

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОРОМЫСЛОВОЙ УДАРНОЙ СИСТЕМЫ С ШАРНИРНО-УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ

Колесников Никита Андреевич, аспирант, Кыргызско-Российский Славянский университет, Кыргызстан, 720000, г. Бишкек, ул. Киевская, 44, e-mail: nkolesnikov14@yandex.com

Рассмотрена математическая модель ударной системы, состоящей из вращающейся относительно оси упругой балки с распределенной массой, на конце которой посредством шарнирно-упругой связи закреплена ударная масса. Найдены уточненные собственные формы и частоты системы, получены решения уравнений математической модели.

Ключевые слова: коромысло, ударная масса, связи, собственные частоты колебаний.

MODELLING OF THE ROCKER IMPACT SYSTEM WITH JOINTED-ELASTIC CONNECTIONS

Kolesnikov Nikita Andreevich, graduate student, Kyrgyz-Russian Slavic university, Kyrgyzstan, 720000, Bishkek, a street is Kyiv 44, e - mail: nkolesnikov14@yandex.com

Mathematic model of the impact system consisted of the elastic beam rotating around axis with distributed mass that has the impact mass fixed on its tip by jointed-elastic connections was considered. Specified natural forms and oscillation frequency of the system were discovered. Equations of the mathematical model were solved.

Keywords: rocker, impact mass, connection, natural oscillation frequency.

В Инженерной академии Кыргызской Республики был разработан кривошипно-коромысловый молот ГУИМ-1 [1], предназначенный для уплотнения грунта. Ударная система этого молота состоит из коромысла – упругой балки с распределенной массой 2 (рисунок 1). Один конец балки установлен на неподвижной опоре, оснащенной подшипниками, к другому концу балки крепится ударная масса 1. В процессе работы ударная масса, вращаясь вместе с коромыслом относительно неподвижной опоры О, наносит удары по наковальне 3. Одной из задач проектирования подобных машин является выбор параметров ударной системы, обеспечивающих увеличение производительности машины при удовлетворении требований прочности её элементов.

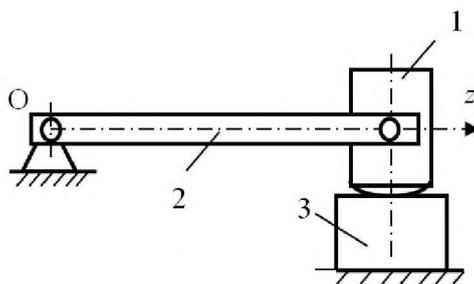


Рисунок 1. Схема коромысловой ударной системы

Для решения этой задачи необходимы разработка и анализ динамической модели коромысловой ударной системы, позволяющий проследить влияние различных факторов на напряженное состояние элементов ударной системы и усилие, развиваемое при ударе по обрабатываемой поверхности.

Ранее в работах [2, 3] предложены динамические модели и определены динамические нагрузки, возникающие в ударной системе при шарнирной и при жесткой связях ударной массы с коромыслом. В работе [4] составлена динамическая модель системы с шарнирно-упругим закреплением ударной массы (рисунок 2), но анализа этой модели не проводилось, и динамические реакции в элементах системы не определялись.

Введение дополнительного упругого элемента в соединение ударной массы и коромысла, в работе [4] обосновывалось большими напряжениями, возникающими в соединениях опоры и коромысла и опоры с ударной массой [2, 3]. Предполагалось, что введение этого элемента позволит уменьшить напряжения, возникающие в элементах конструкции.

Опора коромысла выполнена в виде основания с размещенными в нем подшипниками. В свою очередь подшипники также имеют упругость, которая может повлиять на динамические усилия в узлах машины. Схема механизма для такого случая изображена на рисунке 2.

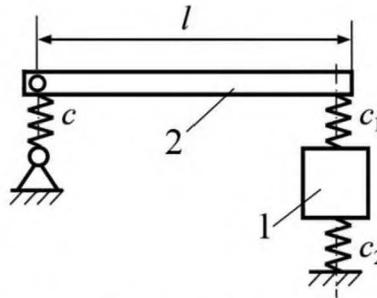


Рисунок 2. Расчетная схема ударной системы с упругой опорой и упругой связью коромысла с ударной массой

В работе [5] рассмотрена модель аналогичной ударной системы, учитывающая упругость опоры, но не учитывающая упругих свойств коромысла. Результаты исследований, опубликованных в этой статье, позволяют сделать вывод, что упругость подшипников в опоре, применяемых в промышленных образцах ударных механизмов, и в частности в молоте ГУИМ-1, мало влияет на напряженное состояние элементов ударной системы. Поэтому было принято решение вернуться к изучению модели, описанной в статье [4]. Это обосновывалось и тем, что сравнение собственных частот колебаний коромысла в трех случаях закрепления ударной массы показали, что дополнительный упругий элемент значительно влияет на этот параметр. Как следствие, он должен изменить и значения напряжений в узлах машины.

В связи с этим в задачи данной работы входило определение динамических реакций в модели, представленной на рисунке 2.

При решении этой задачи контактная характеристика ударной массы с наковальной моделировалась упругим элементом с коэффициентом жесткости c_2 , который определялся по линеаризованной модели Герца методом последовательных приближений:

$$c_2 = 1,25 K^{\frac{2}{3}} P_m^{\frac{1}{3}}; \quad K = \frac{2E}{3(1-\mu^2)} \sqrt{r}, \quad (1)$$

где P_m – максимальная сила в контакте ударной массы с наковальной; E, μ – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала элементов системы; r – радиус контактной поверхности ударной массы.

Для определения собственных частот и форм колебаний балки применялся метод динамических податливостей [6]. Система разделялась на две подсистемы: в подсистему А входит балка, в подсистему В – ударная масса с упругими элементами. Действие подсистем друг на друга заменено реакциями R , которые изменяются по гармоническому закону:

$$R = X \cos pt,$$

где X – амплитуда реакции; p – собственная частота колебаний.

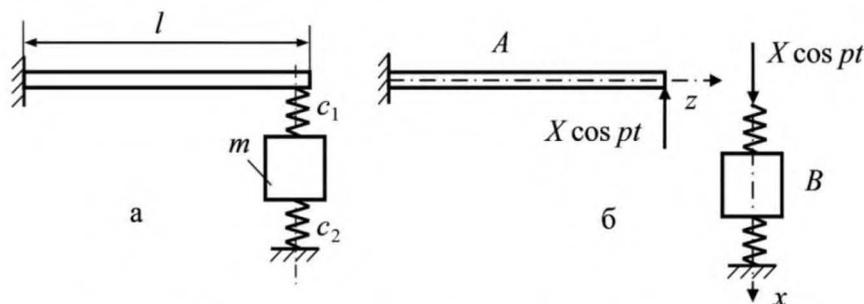


Рисунок 3. Расчетная схема коромысловой ударной системы с упругой связью коромысла и ударной массы

Уравнение совместности деформации балки и упругих элементов имеет вид:

$$XD_1(p) \cos pt + XD_2(p) \cos pt = 0$$

или

$$D_1(p) + D_2(p) = 0, \quad (2)$$

где D_1, D_2 – динамические податливости подсистем, зависящие от частоты колебаний.

Амплитудная функция перемещений сечений балки описывается выражением:

$$u(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{l^3}{\lambda_k^3 EJB(\lambda_k)} [K_2(\lambda_k)K_2(\alpha z) - K_4(\lambda_k)K_4(\alpha z)],$$

где

$$B(\lambda_k) = K_1(\lambda_k)K_4(\lambda_k) - K_2(\lambda_k)K_3(\lambda_k),$$

а амплитудное значение перемещения ударной массы –

$$u_2 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{c_{\sigma} \left(K_{c2} - \frac{1}{3} \lambda_k^4 K_m \right)},$$

где

$$\lambda_k = \alpha_k l; \quad \alpha_k = \frac{m_0 p^2}{EJ},$$

m_0 – распределенная масса балки; J – осевой момент инерции балки; K_1, K_2, K_3, K_4 – функции Крылова;

$$c_{\sigma} = 3EJ / l^3; \quad K_{c2} = c_2 / c_{\sigma}; \quad K_m = m / m_0 l.$$

Использование найденных амплитудных функций позволяет получить функцию перемещений ударной массы, в виде суммы частных решений:

$$x_2(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k u_{2k} \cos(p_k t + \varphi_k). \tag{3}$$

Постоянные C_k, φ_k , входящие в это выражение, находятся по известным формулам из начальных условий движения:

$$x_1(z, 0) = 0; \quad \dot{x}_1(z, 0) = \omega_0 z; \quad x_2(0) = 0; \quad \dot{x}_2(0) = \omega_0 l = V_0,$$

где $x_1(z, t)$ – перемещение сечений балки; ω_0 – угловая скорость коромысла в начальный момент удара. Формулы для их определения имеют вид [6]:

$$C_k = \frac{1}{M_k p_k} \left[m u_{2k} V_0 + m_0 \int_0^l u_k(z) \omega_0 z dz \right]; \tag{4}$$

$$\cos \varphi_k = \frac{1}{M_k C_k} \left[m u_{2k} x_2(0) + m_0 \int_0^l u_k(z) x_1(z, 0) dz \right] = 0; \tag{5}$$

$$\sin \varphi_k = -\frac{1}{M_k C_k p_k} \left[m u_{2k} \dot{x}_2(0) + m_0 \int_0^l u_k(z) \omega_0 z dz \right] = -1; \tag{6}$$

где M_k – обобщенная масса при k -той форме колебаний:

$$M_k = m u_{2k}^2 + m_0 \int_0^l u_k^2(z) dz.$$

Из выражений (5), (6) следует $\varphi_k = -\pi/2$. При этом

$$\cos \left(p_k t - \frac{\pi}{2} \right) = \sin(p_k t),$$

и формула (3) принимает вид:

$$x_2(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k u_{2k} \sin(p_k t). \tag{7}$$

Зная перемещение ударной массы, можно найти усилия в её контакте с наковальной по формуле:

$$P(t) = c_2 x_2(t). \tag{8}$$

Далее в качестве примера рассматривается ударная система машины ГУИМ-1, со следующими параметрами:

$$l = 1,205 \text{ м}; \quad E = 20,4 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \quad J = 8320 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \quad m_0 = 55,4 \text{ кг/м};$$

$$m = 466 \text{ кг}; \quad r = 0,26 \text{ м}; \quad V_0 = 1 \text{ м/с}.$$

При этих параметрах коэффициент жесткости $c_{\sigma} = 2,9101 \cdot 10^7$ Н/м, коэффициент массы $K_m = 6,9805$.

Аналогичные параметры машины использовались и в статье [4]. Но в этой работе при расчете собственных частот коэффициент жесткости c_2 брался из усредненного значения усилий, возникающих при шарнирном и жестком закреплении ударной массы и коромысла. Поэтому полученные результаты являлись приближенными.

Уточненные значения собственных частот колебаний рассматриваемой системы представлены в таблице 1.

Таблица 1

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
λ_k	0,7429	1,8261	3,9271	7,0687	10,210	13,352	16,493	19,635	22,777	25,918
$p_k \cdot 10^4$	0,0210	0,1271	0,5878	1,9047	3,9739	6,7956	10,369	14,696	19,775	25,607

Сравнение этих значений с опубликованными в работе [4] показывает, что уточнения касаются только первых пяти собственных частот. Далее отличия между уточненными собственными частотами и полученными ранее не превышают 2,5%.

Следующей задачей является определение динамических нагрузок в элементах ударной системы, установление влияния на них коэффициента жесткости упругого элемента в соединении ударной массы и коромысла, с целью определения его рационального значения с точки зрения снижения динамических нагрузок в элементах системы при обеспечении требуемого усилия в контакте ударной массы с обрабатываемым объектом.

Список литературы

1. Зиялиев К.Ж. Кинематический и динамический анализ шарнирно-четырёхзвенных механизмов переменной структуры с созданием машин высокой мощности. Бишкек: Илим, 2005. – 195 с.
2. Еремьянц В.Э., Колесников Н.А. Колебания балки коромысловой ударной системы при её шарнирной связи с ударной массой. //Теория машин и рабочих процессов. Сборник трудов. Бишкек: ИМаш НАН КР, 2013. С 131–135.
3. Еремьянц В.Э., Колесников Н.А. Колебания балки коромысловой ударной системы при её жесткой связи с ударной массой. //Теория машин и рабочих процессов. Сборник трудов. Бишкек: ИМаш НАН КР, 2013. С 136–140.
4. Колесников Н.А. Колебания коромысловой ударной системы при упругой связи коромысла с ударной массой. // Современные проблемы теории машин. 2015, №3. Новокузнецк: СибГИУ., 2015. - №3. – С. 176–180.
5. Еремьянц В.Э., Кислицын К.П., Колесников Н.А. Исследование динамических нагрузок в элементах кривошипно-коромыслового ударного механизма ГУИМ-1. //Современные техника и технологии в научных исследованиях. Материалы 4-й конференции молодых ученых и студентов. Бишкек: Научная станция РАН, 2012. С. 181 – 186.
6. Бидерман В.Л. Прикладная теория механических колебаний. М.: Высш. школа, 1972. – 416 с.

References

1. Ziyaliev K.Zh. Kinematicheskii i dinamicheskii analiz sharnirno-chetyrekhzvennykh mekhanizmov peremennoi struktury s sozdaniem mashin vysokoi moshnosti [Kinematical and dynamical analysis of jointed-four-sections mechanisms with variable structure and discovering of machines with high power]. Bishkek: Ilim, 2005. – 195 p.
2. Eremjants V.E. Kolesnikov N.A. Kolebaniya balki koromyslovoi udarnoi sistemy pri ee sharnirnoi svyazi s udarnoi massoi [Oscillations of the beam of rocker impact system with its jointed connection with percussive mass]. Teoriya mashin i rabochikh processov. Sbornik trudov [Theory of machines and working processes. Collection of scientific works]. Bishkek: Institute if machines of National Academy of Sciences of KR, 2013. P. 131–135.
3. Eremjants V.E. Kolesnikov N.A. Kolebaniya balki koromyslovoi udarnoi sistemy pri ee zhestkoi svyazi s udarnoi massoi [Oscillations of the beam of rocker impact system with its rigid connection with percussive mass]. Teoriya mashin i rabochikh processov. Sbornik trudov [Theory of machines and working processes. Collection of scientific works]. Bishkek: Institute if machines of National Academy of Sciences of KR, 2013. P. 136–140.
4. Kolesnikov N.A. Kolebaniya koromyslovoi udarnoi sistemy pri uprugoi svyazi koromysla s udarnoi massoi [Oscillations of the rocker impact system with elastic connection of the crank with impact mass] Sovremennye problemy teorii mashin 2015, №3 [Contemporary problems of machines' theory 2015 №3]. Novokuznetsk: SibGIU. – P. 176–180
5. Eremjants V.E. Kislitsyn K.P., Kolesnikov N.A. Issledovanie dinamicheskikh nagruzok v elementakh krivoshipno-koromyslovogo udarnogo mekhanizma GUIM-1 [Dynamical loads in elements of the crank-rocker impact mechanism research]. Sovremennye tekhnika i tekhnologii v nauchnykh issledovaniyah. Materialy 5-i mezhdunarodnoi konferentsii molodykh uchenykh [Contemporary technics and technologies in scientific researchs. Materials of the 5th young scientists' international conference]. Bishkek: Nauchnaya stantsiya RAN. 2013. – P. 226–231.
6. Biderman V.L. Prikladnaya teoriya mehanicheskikh kolebaniy [Applicable theory of mechanical oscillations]. M. Vysshaya shkola, 1972. – 416 p.