}{k} \varphi_{i>}(x_k) \sum_{j=0}^{k-1} \psi_{i>}(x_j) W(x_j) + \right. \\ \left. + \frac{(b+2a) - x_k}{n-k} \varphi_{i<}(x_k) \sum_{\xi=k}^{n-1} \psi_{i<}(x_{\xi}) W(x_{\xi}) \right]; \\ x_k = b + \frac{2a}{n} k; \quad x_0 = b; \quad (k=1, 2, \dots, n-1)$$

Давая параметру k различные значения, можем записать систему алгебраических уравнений, из решения которых и определим искомые значения прогиба $W(x_k)$.

Для вычисления значений функций $W^p(x)$ в различных точках делим интервал $(b, b+2a)$ на n частей и как ранее будем иметь:

$$W^p(x_k) = W_{\infty}^p(x_k) + \sum_{i=1}^2 \left[\frac{x_k - b}{k} \varphi_{i>}^{(p)}(x_k) \sum_{j=0}^{k-1} \psi_{i>}(x_j) W(x_j) + \right. \\ \left. + \frac{(b+2a) - x_k}{n-k} \varphi_{i<}^{(p)}(x_k) \sum_{\xi=k}^{n-1} \psi_{i<}(x_{\xi}) W(x_{\xi}) \right] + T_p(x_k) \quad (8)$$

Здесь p – номер производной ($p=1, 2, 3$)

В случае действия распределённой нагрузки, приведенные формулы изменяются лишь в том, что вместо $W_{\infty}(x)$ следует использовать соответствующее значение $W_{\infty}(x)$ из [3] при $x \geq c$.

На основании изложенного в [1] алгоритма точного аналитического решения задачи изгиба бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с двумя траншеями, расположенными в центральной части под балкой, при действии симметричной нагрузки, в виде сосредоточенной силы приложенного в начале координат составлена программа в среде Delphi, а вывод графиков осуществлен в системе AutoCAD [7,8].

Результаты численной реализации приведены на рис.2,3,4 и в таблицах 1,2 и 3.

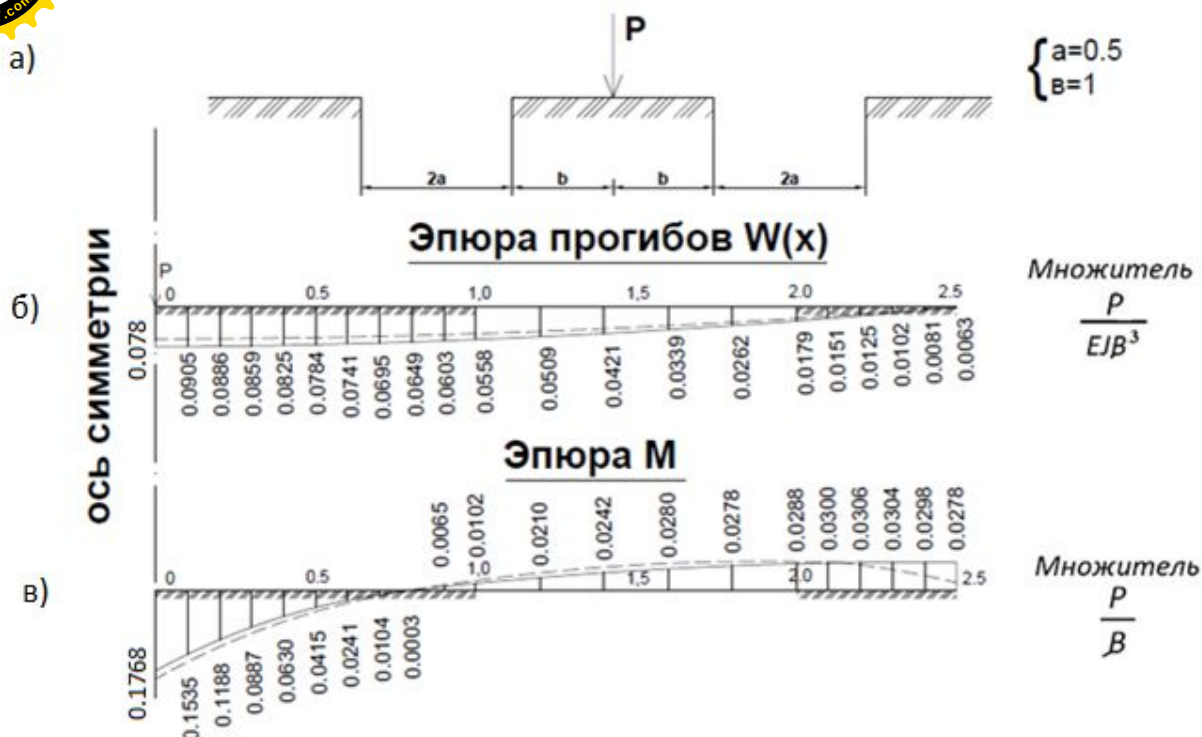
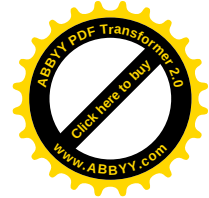
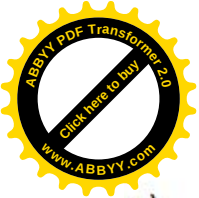


Рис.2. Эпюра прогибов $W(x)$, изгибающих моментов $M(x)$ при $a=0,5$ и $b=1$ бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с двумя траншеями, расположенными в центральной части под балкой

Таблица 1 - Значения прогибов $W(x)$ и изгибающих моментов $M(x)$ при $a=0,5$ и $b=1$ бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с двумя траншеями, расположенными в центральной части под балкой

Координаты	Значения прогибов $W(x)$, при $a=0,5$ и $b=1$	Значения изгибающих моментов $M(x)$, при $a=0,5$ и $b=1$
0.0	0,078	0,1768
0.1	0,0905	0,1535
0.2	0,0886	0,1188
0.3	0,0859	0,0887
0.4	0,0825	0,0630
0.5	0,0784	0,0415
0.6	0,0741	0,0241
0.7	0,0695	0,0104
0.8	0,0649	0,0003
0.9	0,0603	0,0065
1.0	0,0558	0,0102
1.2	0,0509	0,0210
1.4	0,0421	0,0242
1.6	0,0339	0,0280
1.8	0,0262	0,0278
2.0	0,0179	0,0288
2.1	0,0151	0,0300
2.2	0,0125	0,0306
2.3	0,0102	0,0304
2.4	0,0081	0,0298
2.5	0,0063	0,0278

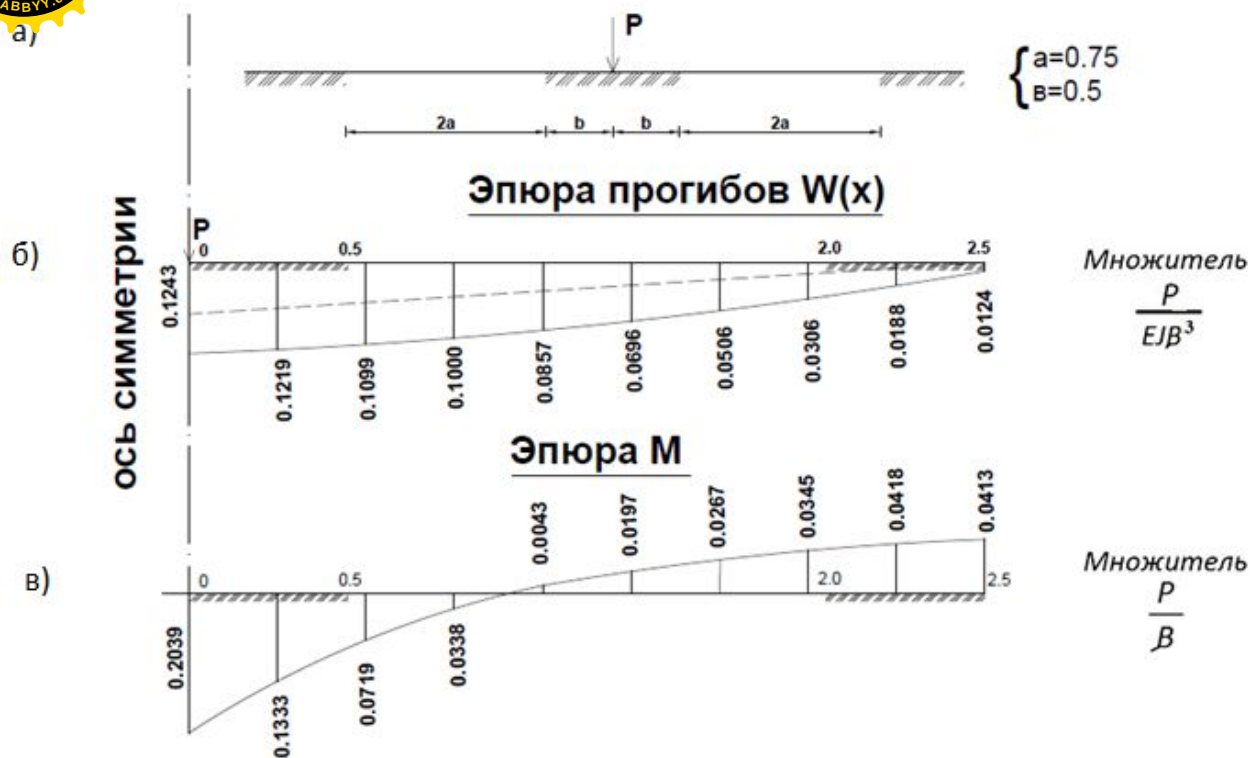
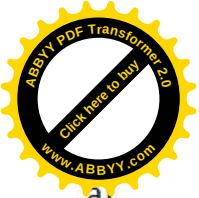


Рис.3. Эпюры прогибов $W(x)$, изгибающих моментов $M(x)$ при $a=0,75$ и $b=0,5$ бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с двумя траншеями, расположенными в центральной части под балкой

Таблица 2 - Значения прогибов $W(x)$ и изгибающих моментов $M(x)$ при $a=0,75$ и $b=0,5$ бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с двумя траншеями, расположенными в центральной части под балкой

Координаты	Значения прогибов $W(x)$, при $a=0,75$ и $b=0,5$	Значения изгибающих моментов $M(x)$, при $a=0,75$ и $b=0,5$
0.0	0,1243	0,2039
0.25	0,1219	0,1333
0.5	0,1099	0,0719
0.8	0,1000	0,0338
1.1	0,0857	0,0043
1.4	0,0696	0,0197
1.7	0,0506	0,0267
2.0	0,0306	0,0345
2.25	0,0188	0,0418
2.5	0,0124	0,0413

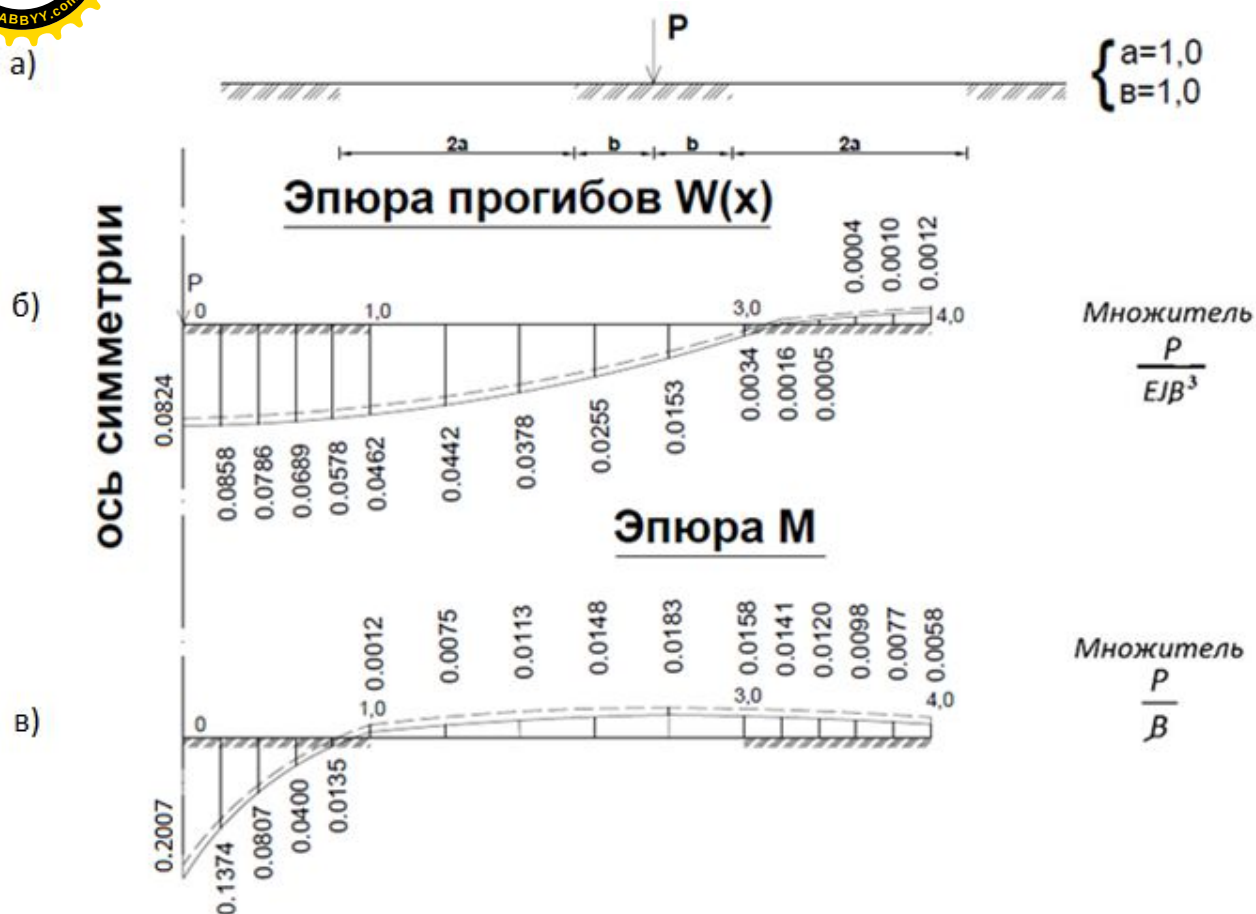
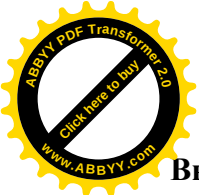


Рис.4. Эпюра прогибов $W(x)$, изгибающих моментов $M(x)$ при $a=1$ и $b=1$ бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с двумя траншеями, расположенными в центральной части под балкой

Таблица 3 - Значения прогибов $W(x)$ и изгибающих моментов $M(x)$ при $a=1$ и $b=1$ бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с двумя траншеями, расположенными в центральной части под балкой

Координаты	Значения прогибов $W(x)$, при $a=1$ и $b=1$	Значения изгибающих моментов $M(x)$, при $a=1$ и $b=1$
0.0	0,0824	0,2007
0.2	0,0858	0,1374
0.4	0,0786	0,0807
0.6	0,0689	0,0400
0.8	0,0578	0,0135
1.0	0,0462	0,0012
1.4	0,0442	0,0075
1.8	0,0378	0,0113
2.2	0,0255	0,0148
2.6	0,0153	0,0183
3.0	0,0034	0,0158
3.2	0,0016	0,0141
3.4	0,0005	0,0120
3.6	0,0004	0,0098
3.8	0,0010	0,0077
4.0	0,0012	0,0058



Выводы. Анализ полученных результатов показывает, что в случае отсутствия контакта балки с основанием в виде двух траншей, расположенных в центральной части балки при параметрах $a=0,5$ (рис.2, табл.1) максимальные значения прогибов увеличиваются в 1,2 раза, а изгибающих моментов в 1,1 раза по сравнению с балкой полностью контактирующей с основанием (см. пунктирные линии на рис.2,б и в). В случае отсутствия контакта балки с основанием размером $a=1$ (рис.4, табл.3) эти соотношения увеличиваются по прогибам в 1,07 раза и изгибающим моментом в 1,05 раза. Также анализ результатов показывает, что в случае отсутствия контакта с основанием под балкой размером $a=1$ (рис.4, табл.3) максимальное значение прогиба увеличится в 2,06 раза, а изгибающего момента в 1,6 раза по сравнению со случаем отсутствия контакта с основанием под балкой размером $a=0,5$ (рис.2, табл.1).

Список литературы

1. Маруфий А.Т. Изгиб бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с двумя траншеями, расположенными в центральной части под балкой, при действии симметричной нагрузки [Текст] /А.Т. Маруфий, А.А. Эгенбердиева // Наука. Образование. Техника. - 2018.-№1,ч.1 - С.5-16.
2. Травуш В.И. Изгиб бесконечной балки на винклеровском упругом основании при отсутствии основания под частью балки [Текст] /В.И. Травуш, Фам Динь Ван // II Республиканская научно-техническая конференция. Научно технический прогресс и экология.- Актау:1992.
3. Травуш В.И. Метод обобщенных решений в задачах изгиба плит на линейно-деформируемом основании [Текст] / В.И. Травуш // Строительная механика и расчет сооружений. -1982. - №1. - С.24-28.
4. Травуш В.И. Об одном методе решения задач изгиба конструкций, лежащих на винклеровском основании [Текст] / В.И. Травуш// Сб. трудов «Вопросы архитектуры и строительства зданий для зрелищ, спорта и учреждений культуры». - М.- 1976.- №4. –С. 83-89.
5. Маруфий А.Т. Математическое моделирование задач изгиба различных схем плит на деформируемом основании с особенностью в основании [Текст] /А.Т. Маруфий, К.Т. Мансуров. - Бишкек: «Илим» НАН КР, 2014. - С.148.
6. Маруфий А.Т. Расчет прямоугольной плиты на упругом основании [Текст] /А.Т. Маруфий, Н.Н.Леонтьев // Сборник трудов МИСИ «Расчет пространственных конструкций». - М. - 1983. - С.122-126.
7. Соколова Т. Ю. AutoCAD – 2008 [Текст] / Т. Ю. Соколова. – СПб: Питер, 2008. – 174 с.
8. Чертик А. А. Программирование в среде Delphi [Текст] / А. А.Чертик. – СПб: Питер, 2008. – 400 с.