

УДК 621.01. 622.23

## К ОБОСНОВАНИЮ МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОРПУСА УДАРНОГО МЕХАНИЗМА С ИНСТРУМЕНТОМ

В.Э. Еремыаиц, А. Арстанбек

Рассмотрены различные модели взаимодействия корпуса ударного механизма с инструментом. Показана перспективность использования модели с сосредоточенными параметрами для оценки динамических нагрузок в системе.

*Ключевые слова:* ударный механизм; корпус; инструмент; удар; напряжения; допустимая скорость соударения.

## TO THE RATIONALE OF THE CASE INTERACTION MODEL IMPACT MECHANISM WITH TOOLS

V.E. Eremyants, A. Arstanbek

The paper regards the various models of interaction of the case impact mechanism with the tool. The perspective of using a model with concentrated parameters for estimating dynamic loads in the system is shown.

*Keywords:* impact mechanism; case; tool; impact; stresses; allowable collision velocity.

Известно [1, 2], что эффективность работы ударного механизма зависит от усилия его прижима к обрабатываемому объекту. Это усилие может создаваться с помощью различных устройств и механизмов. Обычно в качестве критериев при выборе параметров этих устройств выступают ограничения по амплитуде колебаний корпуса механизма и скорости его соударения с инструментом. В работах [2, 3] проведены исследования колебаний корпуса ударного механизма МО-10, используемого для ликвидации налипания угольной массы на внутренней поверхности приемных угольных бункеров.

Конструктивная схема этого механизма показана на рисунке 1.

Он состоит из корпуса 1, в котором размещен кривошипно-коромысловый механизм. Коромысло 2 этого механизма, совершая качательные движения, наносит удары по инструменту 3, который через пята 4 опирается на внешнюю поверхность бункера 5. Под действием ударов происходит очистка внутренней поверхности бункера от налипшей угольной массы.

При работе механизма его корпус под действием реактивных нагрузок совершает колебания, вращаясь относительно оси кривошипа 6. Прижим механизма к инструменту осуществляется с помощью пружин 7. Параметры механизма прижима: его коэффициент жесткости и усилие предва-

рительного поджатия должны выбираться исходя из ограничений на амплитуду колебаний корпуса и скорость его соударения с инструментом.

Амплитуда колебаний ограничена величиной зазора между корпусом и буртиком инструмента (рисунок 1), а скорость соударения корпуса с инструментом – допустимыми напряжениями для инструмента и стенки бункера – пластины. Определение этой скорости и являлось задачей данной работы.

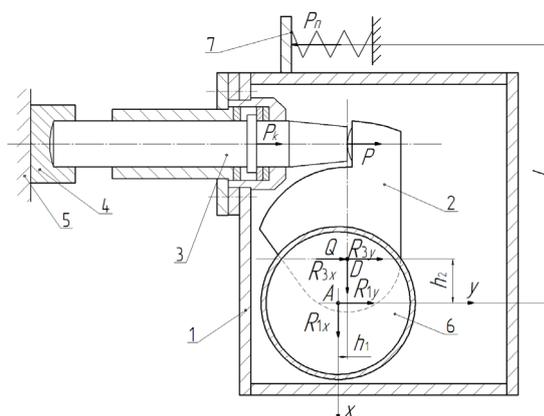


Рисунок 1 – Конструктивная схема ударного механизма МО-10

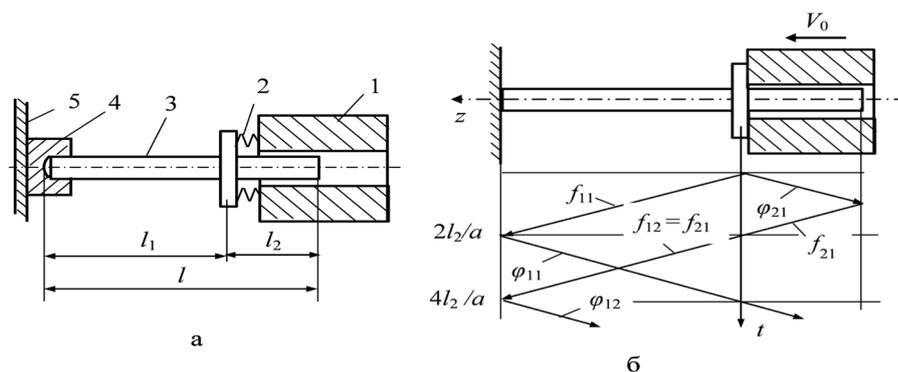


Рисунок 2 – Волновая модель соударения корпуса ударного механизма с инструментом

Волновая модель удара. При решении задачи с помощью волновой теории удара обобщенная модель имела вид, представленный на рисунке 2, а. В ней корпус ударного механизма представлен как жесткое недеформируемое тело 1 массой  $m$ . Местные контактные деформации, обусловленные податливостью детали корпуса, на которую опирается инструмент (рисунок 1), и буртика инструмента, моделировались упругим элементом 2 с коэффициентом жесткости  $s$ .

Этот коэффициент может учитывать и различные элементы для защиты корпуса от ударных нагрузок, например, полиуретановые или резиновые прокладки. Инструмент представлялся в модели как упругий стержень 3 с диаметром  $d$  и площадью поперечного сечения  $S$ , опирающийся через жесткий башмак 4 на пластину 5.

Описание обобщенной волновой модели весьма громоздко. Покажем это на простом примере, когда упругие элементы между корпусом механизма и инструментом отсутствуют, а рабочий конец инструмента опирается на жесткую поверхность (рисунок 2, б). В этом случае на корпус механизма будет действовать наибольшая сила, а в инструменте будут возникать наибольшие напряжения.

В соответствии с данными работ [4, 5] при ударе жестким телом по буртику упругого стержня в стержне возникают две волны деформации: волна сжатия  $f_{11}$  (рисунок 2, б), распространяющаяся в сторону обрабатываемого объекта, и волна растяжения  $\varphi_{21}$ , распространяющаяся в противоположную сторону.

Волна растяжения, достигая правого свободного торца инструмента, отражается от него волной сжатия  $f_{21}$ . В рассматриваемой конструкции длина правой части инструмента  $l_2$  в два раза меньше длины левой части  $l_1$ . Поэтому отраженная волна сжатия проходит через буртик в сторону обрабатываемого объекта без изменения ее параметров ( $f_{22} = f_{21}$ ), и налагается на начальную волну сжатия  $f_{11}$ , когда передний фронт этой волны уже достиг

объекта. При этом скорость перемещения буртика возрастает и происходит его отход от корпуса ударного механизма. Впоследствии, под действием волны  $\varphi_{11}$ , отраженной от опоры, буртик вновь входит в контакт с корпусом. Таких повторных контактов может быть несколько.

Движение волн деформаций по инструменту описывается одномерными волновыми уравнениями, решение которых ищется в виде:

$$u_1(z, t) = f_{1i}(at - z) + \varphi_{1i}(at + z);$$

$$u_2(z, t) = f_{2i}(at - z) + \varphi_{2i}(at + z), \quad (1)$$

где  $u_1, u_2$  – перемещение сечений соответственно левого и правого участка инструмента;  $z$  – координата сечения;  $t$  – время;  $a$  – скорость распространения волны деформации в стержне; индекс 1 соответствует волне, распространяющейся по левому участку стержня длиной  $l_1$ , а индекс 2 – по правому участку длиной  $l_2$ ;  $i$  – номер волны деформации;  $f(at - z)$  и  $\varphi(at + z)$  – функции, описывающие перемещение сечений в волнах, распространяющихся соответственно в положительном и отрицательном направлении оси  $z$ . Эти функции находятся из граничных и начальных условий задачи.

При расположении оси  $z$  в среднем сечении буртика граничные условия во время контакта корпуса с буртиком инструмента имеют вид:

$$u_1(0, t) = u_2(0, t) = u_3(0, t); \quad (2)$$

$$ES \left( \frac{\partial u_1}{\partial z}(0, t) + \frac{\partial u_2}{\partial z}(0, t) \right) - m \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}(0, t) = 0; \quad (3)$$

$$u_1(l_1, t) = 0; \quad \frac{\partial u_1}{\partial t}(l_1, t) = 0; \quad \frac{\partial u_2}{\partial z}(-l_2, t) = 0, \quad (4)$$

где  $u_3(0, t)$  – перемещение корпуса ударного механизма;  $E$  – модуль упругости материала инструмента.

Подставляя решения (1) в граничные условия (2), (3) и учитывая, что в начальный период удара отраженных волн в участках стержня нет, то есть  $\varphi_{11} = 0, f_{21} = 0$ , получим дифференциальное уравнение относительно функции  $f_{11}(\xi)$ :

$$f_{11}''(\xi) + hf_{11}'(\xi) = 0, \quad (5)$$

где  $\xi = at$ ;  $h = 2\rho S / m$ ;  $\rho$  – плотность материала инструмента.

Решая это уравнение при начальных условиях:

$$u_1(0,0) = u_2(0,0) = u_3(0,0) = 0;$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t}(0,0) = \frac{\partial u_2}{\partial t}(0,0) = \frac{\partial u_3}{\partial t}(0,0) = V_0,$$

где  $V_0$  – скорость соударения корпуса механизма с инструментом, и учитывая (2), найдем:

$$f_{11}(at-z) = \frac{V_0}{ha}(1 - e^{-h(at-z)}); \quad \varphi_{21}(at+z) = \frac{V_0}{ha}(1 - e^{-h(at+z)}). \quad (6)$$

При этом напряжения в волнах деформации и усилия  $P_k$ , действующие на корпус механизма, определяются как:

$$\sigma_{11}(z,t) = E \frac{\partial f_{11}}{\partial z} = -\rho a V_0 e^{h(at-z)}; \quad \sigma_{21}(z,t) = E \frac{\partial \varphi_{21}}{\partial z} = \rho a V_0 e^{h(at+z)}; \quad (7)$$

$$P_k(0,t) = P_1(0,t) - P_2(0,t) = -2\rho a S V_0 e^{-hat}. \quad (8)$$

В этих формулах знак минус соответствует волне сжатия, а плюс – волне растяжения.

Волна, описываемая функцией  $f_{11}(z,t)$ , достигая жесткой опоры инструмента, отражается от нее без изменения величины и знака деформаций, т. е. волной сжатия  $\varphi_{11}$ . При наложении этой волны на начальную волну  $f_{11}$  максимальные напряжения сжатия у опорного конца инструмента удваиваются, достигая величины  $2\rho a V_0$ .

Как уже отмечалось, при прохождении волны сжатия  $f_{21}$  через буртик инструмента происходит его отход от корпуса. С этого момента граничные условия (2), (3) изменяются и принимают вид:

$$u_1(0,t) = u_2(0,t); \quad \frac{\partial u_3}{\partial t}(0,t) = V_0 e^{-2ht}.$$

При этом волна сжатия  $f_{21}$ , отраженная от свободного торца инструмента, беспрепятственно проходит через буртик инструмента из его правой части в левую.

Волна  $\varphi_{11}$ , отраженная от опоры, распространяясь в сторону корпуса, в среднем сечении инструмента встречает волну сжатия  $f_{22}$ , движущуюся от свободного торца инструмента. Расчеты показывают, что наложение этих волн в среднем сечении инструмента приводит к возрастанию напряжений в нем до величины  $2,957\rho a V_0$ .

При действии волны сжатия  $\varphi_{11}$  на буртик инструмента, его скорость уменьшается и даже может измениться по знаку. В результате этого произойдет повторный контакт корпуса с буртиком инструмента и надо вновь вернуться к граничным условиям (2), (3).

Расчеты показывают, что при повторных контактах напряжения в инструменте будут возрастать,

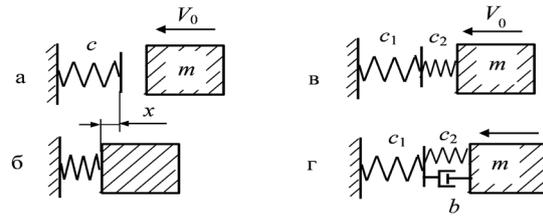


Рисунок 3 – Дискретные модели взаимодействия корпуса ударного механизма с инструментом

и до завершения этого повторно-ударного процесса необходимо рассмотреть более десяти периодов собственных колебаний инструмента. Это приводит к необходимости большого числа вычислений, что является недостатком волновой модели удара.

Модель удара с дискретными параметрами. Значительно упростить процедуру расчета позволяет модель с дискретными параметрами. Основание возможности применения такой модели основано на том, что масса инструмента (2,47 кг) в 30 раз меньше массы корпуса  $m$ , которая составляет 75 кг. При этом податливость инструмента намного больше податливости корпуса. В этом случае деформируемая часть инструмента может быть представлена в модели в виде безинерционного упругого элемента с коэффициентом жесткости:

$$c = ES / l_1.$$

Теперь модель состоит из жесткой массы  $m$  (рисунок 3, а, б), наносящей удар по упругому элементу с коэффициентом жесткости  $c$ . Уравнение движения этой модели:

$$\ddot{x} + k^2 x = 0; \quad k^2 = c / m, \quad (9)$$

где  $x$  – перемещение массы.

Решением этого уравнения при начальных условиях:

$$x(0) = 0; \quad \dot{x}(0) = V_0, \quad (10)$$

является простая функция:

$$x(t) = \frac{V_0}{k} \sin kt. \quad (11)$$

Зная эту функцию можно найти максимальные усилия, действующие на корпус ударного механизма  $P_m$ , максимальные напряжения в инструменте  $\sigma_m$ , время действия усилий  $\tau$  и допускаемую по условию прочности инструмента скорость соударения корпуса с инструментом  $[V_0]$ :

$$P_m = cx_m = V_0 \sqrt{cm}; \quad \sigma_m = \frac{P_m}{S}; \quad \tau = \frac{\pi}{k}; \quad [V_0] = \frac{[\sigma]S}{\sqrt{cm}}. \quad (12)$$

где  $[\sigma]$  – допускаемые напряжения для инструмента.

Для рассматриваемого механизма МО-10 при следующих исходных данных:  $[\sigma_1] = 240$  МПа,

$\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$ ,  $E = 20,4 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ ,  $a = 5120 \text{ м/с}$ ,  
 $S = 12,566 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ,  $m = 75 \text{ кг}$ ,  $l_2 = 0,168 \text{ м}$ , получим:

$$c = 15,26 \cdot 10^8 \text{ Н/м}; [V_0] = 0,891 \text{ м/с}.$$

При такой скорости удара  $P_m = 301,6 \text{ кН}$ ;  
 $k = 4510 \text{ с}^{-1}$ ;  $\tau = 6,97 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ .

Данная модель позволяет учесть и упругие элементы, расположенные между буртиком инструмента и корпусом для снижения напряжений, возникающих в корпусе и инструменте. В этом случае модель имеет вид, показанный на рисунке 3, в, где упругий элемент с коэффициентом жесткости  $c_1$  соответствует инструменту, а элемент с коэффициентом жесткости  $c_2$  – местным контактными деформациям или упругим прокладкам.

В модели два упругих элемента можно заменить одним с приведенным коэффициентом жесткости, и привести ее к модели, показанной на рисунке 3, а. Приведенный коэффициент жесткости двух упругих элементов, расположенных последовательно, определяется по известной формуле [5]:

$$c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}.$$

Отметим, что приведенный коэффициент жесткости всегда меньше меньшего из коэффициентов составляющих упругих элементов.

Недостатком этой модели является то, что вследствие ее автономности коэффициент восстановления скорости корпуса после удара равен единице. В действительности из-за расхода энергии на колебания пластины и контактные пластические деформации элементов системы, коэффициент восстановления скорости корпуса будет меньше единицы.

В связи с этим, более перспективной является модель, учитывающая рассеяние энергии в системе, путем введения в нее демпфирующего элемента (рисунок 3, г). Эта модель позволяет относительно просто учесть затраты энергии на колебания пластины, а также демпфирующие элементы в контакте корпуса с инструментом или пластические контактные деформации. Они моделируются силой вязкого сопротивления, пропорциональной скорости движения массы:

$$F = b\dot{x},$$

где  $b$  – коэффициент вязкого сопротивления, который определяется по известной величине энергии, рассеиваемой в системе за один цикл колебаний.

В этом случае уравнение движения имеет вид:

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + k^2x = 0; \quad 2h = b/m, \quad (13)$$

а его решением при прежних начальных условиях (10), являются функции:

$$\text{при } k > h \quad x(t) = \frac{V_0}{\lambda} e^{-ht} \sin \lambda t; \quad \lambda = \sqrt{k^2 - h^2};$$

$$\text{при } k < h \quad x(t) = \frac{V_0}{\lambda^*} e^{-ht} \sinh \lambda^* t; \quad \lambda^* = \sqrt{h^2 - k^2}.$$

При этом максимальные усилия, действующие на корпус механизма, время удара и коэффициент восстановления скорости при ударе определяются по формулам:

$$\text{при } k > h \quad P_m = \frac{AV_0}{k} e^{-\frac{h}{\lambda} \arctg \frac{\lambda}{h}}; \quad \tau = \pi / \lambda; \quad R = e^{-\frac{\pi h}{\lambda}};$$

$$\text{при } k < h \quad P_m = \frac{cV_0}{h - \lambda^*} \left( \frac{h + \lambda^*}{h - \lambda^*} \right)^{-\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{h}{\lambda^*} \right)}; \quad \tau \rightarrow \infty; \quad R = 0.$$

Максимальные напряжения в инструменте и допустимая скорость соударения корпуса ударного механизма с инструментом находятся как:

$$\sigma_m = P_m / S; \quad [V_0] = [\sigma_0] S / P_m.$$

Таким образом, проведенный анализ показывает, что при исследовании процесса взаимодействия корпуса ударного механизма с инструментом с целью определения допустимой скорости их соударения наиболее перспективной является модель с дискретными параметрами. Она проста в математическом описании, не требует громоздких расчетов и дает верхнюю оценку допустимой скорости соударения. В действительности эта скорость меньше найденной по предлагаемой модели. Но эта разница уходит в запас прочности соударяющихся тел.

#### Литература

1. Алимов О.Д. О взаимосвязи основных параметров машин ударного действия с усилием подачи / О.Д. Алимов // Труды Николаевского кораблестроительного ин-та. Вып. 169. Николаев, 1982. С. 38–44.
2. Еремьянц В.Э. Определение минимального усилия прижатия ударного механизма МО-10 к поверхности бункера / В.Э. Еремьянц, Алишер Арстанбек // Машиноведение: сб. научн. тр. Вып. 9. / НАН КР. Ин-т машиноведения. Бишкек: Илим, 2014. С. 80–83.
3. Еремьянц В.Э. Влияние жесткости механизма прижима на колебания корпуса ударного механизма МО-10 / В.Э. Еремьянц, Арстанбек Алишер // Вестник КPCУ. 2017. Том 17. № 5. С. 15–19.
4. Алимов О.Д. Распространение волн деформаций в ударных системах / О.Д. Алимов, В.К. Манжосов, В.Э. Еремьянц. Фрунзе: Илим, 1978. 196 с.
5. Еремьянц В.Э. Динамика ударных систем. Моделирование и методы расчета / В.Э. Еремьянц. Саарбрюккен, Германия: Изд. дом Palmarium Academic Publishing, 2012. 586 с.