УДК 627.43:622.833.5

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВОВ СКЛОНОВ ГОР

Б. Жумабаев

Предложен алгоритм моделирования склона гор. Создана математическая модель напряженного состояния массивов склона горы, которая реализована в программной среде MatCad.

Ключевые слова: склоны гор; гравитационная и сейсмическая сила; тектоническое сжатие; математическое моделирование; поля напряжений; отображение.

MATHEMATICAL MODELLING OF STRESS MASSIFS OF SLOPES MOUNTAINS

B. Jumabaev

The algorithm modeling of a slope of mountains is offered. It is created mathematical model of stress of massifs of a slope of the mountain which is realized in the program MATCAD environment.

Keywords: slopes of mountains; gravitational and seismic force; tectonic compression; mathematical modeling; fields of tension; display.

Создание расчетной модели массивов склона горы. Массивы склона горы в двухмерном изображении представлются как полуплоскость с выступами, если имеется система гряды гор или склон горы, имеющий уступы [1]. Для разработки аналитического метода расчета напряженного состояния горных массивов [2, 4–6] прежде всего, необходимо использование конформного отображения полуплоскости с выступами. Для этого использована отображающая функция следующего типа:

$$w(\xi) = a\xi + w_0(\xi),$$

где

$$\omega_0(\xi,\eta) = \frac{a_1}{\varsigma(\xi,\eta) - i} + \frac{b_1}{\varsigma(\xi,\eta) + tb - i} + \frac{b_{01}}{\varsigma(\xi,\eta) + t_0 b - i}. \tag{1}$$

Вариацией параметров отображающей функции, представленной в таблице 1, смоделированы формы массивов склона горы, которые показаны на рисунках 1–4.

Таблица 1 – Параметры отображающей функции

№	a	a_1	b_1	b_{01}	tb	t_0b
1	55	575	350	350	–22	22
2	55	350	575	575	–22	22
3	55	600	500	375	–22	22
4	175	1050	500	500	–1.99	1.99

Модель напряженного состояния массивов склона гор. Аналитическая модель напряженного состояния массивов склона горы представлена в виде суммы двух полей напряжений:

$$\sigma_x^0 = \sigma_x^П + \sigma_x^p,\ \sigma_y^0 = \sigma_y^П + \sigma_y^p,\ \tau_{xy}^0 = \tau_{xy}^П + \tau_{xy}^p\ . \tag{2}$$

Напряжения с индексом "*П*" – поле напряжений для полуплоскости $y \le 0$, которое возникает при совместном действии гравитационных сил g и сейсмических сил $g_c = k_c g$. Сила гравитации g направлена вертикально вниз, т. е. в глубь массива земной коры, сейсмическая сила направлена из глубины массива к поверхности земли, и составляет острый угол (d) с вертикальной осью. Поставленная задача является частью общей проблемы [3]. Первое поле в (2) напряжений определено как интеграл от неоднородного дифференциального уравнения равновесия для полуплоскости:

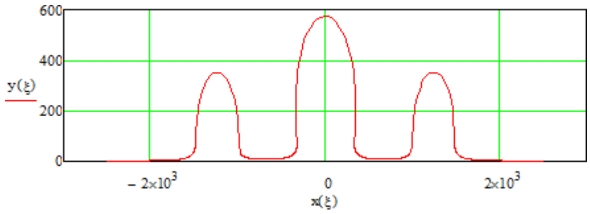

Рисунок 1 – Склоны гор различной высоты

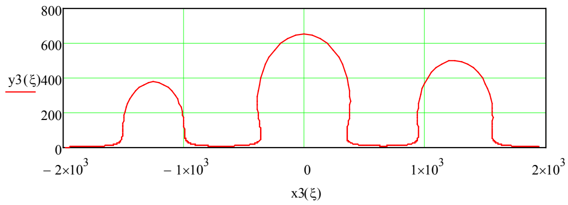

Рисунок 3 – Склоны трёх равноудаленных гор

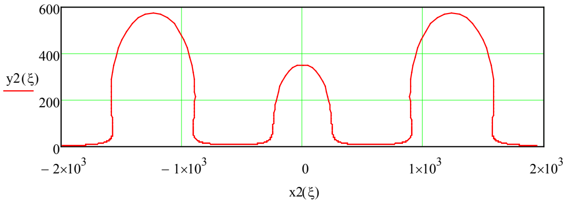

Рисунок 2 – Склон горы между соседних высоких гор

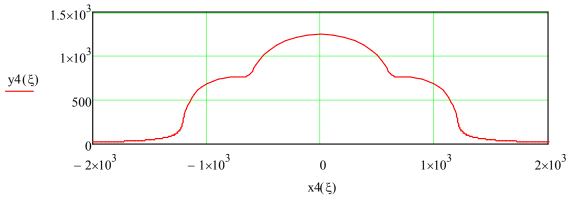

Рисунок 4 – Склон горы с двумя уступами

$$\frac{\partial \sigma_x^{П}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^{П}}{\partial y} + \rho_x = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}^{П}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xy}^{П}}{\partial y} + \rho_y = 0, \tag{3}$$

где $r_x = gk_c$sind, r_{y} = g(1 – $k_c$cosd) – горизонтальные и вертикальные составляющие объемной силы; g – гравитационное ускорение; l – коэффициент бокового распора; k_c – коэффициент сейсмичности.

Интегралы от (1) имеют вид:

$$\sigma_x^{П} = A_1 y; \sigma_y^{П} = A_2 y; \tau_{xy}^{П} = A_3 y, \tag{4}$$

где A_1 = lg(1 – $k_c$cosb); A_2 = g(1 – $k_c$cosb); $A_2 = k_c$ ×gsinb.

Напряжения с индексом “*p*” сверху σ_x^p, σ_y^p, τ_{xy}^p – поля напряжений, которые характеризуют наличие трех выступов в весомой полуплоскости.

Начальное напряженное состояние массивов пород нагорных плотин в условиях действия указанных сил представляется в виде суммы первых двух полей напряжений с индексами сверху “*П*” и “*p*” и удовлетворяют на контуре граничным условиям:

$$X_n^* = (\sigma_x^p + \sigma_x^{П}) (\cos n, x) + (\tau_{xy}^p + \tau_{xy}^{П}) \cos (n, y) = 0;$$

$$У_n^* = (\tau_{xy}^{p2} + \tau_{xy}^{П})\cos (n, x) + (\sigma_y^{П} + \sigma_y^p)\cos (n,y) = 0, \tag{5}$$

где n – направление внешней нормали в какой-либо точке контура.

Условие (3) содержит сумму фиктивных нагрузок N и T и нагрузок-усилий $N_П$, $T_П$. Последнее возникает от первого поля напряжений (2) в контурных точках. Поэтому N и T принимаются равными по величине и противоположными с $N_П$, $T_П$.

Обозначив через $F_1(t) = (N + iT)\overline{\omega'(t)}$ и $F_2(t) = (N - iT)\omega'(t)$, получим необходимые для определения напряжений σ_x^p, σ_y^p, τ_{xy}^p граничные условия:

$$F_1(t) = \left[\omega_0(t) - \overline{\omega_0(t)}\right] \cdot \left[T_5 + T_6 \overline{\omega_0'(t)} + T_7\, \omega_0'(t)\right],$$

$$F_2(t) = \left[\omega_0(t) - \overline{\omega_0(t)}\right] \cdot \left[T_2 + T_3 \overline{\omega_0'(t)} + T_4\, \omega_0'(t)\right]. \tag{6}$$

Решение вспомогательной граничной задачи о влиянии рельефа склона горы дано построением соотношений для комплексных потенциалов Φ(ζ) и Ψ(ζ), через которые определяются компоненты напряжений в полубесконечной области из граничного условия (6), они конкретизированы и алгоритмизированы в нотациях MathCad. Эти соотношения имеют следующий вид:

$$\Phi(\varsigma) \cdot \omega'(\varsigma) + G(\varsigma) = A(\varsigma),$$

$$\Psi(\varsigma) \cdot \omega'(\varsigma) + \Phi(\varsigma) \cdot \overline{\omega}(\varsigma) + \Phi'(\varsigma) \cdot \overline{\omega'}(\varsigma) - G(\varsigma) = B(\varsigma), \tag{7}$$

где

$$A(\varsigma)=-\frac{1}{2\pi t}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{(N+iT)\overline{\omega'}(t)}{t-\varsigma}dt;\quad B(\varsigma)=-\frac{1}{2\pi t}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{(N-iT)\omega'(t)}{t-\varsigma}dt\ . \qquad (8)$$

В первом уравнении (7) $G(\zeta)$ является полюсом функции $\overline{\Phi(\varsigma)}$ и определяется из системы (6) линейных уравнений, если три раза положим $\zeta_1 = -i$, $\zeta_2 = -tb - i$, $\zeta_3 = -t_0b - i$ после вычисления интегралов типа Коши (8) от конкретно заданных граничных условий (N и T). При вычислении $\Psi(\zeta)$ в окрестности точек $|\zeta + t_k - i| \le 0{,}3$ предусмотрены альтернативные соотношения по сравнению с (7), при которых явно раскрыто отсутствие кажущегося наличия полюса функции $\Psi(\zeta)$. Процедура расчета полей напряжений реализована путем записи всех соотношений в нотациях MathCad, когда исключается необходимость разделения действительных и мнимых частей (7). Интегралы типа Коши в (8) имеют вид:

$$d_1A(\xi,\eta)=-T_6\left[S(\xi,\eta)+\delta S(\xi,\eta)\right];\ \ d_1B(\xi,\eta)=-T_3\left[S(\xi,\eta)+\delta S(\xi,\eta)\right];$$

$$A(\xi,\eta)=\omega_0(\xi,\eta)\left[T_5\ +T_6\omega_0{}'(\xi,\eta)\right]+T_3C(\xi,\eta)+At(\xi,\eta)+d_1A(\xi,\eta)\ ;$$

$$B(\xi,\eta)=T_3\omega_0(\xi,\eta)\omega_0{}'(\xi,\eta)+T_2\omega_0(\xi,\eta)+T_4C(\xi,\eta)+Bt(\xi,\eta)+d_1B(\xi,\eta)\ . \qquad (9)$$

В (9) приняты следующие обозначения:

$$C_1=a_1\overline{\Omega_1};\quad C_2=\overline{\Omega pt_b}\cdot b_1;\quad S_1=-a_1\Omega_1;\quad S_2=-a_1\overline{\Omega_0};\quad S_3=-b_1\overline{\Omega pt_b};$$

$$S_{03}=-b_{01}\cdot\overline{\Omega pt_{0b}};\quad S_{04}=-b_{01}\cdot\overline{\Omega t_{0b}};\quad C_{02}=b_{01}\cdot\overline{\Omega pt_{0b}};$$

$$C(\xi,\eta)=\frac{C_1}{\varsigma(\xi,\eta)-i}+\frac{C_2}{\varsigma(\xi,\eta)+tb-i}+\frac{C_{02}}{\varsigma(\xi,\eta)+t_0b-i};$$

$$S(\xi,\eta)=\frac{S_1}{\varsigma(\xi,\eta)-i}+\frac{S_2}{\left[\varsigma(\xi,\eta)-i\right]^2};\quad \delta aS(\xi,\eta)=\frac{S_3}{\varsigma(\xi,\eta)+tb-i}+\frac{S_4}{\left[\varsigma(\xi,\eta)+tb-i\right]^2};$$

$$\delta bS(\xi,\eta)=\frac{S_{03}}{\varsigma(\xi,\eta)+t_0b-i}+\frac{S_{04}}{\left[\varsigma(\xi,\eta)+t_0b-i\right]^2};$$

$$\delta S(\xi,\eta)=\delta aS(\xi,\eta)+\delta bS(\xi,\eta);\quad At(\xi,\eta)=T_1\omega_0{}'(\xi,\eta);\quad Bt(\xi,\eta)=-T_1\omega_0{}'(\xi,\eta)\ .$$

Упомянутая выше система (6) уравнений, которая необходима для определения полюса $G(\zeta)$, имеет правые части:

$$M0_0=B(0,-1);\quad M0_1=B(-tb,-1);\quad M0_2=B(-t_0b,-1);$$

$$M0_3=\overline{B(0,-1)};\quad M0_4=\overline{B(-tb,-1)};\quad M0_5=\overline{B(-t_0b,-1)}\ ,$$

принимая следующие обозначения:

$$n_1(\xi,\eta)=\frac{-a_1}{\left[\varsigma(\xi,\eta)-i\right]^2};\ \ nb(\xi,\eta)=\frac{-b_1}{\left[\varsigma(\xi,\eta)+tb-i\right]^2};\ \ n_0b(\xi,\eta)=\frac{-b_{01}}{\left[\varsigma(\xi,\eta)+t_0b-i\right]^2}$$

коэффициенты левой части системы определим в виде:

$$M_{0,0}=\omega'(0,-1);\quad M_{0,1}=0;\quad M_{0,2}=0;\quad M_{0,3}=n_1(0,-1);\quad M_{0,4}=nb(0,-1);$$

$$M_{0,5}=n_0b(0,-1);\quad M_{1,0}=0;\quad M_{1,1}=\omega'(-tb,-1);\quad M_{1,2}=0;\quad M_{1,3}=n_1(-tb,-1);$$

$$M_{1,4}=nb(-tb,-1);\quad M_{1,5}=n_0b(-tb,-1);\quad M_{2,0}=0;\quad M_{2,1}=0;\quad M_{2,2}=\omega'(-t_0b,-1);$$

$$M_{2,3}=n_1(-t_0b,-1);\quad M_{2,4}=nb(-t_0b,-1);\quad M_{2,5}=n_0b(-t_0b,-1);$$

$$M_{3,0}=\overline{M_{0,3}};\ M_{3,1}=\overline{M_{0,4}};\ M_{3,2}=\overline{M_{0,5}};\ M_{3,3}=\overline{M_{0,0}};\ M_{3,4}=0;\ M_{3,5}=0;$$

$$M_{4,0}=\overline{M_{1,3}};\ M_{4,1}=\overline{M_{1,4}};\ M_{4,2}=\overline{M_{1,5}};\ M_{4,3}=\overline{M_{1,0}};\ M_{4,4}=\overline{M_{1,1}};\ M_{4,5}=\overline{M_{1,2}};$$

$$M_{5,0}=\overline{M_{2,3}};\ M_{5,1}=\overline{M_{2,4}};\ M_{5,2}=\overline{M_{2,5}};\ M_{5,3}=\overline{M_{2,0}};\ M_{5,4}=\overline{M_{2,1}};\ M_{5,5}=\overline{M_{2,2}}\ .$$

Решение системы в нотациях MathCad представляется в виде:

$L = M^{-1} \times M0$:

$$\Phi_0 = \Lambda_{0,0};\ \Phi_0 t_b = \Lambda_{1,0};\ \Phi_0 t_0 b = \Lambda_{2,0};\ \Phi_0 c = \overline{\Phi_0};$$

$$K_1 = \overline{a_1}\Phi_0;\ K_2 = \overline{b_1}\Phi_0 tb;\ K_5 = \overline{b_{01}}\Phi_0 t_0 b;$$

$$G(\xi,\eta) = n_1(\xi,\eta)\overline{\Phi_0} + nb(\xi,\eta)\overline{\Phi_0 tb} + n_0 b(\xi,\eta)\overline{\Phi_0 t_0 b};$$

$$G_1(\xi,\eta) = \frac{-\overline{K_1}}{[\varsigma(\xi,\eta)-i]^2} + \frac{-\overline{K_2}}{[\varsigma(\xi,\eta)+tb-i]^2} + \frac{-\overline{K_5}}{[\varsigma(\xi,\eta)+t_0 b-i]^2};$$

$$\Phi(\xi,\eta) = \frac{B(\xi,\eta)-G(\xi,\eta)}{\omega'(\xi,\eta)};\ \Phi'(\xi,\eta) = \frac{B'(\xi,\eta)-G'(\xi,\eta)-\Phi(\xi,\eta)\cdot\omega_0''(\xi,\eta)}{\omega'(\xi,\eta)};$$

$$\overline{\omega_0}(\xi,\eta) = \frac{\overline{a_1}}{\varsigma(\xi,\eta)+i} + \frac{\overline{b_1}}{\varsigma(\xi,\eta)+tb+i} + \frac{\overline{b_{01}}}{\varsigma(\xi,\eta)+t_0 b+i};$$

$$\overline{\omega_{02}}(\xi,\eta) = \frac{\overline{a_1}}{\varsigma(\xi,\eta)+i} + \frac{\overline{b_{01}}}{\varsigma(\xi,\eta)+t_0 b+i};\quad \overline{\omega_{03}}(\xi,\eta) = \frac{\overline{a_1}}{\varsigma(\xi,\eta)+i} + \frac{\overline{b_1}}{\varsigma(\xi,\eta)+tb+i};$$

$$\overline{G}(\xi,\eta) = \frac{-K_1}{[\varsigma(\xi,\eta)+i]^2} + \frac{-K_2}{[\varsigma(\xi,\eta)+tb+i]^2} + \frac{-K_5}{[\varsigma(\xi,\eta)+t_0 b+i]^2};$$

$$D_3(\xi,\eta) = A(\xi,\eta) - a\$\,(\xi,\eta) - a\varsigma(\xi,\eta)\$\,'(\xi,\eta);$$

$$\delta_1(\xi,\eta) = |\varsigma(\xi,\eta)+i|;\quad \delta_2(\xi,\eta) = |\varsigma(\xi,\eta)+tb+i|;\quad \delta_4(\xi,\eta) = |\varsigma(\xi,\eta)+t_0 b+i|;$$

$$\Psi_3(\xi,\eta) = \left| \begin{array}{ll} \Psi_3 \leftarrow -\overline{\omega_{01}'}(\xi,\eta)\$\,(\xi,\eta) - \overline{\omega_{01}}(\xi,\eta)\$\,'(\xi,\eta) + \overline{G_1}(\xi,\eta) & if\ \delta_1(\xi,\eta) \le 0{,}3 \\ \Psi_3 \leftarrow -\overline{\omega_{02}'}(\xi,\eta)\$\,(\xi,\eta) - \overline{\omega_{02}}(\xi,\eta)\$\,'(\xi,\eta) + \overline{G_2}(\xi,\eta) & if\ \delta_2(\xi,\eta) \le 0{,}3 \\ \Psi_3 \leftarrow -\overline{\omega_{05}'}(\xi,\eta)\$\,(\xi,\eta) - \overline{\omega_{05}}(\xi,\eta)\$\,'(\xi,\eta) + \overline{G_5}(\xi,\eta) & if\ \delta_4(\xi,\eta) \le 0{,}3 \\ \Psi_3 \leftarrow D_4(\xi,\eta) & \\ \Psi_3 & \end{array} \right.$$

$$\Psi(\xi,\eta) = \frac{D_3(\xi,\eta)+\Psi_3(\xi,\eta)}{\omega'(\xi,\eta)}$$

$$SX(\xi,\eta) = 4\,\mathrm{Re}[\Phi(\xi,\eta)];\quad SX_1(\xi,\eta) = 2\left[\overline{\omega(\xi,\eta)}\frac{\Phi'(\xi,\eta)}{\omega'(\xi,\eta)} + \Psi(\xi,\eta)\right];$$

$$\sigma_x(\xi,\eta) = \frac{SX(\xi,\eta) - \mathrm{Re}[SX_1(\xi,\eta)]}{2} + A_1\cdot Y(\xi,\eta) + T_x;$$

$$\sigma_y(\xi,\eta) = \frac{SX(\xi,\eta) + \mathrm{Re}[SX_1(\xi,\eta)]}{2} + A_2\cdot Y(\xi,\eta);\ \tau_{xy}(\xi,\eta) = \frac{\mathrm{Im}[SX_1(\xi,\eta)]}{2} + A_3\cdot Y(\xi,\eta);$$

$$\sigma\eta(\xi,\eta) = \frac{\sigma_x(\xi,\eta)+\sigma_y(\xi,\eta)}{2} - \frac{\sigma_x(\xi,\eta)-\sigma_y(\xi,\eta)}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{\omega'(\xi,\eta)}{\overline{\overline{\omega'(\xi,\eta)}}}\right] - \tau_{xy}(\xi,\eta)\,\mathrm{Im}\left[\frac{\omega'(\xi,\eta)}{\overline{\overline{\omega'(\xi,\eta)}}}\right];$$

$$\tau\xi\eta(\xi,\eta) = \frac{\sigma_x(\xi,\eta)-\sigma_y(\xi,\eta)}{2}\mathrm{Im}\left[\frac{\omega'(\xi,\eta)}{\overline{\overline{\omega'(\xi,\eta)}}}\right] + \tau_{xy}(\xi,\eta)\,\mathrm{Re}\left[\frac{\omega'(\xi,\eta)}{\overline{\overline{\omega'(\xi,\eta)}}}\right];$$

$$\sigma\xi(\xi,\eta) = \frac{\sigma_x(\xi,\eta)+\sigma_y(\xi,\eta)}{2} + \frac{\sigma_x(\xi,\eta)-\sigma_y(\xi,\eta)}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{\omega'(\xi,\eta)}{\overline{\overline{\omega'(\xi,\eta)}}}\right] - \tau_{xy}(\xi,\eta)\,\mathrm{Im}\left[\frac{\omega'(\xi,\eta)}{\overline{\overline{\omega'(\xi,\eta)}}}\right];$$

$$\sigma_1(\xi,\eta)=\frac{\sigma_x(\xi,\eta)+\sigma_y(\xi,\eta)}{2}+\frac{\sqrt{\left[\sigma_y(\xi,\eta)-\sigma_x(\xi,\eta)\right]^2+4\tau_{xy}^2(\xi,\eta)}}{2};$$

$$\sigma_2(\xi,\eta)=\frac{\sigma_x(\xi,\eta)+\sigma_y(\xi,\eta)}{2}-\frac{\sqrt{\left[\sigma_y(\xi,\eta)-\sigma_x(\xi,\eta)\right]^2+4\tau_{xy}^2(\xi,\eta)}}{2};$$

$$\tau_{\max}(\xi,\eta)=\frac{\sqrt{\left[\sigma_y(\xi,\eta)-\sigma_x(\xi,\eta)\right]^2+4\tau_{xy}^2(\xi,\eta)}}{2}.$$

Выполнен расчет полей напряжений в трехвыступной полубесконечной области при высоте среднего выступа 250 м, а крайние выступы имеют высоту 350 м. Параметры действующих сил приняты равными: боковой распор равен 0,5; объёмный вес горной породы – g = 2,75×10^{-2} т/м^3. Сейсмические и тектонические силы равны нулю (таблица 2).

k = 1–20.

$\mathrm{Cont}_{0,0} = t$; $\mathrm{Cont}_{0,1} = x$; $\mathrm{Cont}_{0,2} = y$; $\mathrm{Cont}_{0,3} = \mathrm{cig}_1$; $\mathrm{Cont}_{0,4} = \mathrm{cig}_2$; $\mathrm{Cont}_{0,5} = N$;
$\mathrm{Cont}_{0,6} = T$; $\mathrm{Cont}_{0,7} = T_{\max}$; $\mathrm{Cont}_{k,0} = k - 6$; $\mathrm{Cont}_{k,1} = X(k - 6{,}0)$;
$\mathrm{Cont}_{k,2} = Y(k - 6{,}0)$; $\mathrm{Cont}_{k,3} = \sigma_1(k - 6{,}0)$; $\mathrm{Cont}_{k,4} = \sigma_2(k - 6{,}0)$;
$\mathrm{Cont}_{k,5} = \sigma\mathrm{h}(k - 6{,}0)$; $\mathrm{Cont}_{k,6} = \mathrm{txh}(k - 6{,}0)$; $\mathrm{Cont}_{k,7} = \sigma\mathrm{x}\ (k - 6{,}0)$.

Таблица 2 – Значения напряжений в контурных точках склона гор

Cont =

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	"t"	"x"	"y"	"cig 1"	"cig2"	"N"	"T"	"Tmax"
1	- 5	-269.6	17.8	0	-4.5	0	0	-4.4
2	- 4	-237.5	21.5	$.3\cdot10^{-15}$	-5.8	$.3\cdot10^{-15}$	0	- 5
3	- 3	-209.8	30.8	0	-9.5	0	$.3\cdot10^{-15}$	-2.3
4	- 2	-190.2	55.2	0	-7.3	$.6\cdot10^{-15}$	$.3\cdot10^{-15}$	-4.1
5	- 1	-170.2	129.9	0	-1.7	0	0	- 1
6	0	0	254.8	0	-0.7	0	0	-0.7
7	1	170.2	129.9	0	-1.7	0	0	- 1
8	2	190.2	55.2	0	-7.3	0	0	-4.1
9	3	209.8	30.8	$.8\cdot10^{-15}$	-9.5	$.8\cdot10^{-15}$	0	-2.3
10	4	237.5	21.5	0	-5.8	0	$.1\cdot10^{-15}$	- 5
11	5	269.6	17.8	0	-4.5	0	0	-4.4
12	6	303.2	17.3	0	-4.6	0	0	-4.6
13	7	336.1	19.4	$.7\cdot10^{-15}$	-6.2	$.4\cdot10^{-15}$	$.1\cdot10^{-15}$	-5.9
14	8	365.9	25.3	$.7\cdot10^{-15}$	-11	$.9\cdot10^{-15}$	0	-7.3
15	9	389.1	38.8	$.2\cdot10^{-14}$	-19.8	$.1\cdot10^{-14}$	$.1\cdot10^{-15}$	-0.2
16	10	400.6	73.2	0	-9.4	0	0	-9.1
17	11	412.7	177.7	0	-2.2	0	0	-1.7
18	12	635.2	352.3	0	-0.9	0	$.2\cdot10^{-15}$	-0.9
19	13	858.1	177	0	-2.3	0	0	-1.7
20	14	871.2	71.8	0	-9.9	0	$.8\cdot10^{-15}$	-9.4
21								

Изолинии равных значений горизонтальных и вертикальных напряжений и касательных напряжений показаны на рисунках 5–7 и описаны в векторных функциях F_x, F_y, $F\mathrm{t}_{xy}$:

$$F_x(\xi,\eta)=\begin{pmatrix}X(\xi,\eta)\\Y(\xi,\eta)\\\sigma_x(\xi,\eta)\end{pmatrix};\quad F_y(\xi,\eta)=\begin{pmatrix}X(\xi,\eta)\\Y(\xi,\eta)\\\sigma_y(\xi,\eta)\end{pmatrix};\quad F\tau_{xy}(\xi,\eta)=\begin{pmatrix}X(\xi,\eta)\\Y(\xi,\eta)\\\tau_{xy}(\xi,\eta)\end{pmatrix}.$$

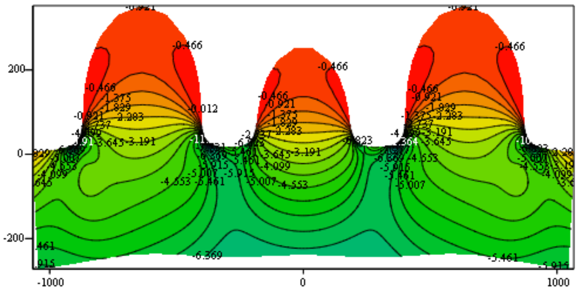

Рисунок 5 – Горизонтальная σ_x

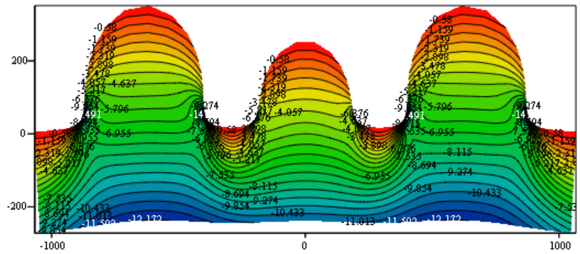

Рисунок 6 – Вертикальная σ_y

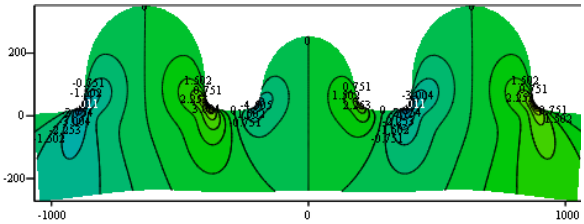

Рисунок 7 – Касательная T_{xy}

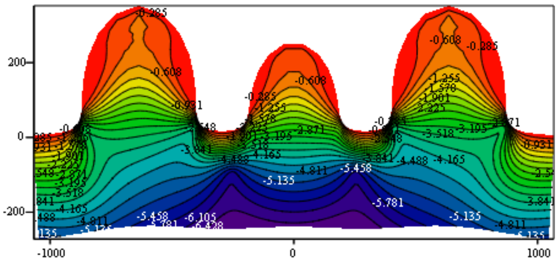

Рисунок 8 – Максимальная нормальная σ_2

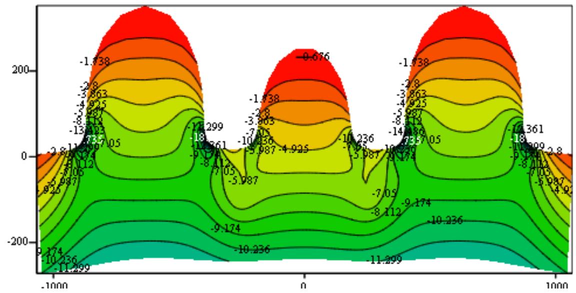

Рисунок 9 – Максимальная нормальная σ_1

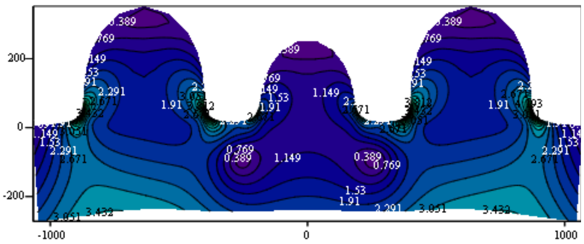

Рисунок 10 – Максимальная касательная $T_{\max}$

Главные нормальные и максимальные касательные напряжения приведены на рисунках 8–10 и описаны в векторных функциях F_1, F_2, $Ft_{\max}$.

$$F_1(\xi,\eta)=\begin{pmatrix} X(\xi,\eta) \\ Y(\xi,\eta) \\ \sigma_1(\xi,\eta) \end{pmatrix}; \quad F_2(\xi,\eta)=\begin{pmatrix} X(\xi,\eta) \\ Y(\xi,\eta) \\ \sigma_2(\xi,\eta) \end{pmatrix}; \quad F\tau_{\max}(\xi,\eta)=\begin{pmatrix} X(\xi,\eta) \\ Y(\xi,\eta) \\ \tau_{\max}(\xi,\eta) \end{pmatrix}$$

Для изучения напряженного состояния системы трёх гор, когда их высота и расстояние между ними различны, достаточно варьировать значениями параметров отображающей функции.

Литература

1. *Жумабаев Б.* Распределение напряжений в массивах пород с гористым рельефом / Б. Жумабаев. Фрунзе: Илим, 1988. 190 с.
2. *Калинин Э.В.* Изменение напряженного состояния массива горных пород в основании глубоких речных долин при заполнении водохранилища руд / Э.В. Калинин // Вопросы формирования и устойчивости высоких склонов. М.: МГУ, 1970. С. 97–104.
3. Напряженное состояние земной коры (по измерениям в массиве горных пород). М.: Наука, 1973. 186 с.
4. *Тер-Мартиросян З.Г.* Напряженное состояние горных массивов в поле гравитации / З.Г. Тер-Мартиросян, Д.М. Ахпателов // ДАН СССР, 1976. Т. 220. № 2. С. 311–314.
5. *Жумабаев Б.* Методика моделирования и аналитическое описание напряженно-деформированного состояния массивов склона горы с уступами / Б. Жумабаев, Ж.А. Баялиева // Вестник Забайкальского госуд. ун-та, 2016. Том 22. № 1. С. 4–16.
6. *Жумабаев Б.* Напряженное состояние массивов вблизи уступа на склоне горы при действии сил гравитации и сейсмики / Б. Жумабаев, Ж.А. Баялиева // Естественные и технические науки. 2015. № 12. С. 53–61.