

УДК 539.3:622.023

ОПИСАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД ПО ОГРАНИЧЕННОМУ ОБЪЕМУ
ИСХОДНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Б.А. Рычков, Н.М. Комарцов, М.А. Кулагина

Рассмотрены экспериментальные данные [1] испытания по схеме Т. Кармана образцов горных пород. Определены их упругие константы, входящие в закон Гука, и параметры деформационного упрочнения.

Ключевые слова: упругость; пластичность; упрочнение; разрыхление; предел прочности.

DESCRIPTION OF THE ROCKS BEHAVIOR LIMITED TERMS
OF REFERENCE EXPERIMENTAL DATA

B.A. Rychkov, N.M. Komartsov, M.A. Kulagina

The experimental data [1] of testing Karman scheme rock samples are considered. Elastic constants in Hooke's law and the parameters of strain hardening are determined.

Keywords: elasticity; plasticity; strengthening; loosening; ultimate strength.

Исходные данные и упругие константы материала. Цилиндрические образцы диорита и перидотита испытывали на неравномерное трехосное сжатие. В работе [1] представлены значения приращений осевой деформации в зависимости от приращения осевого напряжения после предварительного гидростатического сжатия (P_H) до разного уровня.

Диаграммы, приведенные на рисунках 1, 2, отсканированы и представлены в виде соответствующих табличных значений приращения напряжения и приращения деформации. Оцифровка графиков была проведена с помощью программы "ChartReader". Как было проверено автором эксперимента, в исходном состоянии диорит и перидотит представляют собой изотропный материал. Поэтому для определения упругих констант тако-

го материала правомерно использовать закон Гука в следующем виде:

$$e_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu (\sigma_2 + \sigma_3)], \quad (1)$$

где E – модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона; e_1 – упругая осевая деформация.

Характеризуя вид напряженного состояния параметром $c = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ (σ_1 – осевое напряжение; $\sigma_2 = \sigma_3$ – напряжения от бокового давления; $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$), формулу (1) можно представить в виде

$$e_1 = \frac{\sigma_1}{E} [1 - 2c\nu]. \quad (2)$$

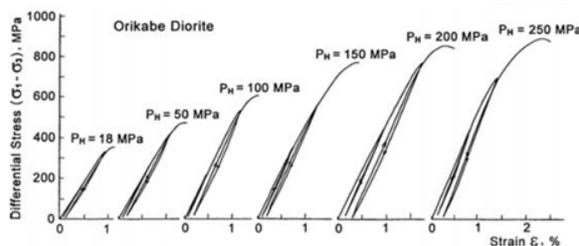


Рисунок 1 – Экспериментальные зависимости приращения напряжений и деформаций для OrikabeDiorite

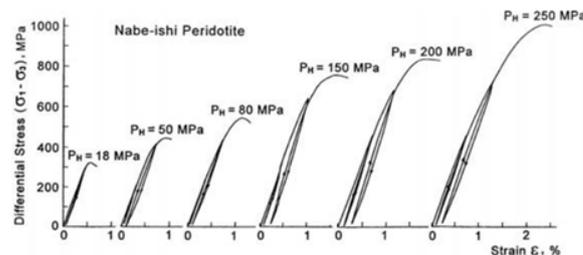


Рисунок 2 – Экспериментальные зависимости приращения напряжений и деформаций для Nabe-ishiPeridotite

При одном и том же виде напряженного состояния ($c = const$) формула (2) справедлива и для приращений напряжений и деформаций, т. е.

$$\Delta e_1 = \frac{\Delta \sigma_1}{E} [1 - 2c\nu]. \quad (3)$$

Выбирая значения исходных приращений напряжений и деформаций при нескольких значениях параметра c для всех осуществленных давлений, действительно получили соответствующие линейные зависимости $\Delta e_1(\Delta \sigma_1)$. Это дает основание использовать (3) при двух значениях c , что приводит к системе двух уравнений для определения констант E и ν . Их значения представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Значения констант E и ν

Материал	E , МПа	ν
Диорит	43208,6	0,22
Перидотит	54474,74	0,249

В отличие от данной процедуры определения упругих констант, в работе [1] введен только один параметр, характеризующий упругую деформацию, а именно, утверждается, что

$$\Delta e_1 = e_1 - e_1^* = \frac{\sigma_1 - \sigma_1^*}{E_{np}}, \quad (4)$$

где e_1^* и σ_1^* – соответственно осевая деформация и осевое напряжение достигнуты при предварительном гидростатическом давлении, а E_{np} считается модулем Юнга. Поскольку это не так, то в отличие от первоисточника этот модуль мы обозначили с нижним индексом, т. е. это на самом деле некоторый приведенный модуль. Если сравнить формулы (3) и (4), то указанный приведенный модуль выражается через действительный модуль Юнга и коэффициент Пуассона:

$$E_{np} = \frac{E}{1 - 2c\nu}. \quad (5)$$

Значение величины E_{np} , посчитанное по формуле (5), достаточно хорошо соответствует экспериментальным данным зависимости $E_{np}(\Delta e_1)$ при разных боковых давлениях.

При фиксированном боковом давлении диаграмма $\Delta e_1(\Delta \sigma_1)$ является нелинейной в пределах упругости, поскольку с изменением осевого напряжения соответственно изменяется и вид напряженного состояния (c). Для подобных диаграмм деформаций предел упругости определяется согласно методики [2], по которой тангенс угла наклона касательной к кривой деформации $\Delta e_1(\Delta \sigma_1)$ в начале координат и в точке, соответствующей пределу упругости, может изменяться до 50 %. Применительно к рассматриваемым горным породам указанное изменение углового коэффициента

касательной осуществлялось в пределах 20–25 %. Расчетные значения пределов упругости P приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Значения пределов упругости σ_{1c} , МПа

Материал	$P = 50$	$P = 150$	$P = 200$	$P = 250$
Диорит	433	649	786	822
Перидотит	420	636	670	795

Определение параметров деформационного упрочнения. Общая деформация разделяется на упругую (e_i) и неупругую (Γ_i) ($i = 1, 2, 3$) составляющие.

Неупругую деформацию будем искать в виде (как предложено в [3]):

$$\Gamma_1 = \varepsilon_1 - e_1 = (1 - \lambda) \frac{1}{k} \left[\frac{\sigma_1}{\sigma_{1y}} - 1 \right]^\alpha, \quad (6)$$

$$\Gamma_2 = \varepsilon_2 - e_2 = -\left(\frac{1}{2} + \lambda\right) \frac{1}{k} \left[\frac{\sigma_1}{\sigma_{1y}} - 1 \right]^\alpha,$$

где Γ_1, Γ_2 – главные неупругие деформации; λ – коэффициент разрыхления; k – масштабный коэффициент; α – параметр, учитывающий кривизну кривой упрочнения.

В формуле (6) учтено, что полная неупругая деформация составляется из чисто пластической Γ^{nl} (не вызывающей изменения объема тела) и деформации разрыхления Γ^o , которая, согласно гипотезе В.В. Новожилова о всестороннем распространении разрыхления [4], принимается в виде:

$$\Gamma_1^o = \Gamma_2^o = \Gamma_3^o = -\lambda \Gamma_1^{nl}. \quad (7)$$

Зависимость $\Gamma_1 \sim c$ для разных боковых давлений представлена на рисунке 3.

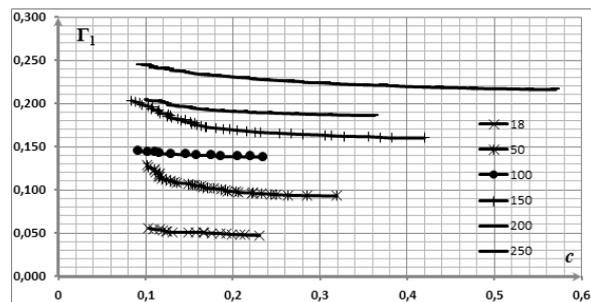


Рисунок 3 – Зависимость $\Gamma_1(c)$ при различных боковых давлениях для диорита

На графике видно, что приращение неупругой деформации на некотором удалении от предела упругости происходит при почти постоянном значении параметра c при конкретном боковом давлении, но этот параметр изменяется при переходе от одного давления к другому. Это обстоятельство

можно использовать, представив отношение $\frac{1-\lambda}{1-\lambda^*}$

как функцию от параметра c (рисунок 4), где λ^* соответствует фиксированному боковому давлению $P_H = 50 \text{ МПа}$.

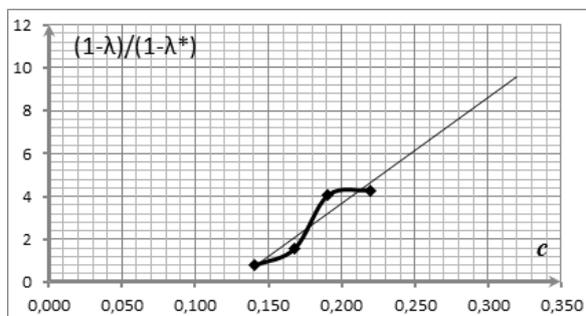


Рисунок 4 – Зависимость $(1-\lambda)/(1-\lambda^*) \sim c$ для диорита

Для подобных горных пород, как это установлено в [5], разрыхление исчезает, когда напряжение от осевого давления превышает напряжение от бокового давления в три раза, т. е. при $A=1/3$. Аппроксимируя с помощью линии тренда линейной зависимостью график, представленный на рисунке 4, из условия $\lambda = 0$ при $A=1/3$, получим значение λ^* . Обратным пересчетом из указанной зависимости определим значения $\lambda(A)$, что представлено на рисунке 5.

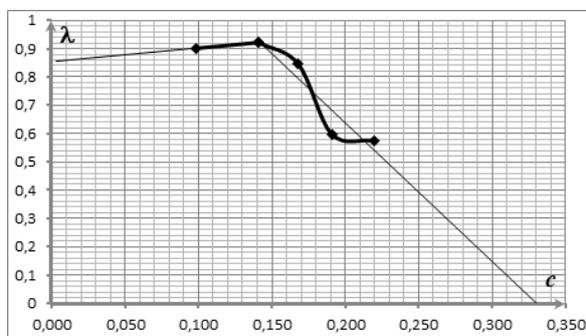


Рисунок 5 – Зависимость $\lambda(c)$ для диорита

Считая масштабный коэффициент k одним и тем же при всех боковых давлениях и всех уровнях осевого напряжения, определим параметр α в зависимости (6). Для этого при каком-либо боковом давлении представим значения деформаций Γ_1 в малой окрестности за пределом упругости и на пределе прочности в виде их отношения, из которого и найдем значение α . Для диорита $\alpha = 1,95$.

Используя величину Γ_1 на пределе прочности, при известном α , найдем параметр k . Для диорита $k = 0,27$.

Для перидотита была использована другая методика определения параметров неупругой деформации.

Анализ экспериментальных данных А.Н. Ставрогина [6] показывает, что поперечная деформация на пределе прочности при трехосном сжатии равна по модулю осевой деформации. Используя этот факт, а также условие осесимметричности чисто пластической деформации ($\Gamma_2^{nz} = -\frac{1}{2}\Gamma_1^{nz}$) из формул (6) выразим коэффициенты k и λ :

$$k = \frac{\frac{3}{4} \left[\frac{\sigma_1}{\sigma_{1y}} - 1 \right]^\alpha}{\varepsilon_1 - \frac{\sigma_1}{2E}(1+\nu)(1-c)}, \quad (8)$$

$$\lambda = 1 - \frac{\frac{3}{4} \left[\varepsilon_1 - \frac{\sigma_1}{E}(1-2c\nu) \right]}{\varepsilon_1 - \frac{\sigma_1}{2E}(1+\nu)(1-c)}. \quad (9)$$

Параметр α определялся так же, как и в предыдущей методике, считая k и λ постоянными при каждом боковом давлении. Для перидотита $\alpha = 1,27$.

В таблице 3 приведены значения коэффициентов k и λ для перидотита.

Таблица 3 – Значения коэффициентов k и λ для перидотита

	P=80 МПа	P=150 МПа	P=200 МПа	P=250 МПа
λ	0,7346	0,6786	0,7176	0,6905
k	7,7521	1,8629	3,3224	8,5168

На рисунке 6 приведены расчетные и экспериментальные зависимости $\Delta\varepsilon_1(\Delta\sigma_1)$ для диорита, неупругая деформация которого рассчитывалась по первой методике (неупругие константы определялись только по приращению осевой деформации), а на рисунке 7 – для перидотита, неупругая деформация которого рассчитывалась по второй методике. В этом случае неупругие константы определялись с использованием наблюдаемого в подобных опытах соотношения между продольной и поперечной деформациями при достижении предела прочности [6]. Указанный выше характер этого соотношения стал возможным за счет влияния деформации разрыхления, сопровождающей чисто пластическую деформацию. Данное обстоятельство подтверждает необходимость разделения неупругой деформации на две соответствующие части, подчиняющиеся своим законам возникновения и развития.

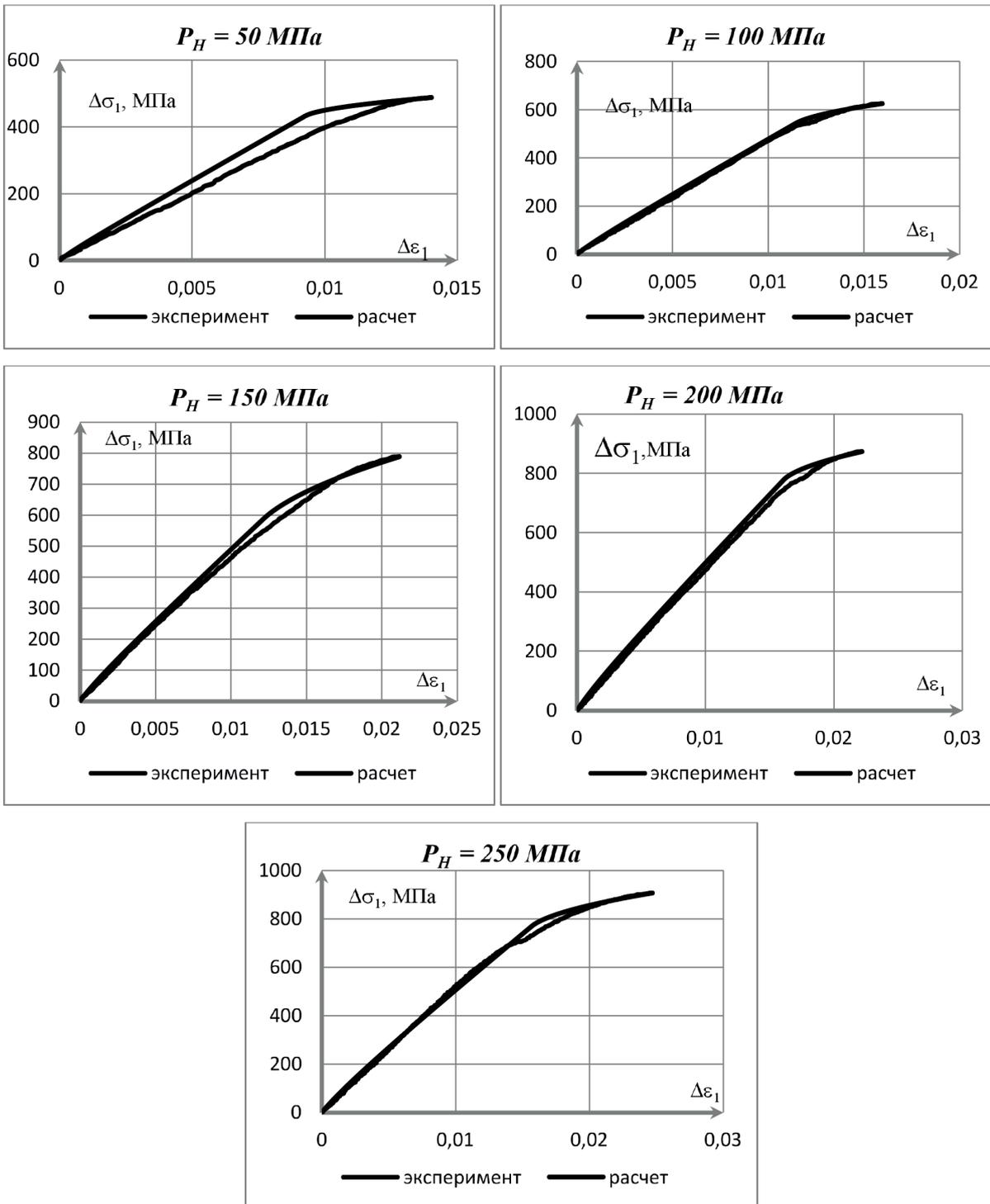


Рисунок 6 – Зависимость $\Delta\varepsilon_1(\Delta\sigma_1)$ для диорита

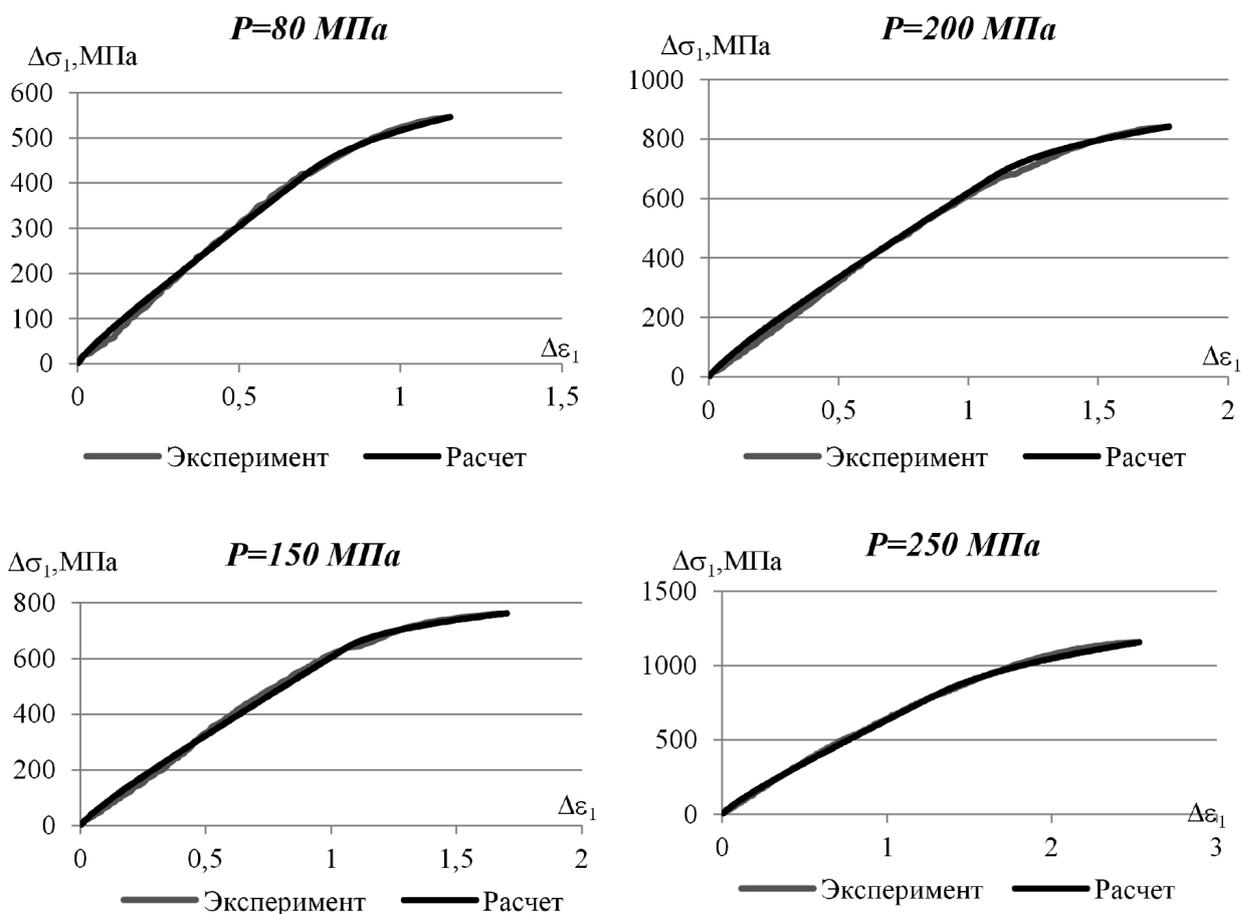


Рисунок 7 – Зависимость $\Delta\varepsilon_1$ ($\Delta\sigma_1$) для перидотита

На этих рисунках видно, что представленные методики определения параметров упругой и неупругой деформаций дают приемлемое совпадение расчетных и экспериментальных данных.

Литература

1. *Kiyoo Mogi*. Experimental rock mechanics AKLeiden / Mogi Kiyoo. The Netherlands, 2007. 380 с.
2. *Ильюшин А.А.* Упруго-пластические деформации полых цилиндров / А.А. Ильюшин, П.М. Огибалов. М.: Изд-во МГУ, 1960. 226 с.
3. *Рычков Б.А.* О деформационном упрочнении горных пород / Б.А. Рычков // Изв. РАН, МТТ. 1999. № 2. С. 115–124.
4. *Новожилов В.В.* О пластическом разрыхлении / В.В. Новожилов // ПММ. 1965. Т. 29. № 4. С. 75–83.
5. *Ставрогин А.Н.* Пластичность горных пород / А.Н. Ставрогин, А.Г. Протосеня. М.: Недра, 1979. 305 с.
6. *Ставрогин А.Н.* Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах / А.Н. Ставрогин, А.Г. Протосеня. М.: Недра, 1985. 271 с.