## МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ИНДУКТОРА С РАЗНЫМИ СИСТЕМАМИ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ

**Чиркин Василий Германович**, аспирант кафедры электромеханики, электрических и электронных аппаратов Национальный исследовательский университет «МЭИ», Россия, 111250, Москва, Красноказарменная, 14, e-mail: <u>chirkinvg@mpei.ru</u>, ORCID ID: 0000-0002-6607-8738

Гончаров Владимир Иванович, старший преподаватель кафедры электромеханики, электрических и электронных аппаратов Национальный исследовательский университет «МЭИ», Россия, 111250, Москва, Красноказарменная, 14, e-mail: <u>goncharovvi(ampei.ru</u>, ORCID ID: 0000-0002-4753-534X

Ширинский Сергей Владимирович, к.т.н., доцент кафедры электромеханики, электрических и электронных аппаратов Национальный исследовательский университет «МЭИ», Россия, 111250, Москва, Красноказарменная, 14, e-mail: <u>shirinskiisvampei.ru</u>, ORCID ID: 0000-0001-7663-9175

**Чистяков Сергей Михайлович**, старший преподаватель кафедры электромеханики, электрических и электронных аппаратов Национальный исследовательский университет «МЭИ», Россия, 111250, Москва, Красноказарменная, 14, e-mail: <u>chistiakovsmampei.ru</u>. ORCID ID: 0000-0003-4184-5416

### Аннотация

В статье приводится вывод аналитических формул для расчета магнитного поля, созданного разными системами постоянных магнитов на индукторе линейной синхронной машины с постоянными магнитами с плоским воздушным зазором. Выражения были получены на основании известного аналитического решения задачи о распределении магнитного поля линейного тока, расположенного над плоским ферромагнитным сердечником. Постоянные магниты моделировались на основании амперовской модели, представляющей постоянный магнит в виде участка магнитной цепи, ограниченного с двух сторон токовыми слоями. В результате были получены расчетные формулы для нормальной составляющей магнитной индукции на поверхности гладкого ферромагнитного сердечника, созданного различными системами постоянных магнитов при отсутствии элементов магнитной цепи, выполненных из магнитомягких материалов. Расчеты были дополнены серией численных экспериментов на конечно-элементных моделях, по результатам которых были построены аналогичные зависимости величины магнитной индукции поля индуктора в воздушном зазоре в конструкциях, содержащих магнитомягкие участки магнитной цепи, называемых также концентраторами потока. Точность полученных выражений была оценена при расчете конкретных конструкций с постоянными магнитами и магнитомягкими блоками магнитной цепи.

**Ключевые слова:** системы постоянных магнитов, магнитное поле, индуктор, постоянные магниты, распределение индукции, аналитические выражения, метод конечных элементов.

# MAGNETIC FIELD OF INDUCTOR WITH VARIOUIS SYSTEMS OF PERMANENT MAGNETS

*Chirkin Vasily Germanovich*, graduate student department of Electromechanics, Electrical and Electronic Apparatuses National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Krasnokazarmennaya, 14, Moscow, 111250, Russia, e-mail: <u>chirkinvg@mpei.ru</u>, ORCID ID: 0000-0002-6607-8738

Goncharov Vladimir Ivanovich, Senior Lecturer department of Electromechanics, Electrical and Electronic Apparatuses National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Krasnokazarmennaya, 14, Moscow, 111250, Russia, e-mail: goncharovvi@mpei.ru, ORCID ID: 0000-0002-4753-534X

Shirinsky Sergey Vladimirovich, Ph.D., assistant professor department of Electromechanics, Electrical and Electronic Apparatuses National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Krasnokazarmennaya, 14, Moscow, 111250, Russia,, к.т.н., доцент, e-mail: shirinskiisv@mpei.ru, ORCID ID: 0000-0001-7663-9175

*Chistyakov Sergey Mikhailovich*, Senior Lecturer department of Electromechanics, Electrical and Electronic Apparatuses National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Krasnokazarmennaya, 14, Moscow, 111250, Russia, e-mail: chistiakovsm@mpei.ru, ORCID ID: 0000-0003-4184-5416

# Abstract

The paper presents the derivation of analytical formulas for calculating the magnetic field created by different permanent magnet systems of the inductor of a linear permanent magnet synchronous machine with a planar air gap. Expressions were obtained on the basis of the known analytical solution of the magnetic field distribution problem of a linear current disposed above a planar ferromagnetic core. Permanent magnets were modelled on the basis of the Ampere model, which represents a permanent magnet as an element of a magnetic circuit, bounded on both sides by current layers. As a result, calculation formulas were obtained for the normal component of the flux density on the surface of a smooth ferromagnetic core created by various systems of permanent magnets in the absence of magnetic circuit elements made of soft magnetic materials. The calculations were supplemented by a series of numerical experiments on finite element models. The numerical experiments resulted in analogous dependences of the inductor field flux density magnitude of the air gap, which was obtained in structures containing soft magnetic elements of the magnetic circuit, also called flux concentrators. The accuracy of the expressions obtained was evaluated in the calculation of specific designs with permanent magnets and soft magnetic elements of the magnetic circuit.

**Keywords**: permanent magnet system, magnetic field, inductor, permanent magnets, flux density distribution, analytical expressions, finite element method.

# I. Введение

При проектировании линейных электрических машин, как генераторов, так и двигателей, возникает необходимость найти рациональное соотношение между размерами и электромагнитными нагрузками, в частности, между полюсным делением и индукцией в воздушном зазоре. Такая задача возникает обычно на самой ранней стадии разработки и в этом случае весьма желательно воспользоваться аналитическими методиками расчета.

Аналитическим решениям полевых задач, рассматривающих поле в зазоре магнитоэлектрических машин, в последнее время посвящено достаточно много публикаций. В частности, в [1] магнитное поле в режиме нагрузки рассчитывалось как суперпозиция поля холостого хода, созданного магнитами, и поля якоря. При этом использовались аналитические решения полевых задач, сформулированных для гладких сердечников при

## Известия КГТУ им. И.Раззакова 44/2017

учете зубчатости соответствующими коэффициентами зазора. Метод был рекомендован для использования при проектировании машин этого типа.

Большое число работ, основанных на аналитическом подходе, посвящено расчету зубцовых пульсаций электромагнитного момента, возникающих, как известно, в машинах с постоянными магнитами и представляющих одну из проблем, подлежащих решению. К числу таких работ относятся, например, [2] и [3]. Так, в [2] зубцовые моменты рассчитывались по максвелловским натяжениям, определенным на контуре, проведенном в воздушном зазоре. Распределение радиальной и тангенциальной составляющих индукции находилось с учетом зубчатости сердечника статора в результате использования конформных преобразований. Для 4-полюсного двигателя мощностью 7 кВт с поверхностными постоянными магнитами на роторе результаты аналитических расчетов хорошо совпали с результатами, полученными на конечно-элементных моделях.

Расчет пульсаций момента при нагрузке более сложен, чем расчет зубцовых пульсаций при холостом ходе. В [3] на основании анализа публикаций на эту тему (в списке ссылок 39 названий) авторы статьи пришли к выводу, что ни один из описанных в литературе методов расчета пульсаций момента при нагрузке не является вполне удовлетворительным. В статье разработан подход, сочетающий расчет момента по виртуальной работе и метод, использующий замороженное распределение магнитной проницаемости стали. Проверка на конечно-элементных моделях подтвердила эффективность этого метода.

Ряд статей, посвященных расчету поля в зазоре электрических машин с постоянными магнитами на роторе (или на подвижной части линейной машины) аналитическими методами, опубликован группой исследователей под руководством Е.А. Ломоновой [4 - 7]. В частности, в [4] аналитические выражения, учитывающие зубчатость сердечников и продольный краевой эффект, использовались для расчета тягового и нормального усилий в линейном двигателе с постоянными магнитами. Силы, действующие на сердечник, рассчитывались по максвелловским натяжениям вдоль контура, плотно прилегающего к поверхности сердечника. Результаты расчета нормальной составляющей силы и момента использовались для оценки условий работы подшипников, в том числе при расчете надежности.

Аналитические методы применялись и для расчета поля, включая поля рассеяния в зазоре и по коронкам зубцов, в магнитоэлектрических машинах с магнитной редукцией. В частности, такой подход применен в [8] к низкоскоростным линейным двигателям, для которых определение параметров рассеяния является одной из основных проблем. Точность аналитической методики, разработанной в [8], была подтверждена расчетом по методу конечных элементов.

Расчет потерь в постоянных магнитах, особенно важный при проектировании высокоскоростных машин, также может быть выполнен на основе аналитических решений. Примером таких работ может служить [9], в которой представлены аналитические выражения для расчета потерь, учитывающие влияние зубчатости сердечника, пространственных и временных гармоник поля. В статье оценено также влияние размерных соотношений: раскрытия пазов к полюсному делению, угла полюсного перекрытия магнита, влияние сегментирования магнитов по ширине полюсного деления, соотношения между числом пазов и числом полюсов машины. Учет этих факторов позволил не только повысить точность расчетов, но и лучше представить физические явления, в результате которых возникают потери.

Аналитическое решение задачи о распределении поля, созданного структурой Халбаха, приведено в [10]. Принятые допущения состояли в том, что, во-первых, ряд магнитов предполагался бесконечно протяженным и, во-вторых, рассматривалась только основная гармоника поля, затухающая в нормальном направлении, значительно медленнее, чем высшие гармоники. Для устройств, имеющих большие размеры, таких как линейные двигатели для высокоскоростного наземного транспорта, точность полученных аналитических выражений оказалась вполне приемлемой.

Предлагаемая статья имеет целью расширить возможности аналитических расчетов на начальной стадии проектирования магнитоэлектрических линейных машин.

### П. Постановка и решение задачи

Вначале рассмотрим распределение нормальной составляющей индукции плоскопараллельного поля системы постоянных магнитов, созданного на поверхности плоского сердечника, при условии, что кроме самого сердечника магнитомягких элементов в магнитной цепи нет.

Известно аналитическое выражение для комплексной потенциальной функции  $w(z) = \varphi + j\psi$ , где  $\varphi$  - функция потока, определенная для плоскопараллельного поля через векторный магнитный потенциал:  $\varphi = A_z/\mu$  ( $\mu$  - магнитная проницаемость среды),  $\psi$  - скалярный магнитный потенциал, для поля, созданного линейным током бесконечно малого сечения, расположенным над ферромагнитным сердечником на оси ординат комплексной плоскости *z* (рис. 1):

$$w(z) = (I/2\pi)\ln(z^2 + g^2), \tag{1}$$

где *g* –расстояние от тока до плоскости сердечника [11, 12].

Расположив действительную ось 0х на поверхности сердечника, получим, что

$$w(z) = \varphi(x) = (I/2\pi)\ln(x^2 + g^2) = (1/\mu)A_z.$$
(2)

Учитывая, что нормальная составляющая индукции на поверхности сердечника равна

$$B(x) \cdot dx = \mu_0 \frac{I}{2\pi} \left( \ln(x^2 + g^2) \right),$$
(3)

получим



Рис. 1. Картина поля, созданного током, расположенным над плоским ферромагнитным сердечником и графики распределений индукции на участке *AB*, в одном случае определенного по конечно-элементной модели и в другом - рассчитанного по (4) (оба графика совмещены).

(4)

## Известия КГТУ им. И.Раззакова 44/2017

Выражение (4) позволяет получить формулу для распределения нормальной составляющей индукции поля, созданного постоянным магнитом, на поверхности плоского ферромагнитного сердечника. Для этого представим магнит его амперовской моделью, т.е. в виде двух токовых слоев, линейная плотность тока которых постоянна и равна по модулю коэрцитивной силе магнита.

Для токового слоя с линейной плотностью  $j_z$ , расположенного над сердечником на расстоянии g симметрично относительно оси ординат (рис. 2) на основании (4) можно записать:



Рис. 2. Токовый слой с линейной плотностью *j*<sub>z</sub> над плоским сердечником

$$dB(x) = j_z db_m \cdot \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \frac{x}{x^2 + g^2},$$
(5)

И

$$B(x) = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot j_{\tau} \cdot \int_{b_{mx}=-b_m/2}^{b_{mx}=b_m/2} \frac{x+b_{mx}}{(x+b_{mx})^2+g^2} db_{zw} .$$
(6)

Проинтегрировав (6), получим:

$$B(x) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot j_z \cdot \ln\left[\frac{(x+0,5b_m)^2 + g^2}{(x-0,5b_m)^2 + g^2}\right].$$
(7)

Амперовская модель постоянного магнита, намагниченного в направлении, параллельном оси x, представляет собой два токовых слоя с плотностями тока противоположных знаков, расположенных один над другим на расстоянии  $h_m$ . В этом случае распределение нормальной составляющей индукции на поверхности сердечника описывается выражением

$$B(x) = \frac{\mu_0}{2\pi} (-1) \cdot j_z \cdot \ln\left\{ \frac{\left[ (x+0.5b_m)^2 + g^2 \right] \cdot \left[ (x-0.5b_m)^2 + (g+h_m)^2 \right]}{\left[ (x-0.5b_m)^2 + g^2 \right] \cdot \left[ (x+0.5b_m)^2 + (g+h_m)^2 \right]} \right\}.$$
(8)

Для *k*-го магнита, расположенного на расстоянии  $\Delta x_k$  от оси *y*, распределение нормальной составляющей индукции по поверхности сердечника легко получить на основании (8):

$$B_{k}(x) = \frac{\mu_{0}}{2\pi} (-1) \cdot j_{zk} \cdot \ln \left\{ \frac{\left[ (x - \Delta x_{k} + 0.5b_{mk})^{2} + g_{k}^{2} \right] \cdot \left[ (x - \Delta x_{k} - 0.5b_{mk})^{2} + (g_{k} + h_{mk})^{2} \right]}{\left[ (x - \Delta x_{k} - 0.5b_{mk})^{2} + g_{k}^{2} \right] \cdot \left[ (x - \Delta x_{k} + 0.5b_{mk})^{2} + (g_{k} + h_{mk})^{2} \right]} \right\}$$
(9)

#### Известия КГТУ им. И Раззакова 44/2017

При выводе (8) и (9) принято, что в верхнем токовом слое каждый модели магнита плотность тока положительна, а в нижнем – отрицательна. Если магнит намагничен в направлении, противоположном направлению оси *x*, знак заданной плотности тока следует поменять на противоположный.

Распределение индукции поля, созданного системой магнитов, изготовленных из одного и того же материала и намагниченных в направлениях, параллельных плоскости сердечника:

$$B_{xn}(x) = \frac{\mu_0}{2\pi} (-1) j_z \sum_{k=1}^{K} \ln\left(\frac{A_x 1 \cdot A_x 2}{A_x 3 \cdot A_x 4}\right),$$
(10)

$$A_{x} 1 = (x - \Delta x_{k} + 0.5b_{mk})^{2} + g_{k}^{2}$$
(11)

$$A_{x} 2 = (x - \Delta x_{k} - 0.5b_{mk})^{2} + (g_{k} + h_{mk})^{2}$$
(12)

$$A_{x}3 = (x - \Delta x_{k} - 0.5b_{mk})^{2} + g_{k}^{2}$$
(13)

$$A_{x}4 = (x - \Delta x_{k} + 0.5b_{mk})^{2} + (g_{k} + h_{mk})^{2}.$$
(14)

В (11)-(14)  $b_{mk}$  означают размер *k*-го магнита в направлении оси *x*, а  $h_{mk}$  - размер в направлении оси *y*.

Аналогичным образом, с той только разницей, что интегрирование необходимо выполнять по оси *y*, а не по оси *x*, можно получить выражения для распределения нормальной составляющей индукции от магнита, намагниченного в вертикальном направлении. Получив выражение для магнита, расположенного симметрично относительно оси ординат, и учтя затем расстояния между магнитами в направлении оси *x*, получим для системы вертикально намагниченных магнитов выражения, аналогичные (10)-(14):

$$B_{vn}(x) = \frac{\mu_0}{\pi} j_z (A_v l - A_v 2 - A_v 3 + A_v 4), \qquad (15)$$

$$A_v 1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{g + h_m}{x + 0.5b_m}\right) \tag{16}$$

$$A_{y} 2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{g}{x + 0.5b_{m}}\right) \tag{17}$$

$$A_{v}3 = \operatorname{arctg}\left(\frac{g+h_{m}}{x-0.5b_{m}}\right)$$
(18)

$$A_{y} 4 = \operatorname{arctg}\left(\frac{g}{x - 0.5b_{m}}\right) \tag{19}$$

В качестве примера на рис. 3 показаны распределения индукции на поверхности сердечника, рассчитанные по приведенным аналитическим выражениям и полученные на конечно-элементной модели (оба графика совмещены).



Рис. 3. Распределение нормальной составляющей индукции поля, созданного системой постоянных магнитов на поверхности сердечника

Использование амперовских моделей позволяет рассчитать распределение индукции не только при намагничивании магнитов в направлении осей координат, но и при намагничивании их в любом направлении. В этом случае магнит представляется не двумя, а четырьмя токовыми слоями, причем линейная плотность слоев, воспроизводящих намагничивание в направлении оси *x* (назовем их *x*-слоями), должна быть задана равной коэрцитивной силе, умноженной на косинус угла между направлением оси *x* и направлением намагниченности, а плотность *y*-слоев – умноженной на синус этого угла. На рис. 4 приведена картина поля, созданного системой магнитов, образующих структуру Халбаха (*Halbach*) и распределения нормальной составляющей индукции на поверхности плоского сердечника, рассчитанные по аналитическим выражениям и полученные на конечноэлементной модели. Практическое совпадение графиков подтверждает правильность выведенных формул.



Рис. 4. Картина поля и распределение нормальной составляющей индукции на поверхности сердечника при намагничивании магнитов по системе Халбаха

Использование выведенных формул позволяет находить оптимальные соотношения между характерными размерами индукторов магнитоэлектрических линейных машин в тех случаях, когда заданы определенные ограничения, например, по объему магнитных систем, по воздушному зазору между индуктором и сердечником или по минимальному значению индукции в зазоре.

С помощью модели Ампера можно наглядно продемонстрировать и объяснить особенности магнитного поля структуры Халбаха. Выполним следующий эксперимент на конечно-элементной модели. Построим структуру Халбаха (часто говорят сборку Халбаха) из девяти постоянных магнитов, имеющих форму стержней с квадратным поперечным сечением 20×20 мм<sup>2</sup>, расположенных в ряд с расстоянием между соседними магнитами 25 мм. Будем полагать, что стержни достаточно длинны для того, чтобы поле можно было считать плоскопараллельным. Сверху над магнитами и ниже них наметим контуры А<sub>1</sub>В<sub>1</sub> и A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>, на которых будем «измерять» распределения нормальной составляющей индукции (рис. 5). Вектор намагниченности крайнего левого магнита будем считать направленным намагниченности направления векторов вертикально вверх. остальных магнитов. расположенных правее, будем считать последовательно изменяющимися на 45° по часовой стрелке. При воспроизведении на конечно-элементной модели постоянных магнитов с помощью моделей Ампера этому условию соответствует изменение плотности тока в х-слоях пропорционально косинусу угла между направлением намагниченности и осью x, а в y-слоях - пропорционально синусу этого угла. Моделируя по отдельности поля, создаваемые xтоковыми слоями и у-слоями (рис. 5), и сравнивая распределения индукции на контурах  $A_1B_1$ и  $A_2B_2$ , заметим, что если на нижнем контуре  $A_2B_2$  нормальные составляющие индукции, накладываясь друг на друга, усиливают общее поле, то на верхнем контуре  $A_1B_1$ , напротив, они направлены в основном встречно и, таким образом, ослабляют результирующее поле.



Рис. 5. Картины поля и распределение нормальной составляющей индукции на двух контурах, расположенных по обе стороны от магнитов, намагниченных по Халбаху. Картины поля получены для *x*- и *y*-токовых слоев амперовских моделей магнитов

Эта особенность магнитного поля сборки Халбаха может использоваться в машинах с постоянными магнитами на роторе (в случае вращающихся машин) или на подвижной части (индукторе) линейных машин для облегчения их за счет отказа от массивных ферромагнитных ярем. Так, например, в [13] описана модель синхронной машины для маховичного накопителя энергии 30 кВт, 20000 об/мин, имеющего сдвоенный ротор, на обеих частях которого, наружной и внутренней, укреплены постоянные магниты, намагниченные по Халбаху. Авторами статьи рассчитан режим холостого хода накопителя и получена временная зависимость ЭДС обмотки якоря. Некоторые данные проекта: диаметр наружного ротора 208 мм, активная длина 50 мм, обмотка из литцевого провода, ток 64 А при плотности тока 5 А/мм<sup>2</sup>, остаточная индукция магнитов — 1,23 Тл. Результаты испытаний изготовленного опытного образца хорошо совпали с расчетом.

Известны и другие примеры магнитоэлектрических машин с использованием сборки Халбаха ([14-21]).

Как уже было замечено, полученные аналитические выражения относятся к магнитным системам, не содержащим на индукторе магнитомягких элементов. Если же такие элементы имеются (в случае тангенциально намагниченных магнитов их можно назвать концентраторами потока), рекомендации по выбору рациональных размерных соотношений могут быть получены по результатам серии численных экспериментов на конечно-элементных моделях.

## III. Численные эксперименты

Конечно-элементная модель представляет систему с постоянными магнитами и концентраторами потока из магнитомягкого материала, расположенную на расстоянии воздушного зазора б от ферромагнитной поверхности. Распределение магнитной индукции поля в воздушном зазоре рассчитывалось на конечно-элементной модели и подвергалось гармоническому анализу. За базовый размер принята величина воздушного зазора б. Магнитные свойства ферромагнитного сердечника и концентраторов потока задавались реальной кривой намагничивания электротехнической стали. Ферромагнитные участки насыщены слабо. Конечно-элементная модель, заданные материалы и граничные условия изображены на рис. 6.



Рис. 6. Конечно-элементная модель и граничные условия

Известны примеры исследования оптимального отношения ширины постоянных магнитов к полюсному делению  $\tau_m/\tau$  в конструкции линейной машины с постоянными магнитами с тангенциальным намагничиванием [22].

В результате первого опыта на описанной выше модели были построены графики зависимости амплитуды первой гармоники магнитной индукции вдоль воздушного зазора при различных отношениях ширины постоянных магнитов к полюсному делению  $\tau_m/\tau$ . Расчет проводился при  $\delta = 1...2$  мм,  $h_m/\delta = 1...10$ ,  $\tau/\delta = 8...24$  и заданных свойствах постоянных магнитов NdFeB 38 SH ( $H_c = 900$  кA/м,  $B_r = 1.22$  Tл,  $\mu_r = 1.0787$ ). Графики этой зависимости при  $\delta = 1$  мм и  $h_m/\delta = 6$  приведены на рис. 7.



Рис. 7. Графики амплитуды первой гармоники индукции при  $\delta = 1$  мм и  $h_m/\delta = 6$ в зависимости от  $\tau_m/\tau$ 

Максимум индукции  $B_{\delta 1m} = f(\tau_m/\tau)$  достигается для всех  $h_m/\delta$  и всех  $\tau/\delta$  при значениях ширины магнита  $\tau_m = [0,7\div0,8]$   $\tau$ . При этом меньшие значения максимума индукции  $B_{\delta 1m}$  характерны для больших значений относительной длины полюсного деления  $\tau_m/\delta$ .

В следующем опыте получена зависимость первой гармоники магнитной индукции вдоль средней линии воздушного зазора от соотношения длины полюсного деления и длины воздушного зазора  $\tau/\delta$  и при различных значениях отношения высоты магнита к длине зазора  $h_m/\delta$ 

Геометрические размеры модели изменялись в следующем диапазоне:  $\delta = 1...2$  мм,  $h_{\rm m}/\delta = 1...10$ ,  $\tau/\delta = 1...40$ . Отношение ширины магнита к полюсному делению сохранялось  $\tau_{\rm m}/\tau = 0,7$  при всех  $\tau/\delta$ . Графики зависимости  $B_{\delta 1m} = f(\tau/\delta, h_{\rm m}/\delta)$ , полученные при тех же свойствах постоянных магнитов, что и в первом опыте, изображены на рис.8.



Рис. 8. Графики амплитуды первой гармоники индукции при  $\delta = 1$  мм в зависимости от  $\tau/\delta$  для разных  $h_{\rm m}/\delta$ 

## Известия КГТУ им. И Раззакова 44/2017

Численным моделированием подтверждено, что при выборе магнита с другими магнитными свойствами полученными зависимостями можно пользоваться, если отнести рассчитанное значение амплитуды первой гармоники индукции в зазоре к остаточной индукции смоделированного магнита  $B_{\delta 1m}/B_r$ .

Полученные зависимости могут быть использованы для поиска оптимальной длины полюсного деления и высоты постоянных магнитов, обеспечивающих требуемую индукцию в воздушном зазоре. Графики зависимости относительной высоты постоянных магнитов от относительной длины полюсного деления  $h_m/\delta = f(\tau/\delta)$  при  $B_{\delta 1m} = const$  изображены на рис. 9.  $h_m/\delta$ 



Рис. 9. Графики зависимости относительной высоты постоянных магнитов от относительной длины полюсного деления  $h_m/\delta = f(\tau/\delta)$  при  $B_{\delta 1m} = const$ 

Очевидно, что приведенные на рис. 8 и 9 графики имеют явные экстремумы, а справа от экстремума меняются достаточно плавно, что позволяет на начальной стадии проектирования выбрать основные размеры линейной машины, близкие к оптимальным с точки зрения минимальной массы постоянных магнитов.

## IV. Заключение

На основании амперовских моделей постоянных магнитов были выведены выражения для расчета величины нормальной составляющей магнитной индукции на поверхности гладкого ферромагнитного сердечника, созданного различными системами постоянных магнитов при отсутствии элементов магнитной цепи, выполненных из магнитомягких материалов. Выведенных формулы позволяют провести оптимизацию характерных размеров индукторов линейных машин с постоянными магнитами при заданных ограничениях, например, по объему магнитных систем, по воздушному зазору между индуктором и сердечником или по минимальному значению индукции в зазоре.

В результате проведения серии численных экспериментов была получена зависимость первой гармоники магнитной индукции вдоль средней линии воздушного зазора от соотношения длины полюсного деления и длины воздушного зазора  $\tau/\delta$  и при различных значениях отношения высоты магнита к длине зазора  $h_m/\delta$ . Результаты экспериментов возможно использовать для выбора оптимальных размеров постоянных магнитов и длины полюсного деления на начальном этапе проектирования линейных машин с тангенциально намагниченными постоянными магнитами.

### Список литературы

1. Amara Y., Barakat G. Analytical modeling of magnetic field in surface mounted permanent-magnet tubular linear machines //IEEE Transactions on Magnetics.  $-2010. - T. 46. - N_{\odot}. 11. - C. 3870-3884.$ 

# Известия КГТУ им. И.Раззакова 44/2017

2. Zarko D., Ban D., Lipo T. A. Analytical solution for cogging torque in surface permanent-magnet motors using conformal mapping //IEEE Transactions on Magnetics.  $-2008. - T. 44. - N_{\odot} \cdot 1. - C. 52-65.$ 

3. Chu W. Q., Zhu Z. Q. On-load cogging torque calculation in permanent magnet machines //IEEE transactions on magnetics.  $-2013. - T. 49. - N_{\odot}. 6. - C. 2982-2989.$ 

4. Overboom T. T. et al. Semianalytical calculation of the torque in a linear permanentmagnet motor with finite yoke length //IEEE transactions on magnetics. -2012. -T. 48. -N. 11. -C. 3575-3578.

5. Overboom T. T. et al. Topology comparison for a magnetically suspended ceiling actuator //Electric Machines & Drives Conference (IEMDC), 2011 IEEE International. – IEEE, 2011. – C. 289-294.

6. Krop D. C. J., Lomonova E. A., Vandenput A. J. A. Application of Schwarz-Christoffel mapping to permanent-magnet linear motor analysis //IEEE Transactions on Magnetics.  $-2008. - T. 44. - N_{\odot}. 3. - C. 352-359.$ 

7. Gysen B. L. J. et al. General formulation of the electromagnetic field distribution in machines and devices using Fourier analysis //IEEE Transactions on Magnetics.  $-2010. - T. 46. - N_{\odot} \cdot 1. - C. 39-52.$ 

8. Li W. et al. Analysis of tooth-tip flux leakage in surface-mounted permanent magnet linear vernier machines //IEEE Transactions on Magnetics. – 2013. – T. 49. – №. 7. – C. 3949-3952.

9. Wu L. J. et al. Analytical modeling and analysis of open-circuit magnet loss in surface-mounted permanent-magnet machines //IEEE transactions on magnetics.  $-2012. - T. 48. - N \ge 3. - C. 1234-1247.$ 

10. Hoburg J. F. Modeling maglev passenger compartment static magnetic fields from linear Halbach permanent-magnet arrays //IEEE Transactions on Magnetics.  $-2004. - T. 40. - N_{\odot}$ . 1. -C. 59-64.

11. Иванов-Смоленский А. В., Абрамкин Ю. В. Применение конформного преобразования в электромагнитных расчетах электрических машин. Аналитические методы. //М.: Энергия, 1970.

12. Иванов-Смоленский А. В., Абрамкин Ю. В. Применение конформного преобразования в электромагнитных расчетах электрических машин //М.: Изд-во МЭИ. – 1980.

13. Jang S. M. et al. Design and experimental evaluation of synchronous machine without iron loss using double-sided Halbach magnetized PM rotor in high power FESS //IEEE Transactions on magnetics.  $-2008. - T. 44. - N_{\odot}. 11. - C. 4337-4340.$ 

14. Halbach K. Design of permanent multipole magnets with oriented rare earth cobalt material //Nuclear instruments and methods.  $-1980. - T. 169. - N_{\odot} . 1. - C. 1-10.$ 

15. Halbach K. Physical and optical properties of rare earth cobalt magnets //Nuclear Instruments and Methods in Physics Research.  $-1981. - T. 187. - N_{\odot} . 1. - C. 109-117.$ 

16. Halbach K. Application of permanent magnets in accelerators and electron storage rings //Journal of Applied Physics. – 1985. – T. 57. – №. 8. – C. 3605-3608.

17. Zhu Z. Q., Howe D. Halbach permanent magnet machines and applications: a review //IEE Proceedings-Electric Power Applications. – 2001. – T. 148. – №. 4. – C. 299-308.

18. Atallah K., Howe D. The application of Halbach cylinders to brushless AC servo motors //IEEE Transactions on magnetics.  $-1998. - T. 34. - N_{\odot}. 4. - C. 2060-2062.$ 

19. Sotelo G. G., Ferreira A. C., De Andrade R. Halbach array superconducting magnetic bearing for a flywheel energy storage system //IEEE transactions on applied superconductivity.  $-2005. - T. 15. - N_{\odot} 2. - C. 2253-2256.$ 

20. Zhu Z. Q. et al. Performance of Halbach magnetized brushless AC motors //IEEE transactions on magnetics.  $-2003. - T. 39. - N_{\odot}. 5. - C. 2992-2994.$ 

### Известия КГТУ им. И Раззакова 44/2017

21. Jang S. M. et al. Design and analysis of high speed slotless PM machine with Halbach array //IEEE transactions on magnetics. - 2001. - T. 37. - №. 4. - C. 2827-2830.
22. Bianchi N. et al. Tubular linear permanent magnet motors: An overall comparison //Industry Applications Conference, 2002. 37th IAS Annual Meeting. Conference Record of the. - IEEE, 2002. - T. 2. - C. 1266-1273.