УДК: 517.968

КАРАКЕЕВ Т.Т., МУСТАФАЕВА Н.Т.
КНУ им. Ж. Баласагына, Бишкек
KARAKEEV T.T., MUSTAFAEVA N. T.
J. Balasagun KNU, Bishkek tkarakeev@yandex. ru

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛЬТЕРРА ПЕРВОГО РОДА

Биринчи турдегу Вольтерранын сызыктуу эмес интегралдык тендемелер системасын регуляризациялоо

Regularization of a system of nonlinear Volterra integral equations of the first kind

В работе изучаются вопросы регуляризации системы нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода с дифференцируемым ядром, который вырождается в начальной точке диагонали. В предположении существования решения в пространстве непрерывных функций рассматриваемая система уравнений сводится к системе интегральных уравнений Вольтерра третьего рода, на основе которого получен регуляризирующий оператор. Доказана равномерная сходимость регуляризованного решения к точному решению системы интегральных уравнений Вольтерра первого рода, получена оценка допускаемой погрешности и условия единственности решения исходного уравнения в шаре непрерывных функций.
***Ключевые слова**: уравнение Вольтерра; малый параметр; равномерная сходимость.*
Макалада ядросу дифференцирленүүчү жана диагоналдын башкы чекитинде нөлгө айлануучу биринчи түрдөгү Вольтерранын сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер системасын регуляризациялоо маселеси изилденет. Теңдеменин чечими жашайт деген болжолдоонун негизинде аны үчүнчү түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелер системасына келтирип, регуляризацияланган оператор түзүлдү. Регуляризацияланган чыгарылыштын биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелер системасынын так чыгарылышына бир калыпта жыйналуусу далилденди жана кетирилген каталыкты баалоо барабарсыздыгы, чыгарылыштын үзгүлтүксүз функциялар шарында жалгыздыгын камсыздаган шарттар аныкталды.
***Урунттуу свздвр**: Вольтерра теңдемеси; кичи параметр; бир калыпта жыйналуу.*
In this paper, we study the regularization of the system of nonlinear integrated equations of Volterra of the first kind with a differentiable kernel that degenerates at the initial point of the diagonal. Under the assumption of the existence of a solution in the space of continuous functions, the equation under consideration reduces to the Volterra integral equation of the third kind, on the basis of which a regularizing operator is obtained. The uniform convergence of the regularized solution to the exact solution of the system of linear integrated equations of Volterra of the first kind is proved, an estimate of the admissible error and the uniqueness condition for the solution of the initial equation in the ball of continuous functions are obtained.
***Keywords**: Volterra equations; small parameter; uniform convergence.*

Рассмотрим систему нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода

$$\int_0 N_0\big(x,t,u(t)\big)dt = g(x), \qquad (1)$$

где $N_0(x, t, u(t)) = K(x, t)u(t) + N(x, t, u(t))$, искомая вектор-функция $u(x)$ 6 $C_n[0,b]$, для известных вектор-функций *∂(.x), N(x,t,u(t}j* и *nxn* — матричной функции*^(x,* **t**)выполняются условия:

а) $g(x) \in C_n^1[0,b], g(x) = colon\big(g_1(x), \dots, g_n(x)\big), g^{(i)}(0) = 0, i = 0,1;$

б) $K_{i,j}(x,t) \in C^{1,0}(D), D = \{(x,t)/\ 0 \le t \le x \le b\}, i,j = \overline{1,n};$

detK(0,0) = 0,11*K(x,x)*\\ < *c₀k(x),* ||-||-норма матрицы, *к(x) = min k^x),* 0 < *l<i<n*

c₀ = const, ki(x) (i = 1, n)- собственные значения матрицы *[К(x, x) + К*(x, x)]/ 2, К*(x,*я:)-сопряженная матрица к матрице *К(x,x),*/c(0) = 0,*Ух* 6 (О,*Ь]* О < *к(x)*-неубывающая функция;

в)G(x) = L(x, x) + C₂y{x), L(x, t) = *C₂K{x,* t) + *Kₓ(x,* t), 0 < *C₂, C₂ = const, v(x) = diag(g₁(x), ...,gₙ(x)),* *G(x)*\\ < *C₃A(x), A(x) = min^Aiix), Aₜ(x)* (i = 1,*n)* -собственные значения матрицы *[G(x} + G*(x}]/2,* C*(л:)-сопряженная матрица к матрице *G{pc), A{pc) > d₁ₜ* O < *d₁ₜ C₃ = const;*

г) *hi(x)* (i = 1, п)-собственные значения матрицы *[К*(x, x)G(x) + G*(x)K(x, x)]/ 2, min hₜ(x) > c₂к{x)A{x),* O < *c₂ = const;* *l<i<n*

д)N{x,t,u) 6 C*'ᵒᵈ(£> *xR^.Moix.t.u)* 6 Cᵒ'ᵒᵈ(£> x *R^.Moix, x,u)* = 0, *M₀(x, t, u(t)) = C₂N(x, t, u(t))+Nₓ(x, t, u(t)),* , для *t < x, (x, s),* (t, s) 6 *D,* и *(x, s, u), (x, s,* w), (t, s, w), (t, *s,u) E D x R¹,* 0 < *L_N = const* имеет место *M₀(x,s,u) -M₀(x,s,w) -M₀(t,s,w) + M₀(t,s,u)*\\ < *L_N(x - t)**u - w*\\. Действуя оператором *C₂T + C₂I + D,* где / - единичная матрица, -оператор Вольтерра: *(Tv)(x, z) = /u(s,z)v(s,z)ds,D* - оператор дифференцирования по переменной *x,* на систему (1) получим систему уравнений [1]

$$K(x,x)u(x) + \int_0^x G(t)\,u(t)dt = \int_0^x M\big(x,t,u(t)\big)dt + \int_0^x\int_t^x (Bu)(s,t)\,u(t)dsdt +$$

$$+C_1\int_0^x\int_t^x (Vu)(s)N\big(s,t,u(t)\big)\,ds\,dt + f(x), \qquad (2)$$

где $M\big(x,t,u(t)\big) = -M_0\big(x,t,u(t)\big) - [L(x,t) - L(t,t)]u(t), f(x) = C_2 g(x) + g'(x),$

$$(Bu)(s,t) = C_1\big(K_{ij}(s,t)u_i(s)\big), i,j = \overline{1,n},\ \ (Vu)(x) = diag\big(u_1(x), \dots, u_n(x)\big).$$

Рассмотрим систему уравнений с малым параметром *e* из интервала (0,1)

$$\big(\varepsilon I + K(x,x)\big)u_\varepsilon(x) + \int_0^x G(t)\,u_\varepsilon(t)dt$$

$$= \int_0^x M\big(x,t,u_\varepsilon(t)\big)dt + \int_0^x\int_t^x (Bu_\varepsilon)(s,t)\,u_\varepsilon(t)dsdt +$$

$$+C_1\int_0^x\int_t^x (Vu_\varepsilon)(s)N\big(s,t,u_\varepsilon(t)\big)\,dsdt + \varepsilon u(0)$$

$$+ f(x). \qquad (3)$$

С помощью резольвенты *R(x, t, e)=— (el + K(x, x)) X(x, t, e)G(t)* ядра — *(el + K(x, x))* G(t) , где *X(x, t, e)* — матричная функция Коши системы

$$X_x'(x,t,\varepsilon) = -G(x)\big(\varepsilon I + K(x,x)\big)^{-1}X(x,t,\varepsilon),$$

из системы уравнений (3) получим

$$u_\varepsilon(x) = -\int_0^x R(x,t,\varepsilon)\big(\varepsilon I + K(t,t)\big)^{-1}\Bigg\{\int_0^t M\big(t,s,u_\varepsilon(s)\big)ds - \int_0^x M\big(x,s,u_\varepsilon(s)\big)ds +$$

$$+\int_0^t\int_s^t (Bu_\varepsilon)(\nu,s)\,u_\varepsilon(s)d\nu ds - \int_0^x\int_s^x (Bu_\varepsilon)(\nu,s)\,u_\varepsilon(s)d\nu ds + C_1\int_0^t\int_s^t (Vu_\varepsilon)(\nu)\,d\nu \times$$

$$\times N\big(\nu,s,u_\varepsilon(s)\big)ds - C_1\int_0^x\int_s^x (Vu_\varepsilon)(\nu)N\big(\nu,s,u_\varepsilon(s)\big)\,d\nu ds + f(t) - f(x)\Bigg\}dt +$$

$$+\big(\varepsilon I + K(x,x)\big)^{-1}X(x,0,\varepsilon)\Bigg\{\int_0^x M\big(x,t,u_\varepsilon(t)\big)\,dt + \int_0^x\int_t^x (Bu_\varepsilon)(s,t)\,u_\varepsilon(t)dsdt +$$

$$+C_1\int_0^x\int_t^x (Vu_\varepsilon)(s)N\big(s,t,u_\varepsilon(t)\big)\,dsdt\Bigg\} \equiv (Au_\varepsilon)(x). \qquad (4)$$

Приведем известные факты, которыми будем пользоваться в дальнейшем. Пусть *в* = *min(l*, с-L), *I* = *max{*\, с$_0$). Тогда при выполнении условий *б)-г)* имеют место оценки [2]

$$\left\|\big(\varepsilon I + K(x,x)\big)^{-1}\right\| \le \frac{1}{\varepsilon + k(x)}, \|X(x|t,\varepsilon)\| \le exp\left(-\frac{\theta}{l^2}\int_t^x \frac{\lambda(s)}{\varepsilon + k(s)}ds\right),$$

$$\|R(x,t,\varepsilon)\| \le \frac{C_3\lambda(t)}{\varepsilon + k(x)}exp\left(-\frac{\theta}{l^2}\int_t^x \frac{\lambda(s)}{\varepsilon + k(s)}ds\right). \qquad (5)$$

Пусть *u$_E$(x),й$_E$(x)* 6 П$_п$[0, *Ь] = {u(x)* 6 *C$_n$[0, Ь]*\ *u(x)* — *щ*\\ < г$_0$, 0 < *щ,г$_0$* = *const}*. Оценим разность операторов (Лй$_£$)(д:) — (Лй$_£$)(я:). Тогда

$$\left\|\int_0^x R(x,t,\varepsilon)\big(\varepsilon I+K(t,t)\big)^{-1}\left\{\int_0^t [M\big(t,s,\bar u_\varepsilon(s)\big)-M\big(t,s,\tilde u_\varepsilon(s)\big)-\right.\right.$$

$$\left.\left.M\big(x,s,\bar u_\varepsilon(s)\big)+M\big(x,s,\tilde u_\varepsilon(s)\big)]ds+\int_t^x\big[M\big(x,s,\bar u_\varepsilon(s)\big)-M\big(x,s,\tilde u_\varepsilon(s)\big)\big]ds\right\}dt\right\|\le$$

$$\le 2\frac{C_3(C_2L_1+L_2+L_N)}{\varepsilon+k(x)}\int_0^x exp\left(-\frac{\theta}{l^2}\int_t^x\frac{\lambda(s)}{\varepsilon+k(s)}ds\right)(x-t)\frac{\lambda(t)}{\varepsilon+k(t)}\,dt\times$$

$$\times\int_0^x\|\bar u_\varepsilon(s)-\tilde u_\varepsilon(s)\|ds\;\le\frac{2C_3(C_2L_1+L_2+L_N)l^4}{d_1\theta^2}\int_0^x\|\bar u_\varepsilon(t)-\tilde u_\varepsilon(t)\|dt,$$

где $0<L_t, L_2$ — коэффициенты Липшица, соответственно $K(x,\mathrm{t})$ и $K_x(x,i)$ по аргументу

$$\left\|\int_0^x R(x,t,\varepsilon)\big(\varepsilon I+K(t,t)\big)^{-1}\left\{\int_0^t\int_t^x[(B\bar u_\varepsilon)(\nu,s)-(B\tilde u_\varepsilon)(\nu,s)]\tilde u_\varepsilon(s)d\nu ds+\right.\right.$$

$$+\int_t^x\int_s^x[(B\bar u_\varepsilon)(\nu,s)-(B\tilde u_\varepsilon)(\nu,s)\tilde u_\varepsilon(s)d\nu ds+\int_0^t\int_s^x(B\bar u_\varepsilon)(\nu,s)\times$$

$$\left.\left.\times\big(\bar u_\varepsilon(s)-\tilde u_\varepsilon(s)\big)d\nu ds+\int_t^x\int_s^x(B\bar u_\varepsilon)(\nu,s)\big(\bar u_\varepsilon(s)-\tilde u_\varepsilon(s)\big)\,d\nu ds\right\}dt\right\|\le$$

$$\le \frac{4bC_1C_3rM}{\varepsilon+k(x)}\int_0^x exp\left(-\frac{\theta}{l^2}\int_t^x\frac{\lambda(s)}{\varepsilon+k(s)}ds\right)\frac{\lambda(t)(x-t)}{\varepsilon+k(t)}dt\times$$

$$\times\|\bar{u}_\varepsilon(x)-\tilde{u}_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]}\le\frac{4bC_1C_3rMl^4}{d_1\theta^2}\|\bar{u}_\varepsilon(x)-\tilde{u}_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]},$$

$$M=\max_D\|K(x,t)\|,r=r_0+u_0;$$

$$\left\|\int_0^x R(x,t,\varepsilon)(\varepsilon I+K(t,t))^{-1}C_1\left[\int_0^t\int_t^x(V[\bar{u}_\varepsilon-\tilde{u}_\varepsilon])(\nu)\,N(\nu,s,\bar{u}_\varepsilon(s))d\nu ds+\right.\right.$$

$$+\int_t^x\int_s^x(V[\bar{u}_\varepsilon-\tilde{u}_\varepsilon])(\nu)\,N(\nu,s,\bar{u}_\varepsilon(s))d\nu ds+\int_0^t\int_t^x(V\tilde{u}_\varepsilon)(\nu)\,[N(\nu,s,\bar{u}_\varepsilon(s))-$$

$$\left.\left.-N(\nu,s,\tilde{u}_\varepsilon(s))]d\nu ds+\int_t^x\int_s^x(V\tilde{u}_\varepsilon)(\nu)[N(\nu,s,\bar{u}_\varepsilon(s))-N(\nu,s,\tilde{u}_\varepsilon(s))]\,d\nu ds\right]dt\right\|\le$$

$$\le\frac{4C_1C_3\,b(M_{N1}r+M_N)}{\varepsilon+k(x)}\int_0^x exp\left(-\frac{\theta}{l^2}\int_t^x\frac{\lambda(s)}{\varepsilon+k(s)}ds\right)\frac{\lambda(t)(x-t)}{\varepsilon+k(t)}dt\times$$

$$\times\|\bar{u}_\varepsilon(x)-\tilde{u}_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]}\le\frac{4C_1C_3b(M_{N1}r+M_N)l^4}{d_1\theta^2}\|\bar{u}_\varepsilon(x)-\tilde{u}_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]},$$

$$M_N=\max_{D\times R^1}\|N(x,t,u)\|,M_{N1}=\max_{D\times R^1}\|N_u(x,t,u)\|;$$

$$\left\|(\varepsilon I+K(x,x))^{-1}X(x,0,\varepsilon)\int_0^x[M(x,t,\bar{u}_\varepsilon(t))-M(x,t,\tilde{u}_\varepsilon(t))]\,dt\right\|\le$$

$$\le\frac{C_2L_1+L_2+L_N}{\varepsilon+k(x)}\,exp\left(-\frac{\theta}{l^2}\int_0^x\frac{\lambda(s)}{\varepsilon+k(s)}ds\right)\int_0^x(x-t)\|\bar{u}_\varepsilon(t)-\tilde{u}_\varepsilon(t)\|\,dt\le$$

$$\le\frac{(C_2L_1+L_2+L_N)l^2}{ed_1\theta}\int_0^x\|\bar{u}_\varepsilon(t)-\tilde{u}_\varepsilon(t)\|dt;$$

$$\left\|(\varepsilon I+K(x,x))^{-1}X(x,0,\varepsilon)\int_0^x\int_t^x(B\bar{u}_\varepsilon)(s,t)\,(\bar{u}_\varepsilon(t)-\tilde{u}_\varepsilon(t))dsdt+\right.$$

$$\left.+\int_0^x\int_t^x[(B\bar{u}_\varepsilon)(s,t)-(B\tilde{u}_\varepsilon)(s,t)]\,\tilde{u}_\varepsilon(t)dsdt\right\|\le\frac{2C_1rMx}{\varepsilon+k(x)}exp\left(-\frac{\theta}{l^2}\int_0^x\frac{\lambda(s)}{\varepsilon+k(s)}ds\right)\times$$

$$\times\int_0^x\|\bar{u}_\varepsilon(t)-\tilde{u}_\varepsilon(t)\|dt\le\frac{2C_1rMl^2}{ed_1\theta}\int_0^x\|\bar{u}_\varepsilon(t)-\tilde{u}_\varepsilon(t)\|dt\,;$$

$$\left\|(\varepsilon I+K(x,x))^{-1}X(x,0,\varepsilon)\left\{C_1\int_0^x\int_t^x(V\bar{u}_\varepsilon)(s)[N(s,t,\bar{u}_\varepsilon(t))-\right.\right.$$

$$-N\big(s,t,\tilde u_\varepsilon(t)\big)\big]dsdt + C_1\int_0^{x}\int_t^{x}\big(V[\bar u_\varepsilon-\tilde u_\varepsilon]\big)(s)N\big(s,t,\tilde u_\varepsilon(t)\big)\,dsdt\Bigg\}\Bigg\| \le$$

$$\le \frac{2C_1(M_{N1}r+M_N)l^2}{d_1\theta}\int_0^x \|\bar u_\varepsilon(t)-\tilde u_\varepsilon(t)\|dt\,;$$

В итоге, из (4) получим следующее неравенство:

$$\|(A\bar u_\varepsilon)(x)-(A\tilde u_\varepsilon)(x)\|_{C_n[0,b]} \le q\|\bar u_\varepsilon(x)-\tilde u_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]}, \qquad (6)$$

$$q = b\frac{l^2}{d_1\theta}[C_2L_1+L_2+L_N+2C_1(Mr+M_{N1}r+M_N)]\left(e^{-1}+\frac{2C_3l^2}{\theta}\right).$$

Согласно [3, с.392], при $q < 1$ система (4) имеет единственное решение в fl$_n$[0, *b]*.
т
Теорема. Пусть выполняются условия *а) - д), q* < 1и система (1) имеет решение *u(x)* 6 С$_п$[0, *Ь].* Тогда при *г* -» О решение системы (3) равномерно сходится к решению системы (1), причем

$$\|u_\varepsilon(x)-u(x)\|_{C_n[0,b]}$$

$$\le C_4\left((1+C_3l^2\theta^{-1})\left[2l^2(d_1\theta)^{-1}e^{\frac{\theta}{l^2}}\varepsilon^{1-\beta}\|u(x)\|_{C_n[0,b]}+\omega_u(\varepsilon^\beta)\right]\right),$$

$$C_4=(1-q)^{-1}, \omega_u(\varepsilon^\beta) = \sup_{|x-t|\le\varepsilon^\beta}\|u(x)-u(t)\| \quad , \quad 0<\beta<1.$$

Доказательство. С помощью подстановки
г]six) = u$_E$(x) -u(x)
из (2) и (3) получим систему уравнений

$$\big(\varepsilon I+K(x,x)\big)\eta_\varepsilon(x)+\int_0^x G(t)\,\eta_\varepsilon(t)dt = \int_0^x\big[M\big(x,t,u_\varepsilon(t)\big)-M\big(x,t,u(t)\big)\big]dt \;+$$

$$+\int_0^x\int_t^x(Bu)(s,t)\eta_\varepsilon(t)dsdt+\int_0^x\int_t^x(B\eta_\varepsilon)(s,t)u(t)dsdt+C_1\int_0^x\int_t^x(Vu)(s)\big[N\big(s,t,u_\varepsilon(t)\big)-$$

$$-N\big(s,t,u(t)\big)\big]dsdt+C_1\int_0^x\int_t^x(V\eta_\varepsilon)(s)N\big(s,t,u(t)\big)\,dsdt+\varepsilon[u(0)-u(x)].$$

Используя резольвенту $R(x,\,t,\,\varepsilon)$ядра $[-\,(\varepsilon\varepsilon\varepsilon\varepsilon + KK(xx,\,xx))-1GG(tt)]$ из данной системы получим

$$\eta_\varepsilon(x) = -\int_0^{x} R(x,t,\varepsilon)\big(\varepsilon I + K(t,t)\big)^{-1}\Bigg\{\int_0^{t}\big[M\big(t,s,u_\varepsilon(s)\big) - M\big(t,s,u(s)\big) -$$

$$-M\big(x,s,u_\varepsilon(s)\big) + M\big(x,s,u(s)\big)\big]ds - \int_t^x \big[M\big(x,s,u_\varepsilon(s)\big) - M\big(x,s,u(s)\big)\big]dt -$$

$$-\int_0^t\int_t^x (Bu)(v,t)\eta_\varepsilon(t)dvdt - \int_t^x\int_s^x (Bu)(v,t)\eta_\varepsilon(t)dvdt - \int_0^t\int_t^x (B\eta_\varepsilon)(v,t)u(t)dvdt -$$

$$-\int_t^x\int_s^x (B\eta_\varepsilon)(v,t)u(t)dvdt - C_1\int_0^t\int_t^x (V\eta_\varepsilon)(v)N\big(v,s,u(s)\big)\,dvds - \int_t^x\int_s^x (V\eta_\varepsilon)(v)\times$$

$$\times N\big(v,s,u(s)\big)dvds - C_1\int_0^t\int_t^x (Vu)(v)\big[N\big(v,s,u_\varepsilon(s)\big) - N\big(v,s,u(s)\big)\big]\,dvds -$$

$$-C_1\int_t^x\int_s^x (Vu)(v)\big[N\big(v,s,u_\varepsilon(s)\big) - N\big(v,s,u(s)\big)\big]\,dvds\Bigg] + \varepsilon[u(t) - u(x)]\Bigg\}dt +$$

$$+\big(\varepsilon I + K(x,x)\big)^{-1}X(x,0,\varepsilon)\Bigg\{\int_0^x\big[M\big(x,t,u_\varepsilon(t)\big) - M\big(x,t,u(t)\big)\big]\,dt + \int_0^x\int_t^x (B\eta_\varepsilon)(s,t)\times$$

$$\times u(t)dsdt + \int_0^x\int_t^x (Bu)(s,t)\eta_\varepsilon(t)dsdt + C_1\int_0^x\int_t^x (V\eta_\varepsilon)(s)\,N\big(v,t,u(t)\big)dsdt +$$

$$+C_1\int_0^x\int_t^x (Vu)(s)\big[N\big(s,t,u_\varepsilon(t)\big) - N\big(s,t,u(t)\big)\big]\,dsdt + \varepsilon[u(0) - u(x)]\Bigg\}.$$

Отсюда, с помощью оценки (6) имеем

$$\|\eta_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]} \le q\|\eta_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]} + \|\varepsilon(H_\varepsilon u)(x)\|_{C_n[0,b]}, \qquad (7)$$

где $(H_\varepsilon u)(x)$- определяется согласно

$$(H_\varepsilon u)(x) \equiv \int_0^x R(x,t,\varepsilon)\big(\varepsilon I + K(t,t)\big)^{-1}[u(x) - u(t)]dt - \big(\varepsilon I + K(x,x)\big)^{-1}X(x,0,\varepsilon)\times$$

$\times\, [u(x) - u(0)]$,для которого имеет место оценка []

$$\|\varepsilon(H_\varepsilon u)(x)\|_{C_n[0,b]} \le C_5\Big[2l^2\theta^{-1}e^{\frac{\theta}{l^2}}\varepsilon^{1-\beta}\|u(x)\|_{C_n[0,b]} + \omega_u\big(\varepsilon^\beta\big)\Big],\ \ C_5 = 1 + C_3 l^2\theta^{-1},$$

$$\omega_u\big(\varepsilon^\beta\big) = \sup_{|x-t|\le\varepsilon^\beta}\|u(x) - u(t)\|\quad,\quad 0 < \beta < 1.$$

Учитывая условие q < 1, из (7) приходим к оценке теоремы, что и требовалось доказать.

Следствие. При выполнении условий теоремы решение системы (1) единственно в $\Omega_n[0,b]$.

Список цитируемых источников

1. Каракеев Т.Т..Мустафаева Н.Т. Регуляризация линейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода//Наука, техника и образование. - 2017, № 8 (38). - с. 5-11

2. Asanov A. Regularization and Uniqueness of solutions of systems of Volterra integral equations of the third kind// H.-P. blatt, R. Felix, L.G. Lelevkina, M. Sommer Analytical and approximate methods. - Shaker Verlag, Aachen, 2003. P. 15-31.

3. Треногин В.А. Функциональный анализ. - Москва: Наука, 1980.-с.496.

Рецензенты: Искандаров С. - *доктор физико-математических наук НАН КР* ***Кененбаева Г.М. -*** *доктор физико-математических наук НАН КР*

Вестник КНУ №4 2018